(5) 1) Увеличение блеска примерно в середине транзита может происходить из-за покрытия планетой пятна звезды.

2) Пусть поверхностная яркость звезды и пятна будут I и I' соответственно $\Rightarrow \frac{I}{I'} = \frac{T^4}{T'^4}$, T' – температура пятна, T – температура звезды

$\frac{T^4}{T'^4} = \tau \Rightarrow I' = \frac{I}{\tau}$

3) По условию задачи можно записать следующие соотношения яркости: $I(\Omega_\star - \Omega' - \Omega_п) + I'\Omega' =$
$= 0{,}97\,(I(\Omega_\star - \Omega') + I'\Omega')\,(*)$ – до покрытия планетой пятна

$I(\Omega_\star - \Omega_п) = 0{,}98\,(I(\Omega_\star - \Omega') + I'\Omega')\,(**)$ – во время покрытия пятна планетой

$\cancel{\Omega_\star \frac{R^2}{}}$ $\Omega_\star \sim \frac{R^2}{\ell^2}$, $\Omega' \sim \frac{r'^2}{\ell^2}$, $\Omega_п \sim \frac{r^2}{\ell^2}$,

~~R^2~~ R – радиус звезды, r' – радиус пятна, r – радиус планеты

$$\Rightarrow \begin{cases} (*):\ \cancel{R^2 - r^2 =}\ R^2 - r'^2 - r^2 + \frac{r'^2}{\tau} = 0{,}97\left(R^2 - r'^2 + \frac{r'^2}{\tau}\right) \\ (**):\ R^2 - r^2 = 0{,}98\left((R^2 - r'^2) + \frac{r'^2}{\tau}\right) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0{,}03R^2 - 0{,}03r'^2 + 0{,}03\frac{r'^2}{\tau} - r^2 = 0 \\ 0{,}02R^2 - \cancel{0{,}02r^2} - r^2 + 0{,}98r'^2 - 0{,}98\frac{r'^2}{\tau} = 0 \end{cases}$$

4) Из времени транзита и продолжительности максимума

см. на след. листе

5 4) $t_0 = 3\tau = \frac{2(R+r)}{v}$ $t = \frac{2(r-r')}{v} = \frac{100}{\cancel{200}}$ с

t_0 - время транзита, t - время покрытия.

$\Rightarrow \frac{t_0}{t} = \frac{R+r}{r-r'} = 108$

5) Из системы ур. в пункте 3:

$300R^2 - 10100r^2 = 0$

$3R^2 = 101 \cancel{R} r^2$

$r \approx \frac{\sqrt{3}}{10} R \approx 0{,}17R$ - радиус планеты

$\Rightarrow \frac{1{,}17R}{0{,}17R - r'} = 108 \Rightarrow 18{,}5R - 108r' = 1{,}17R$

$r' \approx \frac{17{,}4}{108} R \approx 0{,}16R$ - радиус пятна.

6) Т.к звезда похожа на Солнце, то $R \approx 700000$ км, $T = 6000$К

$\Rightarrow r \approx 119000$км, $r' = 112000$ км

$\Rightarrow$ ~~$3R^2 - 3r'^2 + 3\frac{r'^2}{\tau} - 100r^2 = 0$.~~

~~$3 - 3\cdot 0{,}16^2 + \frac{3\cdot 0{,}16^2}{\tau} - 100\cdot 0{,}17^2 = 0$.~~

7) Характеристики пятна: $T' = \frac{T}{\sqrt[4]{\tau}}$ - температура

$r' = 112000$ км - радиус.

Ответ: блеск увеличился из-за покрытия пятна радиусом $r' = 112000$ планетой.

① 1) Чтобы обнаружить аберрацию необходимо исключить вклад аберрации, вызванной суточным вращением Земли и движением Земли по орбите.

=> наблюдать нужно с периодом обращения Земли по орбите $T = \sqrt{\frac{4\pi^2 a^3}{GM}}$, $a = 1{,}5 \cdot 10^{11}$ м – большая полуось орбиты Земли.

