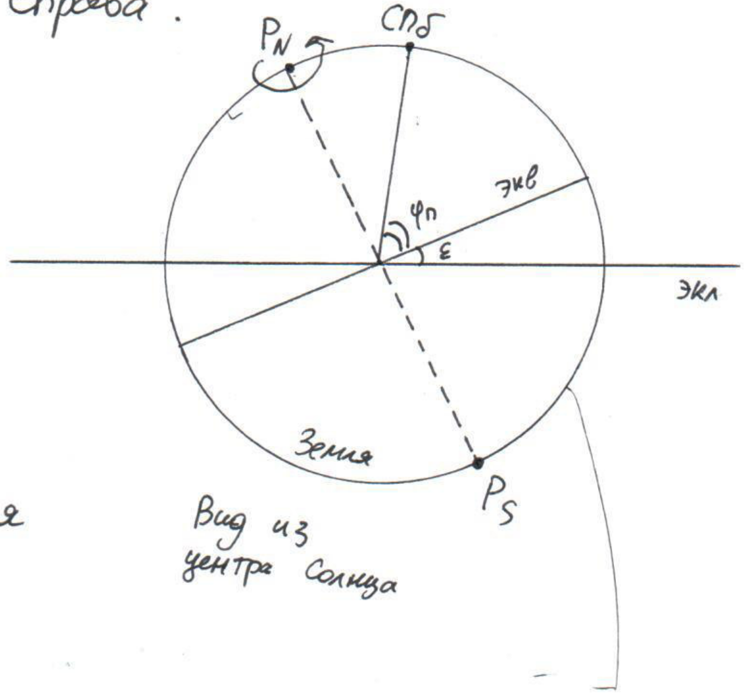
Лист 1

Нсб – 09

# №1

Во время осеннего равноденствия (21 сен.) для наблюдателя в центре Солнца Земля выглядит, как на рисунке справа.

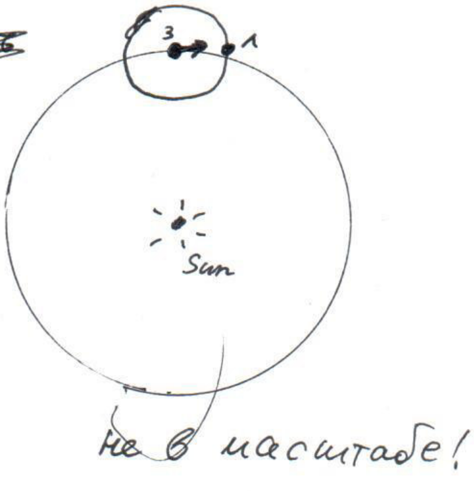



Известны координаты СПб: $\lambda = +30°$, $\varphi = +60°$.

Если наручные часы наблюдателя (по всей видимости электронные, надеюсь, перед олимпиадой он их снял :)) показывали 19:00, то солнечное время ~~местн~~ (УВ пренебрегаем) было

$T_{солн} = T_{поясн} + \frac{\lambda}{15°} - UTC{+3} = 18^h$

Т.к. это день весеннего равноденствия, наблюдатель наблюдал Солнце на горизонте. На втором рисунке (вид с сев. полюса экл.) можно ~~наблюдать~~ заметить, что т.к. фаза луны – четверть, она была в верхней кульминации ($t = 18^h$). Причём если бы луна была в 3-й четверти, она была бы в кульминации (верхней) в $07^h00^m$ поясного времени, а в $19^h00^m$ была бы в нижней и не была бы видна в принципе.

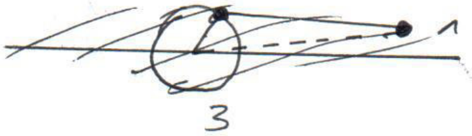



Рассчитаем верхнюю кульминацию с учётом $i$ и горизонтального параллакса.

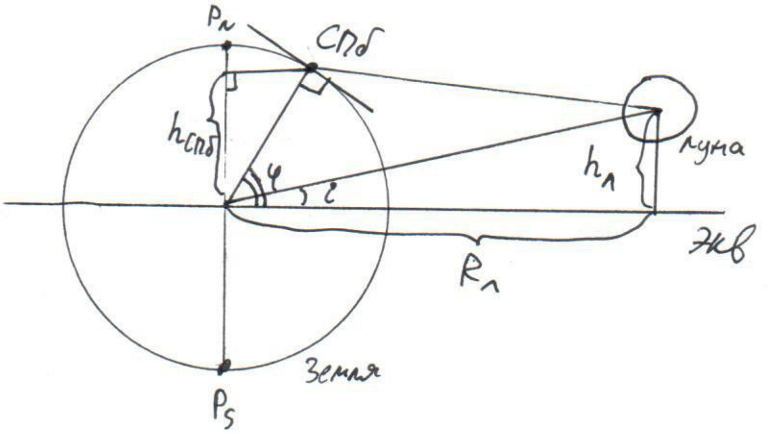
$$h_+ = 90° - |\varphi - \delta| + \pi$$

Склонение луны для $h_+ = max$:

$\delta_Л = i \approx +5°$




Параллакс:




$$\pi \approx \frac{h_Л - h_{СПб}}{R_Л} = \frac{iR_Л - r_З \cdot \sin\varphi}{R_Л} =$$

$$= i - \frac{\sqrt{3} \cdot r_З}{2R_Л} = 5° - \frac{\sqrt{3} \cdot 6371}{2 \cdot 384400} \text{ rad} =$$

$$= 5° - \frac{\sqrt{3} \cdot 57{,}3° \cdot 6400}{2 \cdot 400000} = \frac{\sqrt{3} \cdot 60° \cdot 8}{-1000} + 5° \approx 5° - 0{,}5° \approx 4{,}5°$$

~~Значит, в данном случае горизонтальный параллакс луны max~~

Получается:

$$h_+ \approx 90° - |60° - 5°| + 4{,}5° = 39{,}5°.$$

---

21 сентября Солнце находилось в Деве, а луна для набл. на сев. полюсе Земли опережала Солнце на 90° в своём движении (против часовой), т.е. на 91 день в терминах эклиптических созвездий: на 3 месяца. Луна была в Водолее.

Ответ: $+39{,}5°$; в Водолее.

Нсб-09

## №2

Сейчас 4 февраля 2024 года. Т.к. декабрь прошлого года был ~2 месяца назад, это не сравнимо с $\frac{1}{2}T \simeq 2024-1986 = 38$ лет, пренебрежём этой разницей. ~~Ита~~ По 3 закону Кеплера вычислим большую полуось:

$$a^3_{a.e.} = T^2_{лет} = \cancel{1444}; (38\cdot 2)^2 = 5856 \simeq 6000;$$

$\cancel{a \simeq 11{,}5 \text{ a.e.}};$

$a \simeq 18$ а.е.

Будем считать, что расстояние до Солнца в перигелии 1 а.е.; тогда:

$$\frac{r_п}{r_a} = \frac{1-e}{1+e} = \frac{1 а.е.}{(18\cdot 2-1) а.е.} = \frac{1}{35};$$

$$1+e = 35-35e;$$

$$36e = 34;$$

$$e = \frac{34}{36}.$$

Афелийная скорость:

$$v_a = \sqrt{\frac{GM}{a}}\sqrt{\frac{1-e}{1+e}} = \sqrt{\frac{GM}{R_a}}\cdot\sqrt{1-e} = \sqrt{\frac{GM}{R_3}}\cdot\sqrt{\frac{R_3}{R_a}}\cdot\sqrt{1-e} = 30\frac{км}{с}\cdot\sqrt{\frac{1}{35}}\cdot\sqrt{\frac{2}{36}} \simeq$$

$$\simeq \frac{30 \text{ км/с}}{35}\cdot\sqrt{2} \simeq \frac{42}{35}\text{ км/с} = \underline{1{,}2 \text{ км/с}}.$$

Ответ: $\simeq 1{,}2$ км/с. ($r_п = 1$ а.е.)

Лист 4

Нсб – 09

## №3

~~Расст~~ Радиус орбиты Сатурна $\simeq 10$ а.е.,

а Земли – 1 а.е.; мы будем пренебрегать параллаксом Сатурна. Вычислим период обращения Сатурна.

(III закон Кеплера для а.е. и годов)

$T_{лет} = 10^{\frac{3}{2}} = \sqrt{1000} = 10\pi$ лет. (63 года)

В 1964 году от нынешнего положения (2024) Сатурн отставал на 60 лет, т.е. на $\simeq 2$ оборота (чуть больше: +3 года).

Солнце заканчивает своё пребывание в Весах 22 ноября, а начинает в Водолее 16 февраля. Разница в этих датах составляет

$\underset{ноя}{(30-22)} + \underset{дек}{31} + \underset{янв}{31} + \underset{фев}{16} = 86$ ~~февр~~ суток, $\simeq 85^\circ$,

т.е. примерно четверть оборота Земли. В переводе на движение Сатурна по созвездиям это 7,5 лет и четверть его оборота (параллакс добавляет $\pm 5{,}7^\circ$ для набл. на Земле).

~~Если смотреть в окрестностях запуска первого ИСЗ, то Сатурн вполне мог находиться в Весах, и к настоящему моменту Сатурн совершил 2,25 оборотов.~~

~~Получается, авторы были правы.~~

~~Ответ: правы авторы.~~

Учитывая +3 года в начале решения, мы получаем, что ~~действие~~ Сатурн должен был наблюдаться в 1954 году, что раньше первого запуска ИСЗ.

Ответ: герой прав.

Лист 5

$\boxed{\text{Нсб} - 09}$

## №4

Вампиры кушают людей. Это означает, что им выгодно находиться ~~[illegible]~~ у экватора или в средних широтах, но никак не за полярными кругами. Т.к. вампиры не переносят даже луну, скорее всего, им не нравятся и ~~[illegible]~~ сумерки. Пусть им не нравятся только гражданские сумерки, т.е. когда Солнце выше $-6^\circ$ над горизонтом. Это означает, что без луны вампиры бы могли выходить охотиться лишь $\frac{90-6}{90+6} = \cancel{[illegible]}\left(1 - 2\cdot\frac{6}{90}\right) \simeq 86{,}5\%$ ночи.

Но это может быть погрешностью, так что учитывать пока что не будем.

Каждый день луна откусывает от вампирной ночи (или добавляет к ней) по $13{,}2^\circ$. Если бы не учитывалась фаза новолуния, ответ был бы 25%, но т.к. луна не откусывает вампирную ночь и не добавляет к ней времени суммарно 6 дней, ответ станет немного больше. В период нарастания луны сразу после новолуния суммарно вампиры получают $(1+2+3)\cdot 13{,}2^\circ = 6 \cdot 13{,}2^\circ$ ~~[illegible]~~ времени для жизни ($360^\circ$ — один земной оборот вокруг своей оси, $24^h$). Столько же они суммарно получают и при убывании луны.

Получается, в среднем за день около новолуния вампиры получают $26{,}4^\circ$ ~~[illegible]~~ жизни. Зная, что таких дней 6, а синодич. период луны 27,3 сут, получаем среднюю прибавку из-за новой луны: $\Delta t = 26{,}4^\circ \cdot \frac{6}{27{,}3} \simeq 6^\circ$.

Нсб-09

Всё-же $6^\circ$ сумерек не пренебрежимо малы.
Но их надо правильно учесть.

$6^\circ \simeq \frac{1}{2} \cdot 13{,}2^\circ$, то есть в среднем за 2 периода по 3 дня около новолуний вампиры получают от луны $4{,}5 \cdot 13{,}2^\circ = (6-0{,}5\cdot 3)\cdot 13{,}2^\circ$ времени жизни: ~~...~~ $\frac{4{,}5 \cdot 13{,}2^\circ}{3} = 1{,}5 \cdot 13{,}2^\circ \simeq 20^\circ$. Зная, что сумерки — явление постоянное, из-за которых без учёта луны время жизни вампиров $\simeq$ ~~...~~ $43{,}3\%$, учтём непостоянное явление полной луны. $\Delta t = 20^\circ \cdot \frac{6\text{ сут}}{27{,}3\text{ сут}} = 20^\circ \cdot \frac{1}{4{,}5} = \frac{40^\circ}{9} \simeq 4{,}4^\circ$. В переводе на доли времени это $4{,}4^\circ \cdot \frac{1}{360^\circ} = 1{,}1^\circ/90^\circ \simeq 1{,}2\%$, это означает, что влияние луны теперь не $+25\%$, а $+23{,}8\%$. (к времени страдания вампиров)

Итоговая доля: $43{,}3\% - 23{,}8\% \simeq \cancel{20}19{,}1\% \simeq 19\%$.

Без сумерек: $50\% - 23{,}8\% \simeq 26\%$.

Ответ: 19% с учётом сумерек, 26% без учёта.

(в долях от суток, или от полного времени)

Лист 7

Нсб – 09

# №5

Пусть ~~ра~~ диаметр наблюдаемого пятна 20000 км, и оно квадратное. Угловой „диаметр" (сторона квадрата) пятна $\alpha_1 = \frac{20\,000 \text{ км}}{1{,}5 \cdot 10^8 \text{ км}} = \frac{2}{3/2} \cdot 10^{-4} = \frac{4}{3} \cdot 10^{-4}$ радиан. (пятно на солн. экв.)

На фокальной плоскости оно будет иметь размер $\alpha F$.

Ещё необходимо учесть дифракционный предел: $\alpha_2 \simeq \frac{\lambda}{D} \sim$ ~~Раз~~

$$\sim \frac{550 \cdot 10^{-9}}{0{,}2} = \frac{5{,}5 \cdot 10^{-7}}{2 \cdot 10^{-1}} \sim 3 \cdot 10^{-6} \ll \alpha_1.$$

„пусть D = 20 см"

Не будем учитывать.

Линейный размер пикселя: $l = \sqrt{\frac{36 \cdot 10^{-3} \cdot 24 \cdot 10^{-3}}{30 \cdot 10^6}}$ м =

$$= 10^{-6} \text{м} \cdot \sqrt{\frac{6^2 \cdot 6 \cdot 4}{3}} = 10^{-6} \text{м} \cdot 6 \cdot 2 \cdot \sqrt{2} \simeq 17 \text{ мкм}.$$

Тогда:

$\alpha F = l$;

$$F = \frac{4l}{\alpha_1} = \frac{17 \cdot 10^{-6} \text{ м} \cdot 4}{\frac{4}{3} \cdot 10^{-4}} = 3 \cdot \frac{34}{2} \cdot 10^{-2} \text{ м} \simeq 0{,}5 \text{ м}.$$

Если фокусное расстояние будет больше 0,5 м, то пятна будет видно только лучше.

Ответ: ~0,5 м.