$T \approx$ ~~1 год~~ . 365,25 сут

~~Ответ: 1 год.~~

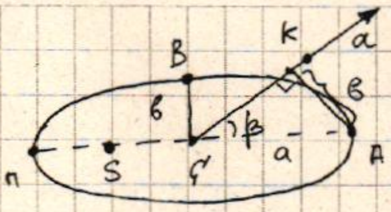
2) Но при этом, ~~за год Земля совершит~~ когда Земля вернётся в ту же точку орбиты, ~~он~~ она будет повернута на ~~¼~~ 0,25 части окружности больше => чтобы компенсировать суточное вращение, наблюдение следует проводить 1 раз в каждые 4 года => абберацию можно обнаружить за 4 года

Ответ: 4 года.

④ Угловые расстояния могут оказаться равными, ~~только~~ при условии, что прямая a, соединяющая звезду и комету проходит через т. C – центр эллипса, а в орбита КА в 6 проекции на плоскосте $\perp$ прямой a, является окружностью.
см. решение на след. листе.

Шифр: 261

4



$\Rightarrow$ в проекции на плоскость $\perp$ прямой a орбита КА - окружность

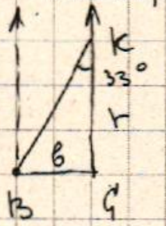
S - солнце

с радиусом в - малая полуось орбиты КА.

$\Rightarrow$ $\beta = \arcsin \frac{в}{a}$ - эклиптическая широта звезды.

$\beta = \arcsin \sqrt{1-e^2} = \arcsin 0{,}8$

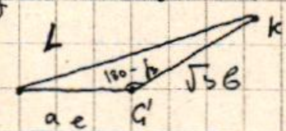
Рассмотрим Δ BGK :



$\Rightarrow r = в \operatorname{ctg} 33° \approx в \operatorname{ctg} 30° = \cancel{\approx в \cdot \sqrt{3}} = \sqrt{3}\, в.$

$\Rightarrow L = SK$ - расстояние между Солнцем и кометой

ст. ц Δ SGK



$L^2 = a^2e^2 + 3в^2 - 2ae\sqrt{3}\, в \cos\beta$; $\sin\beta = 0{,}8 \Rightarrow \cos\beta = 0{,}6$

$L^2 = \cancel{6{,}25 \cdot 0{,}36} + a^2e^2 + 3a^2 - 3a^2e^2 - 2ae\sqrt{3} \cdot 0{,}6\, в$

$L^2 = 3a^2 - 2a^2e^2 - 1{,}2\, a^2 e\sqrt{3} \cdot \sqrt{1-e^2}$

$L^2 = 3a^2 - 2a^2 \cdot 0{,}36 - 1{,}2 \cdot \sqrt{3} \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}8\, a^2$

$L^2 = 3a^2 - 0{,}72a^2 - 1{,}2 \cdot 1{,}7 \cdot 0{,}6 \cdot 0{,}8\, a^2$

$L^2 = 1{,}3\, a^2 \Rightarrow L = \frac{1}{4}\sqrt{1{,}3}$ а.е. $= \frac{\sqrt{1{,}3}}{4}$ а.е.

Ответ: $\arcsin 0{,}8$; $0{,}25\sqrt{1{,}3}$ а.е.

② Если бы звезда была б. ~~правильным~~ шаром, то имела бы радиус R_x такой, что:

$$\frac{10^2 R^2 T^4}{100^2 R_\odot^2 T_\odot^4} = 10^{0,4(5-2,5)} = 10.$$

$$R = 10\frac{T_\odot^2}{T^2}R_\odot = \frac{8}{5}R_\odot = 1,6R_\odot$$

③ Запишем II закон Ньютона для электрона движущегося вокруг звезды: $evB + \frac{GMm}{R^2} = \frac{mv^2}{R}$ — в проекции на ось соед. центр звезды и электрон, m — масса электрона, M — масса ★

v — скорость электрона; $v = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi R\nu$, ν — циклотронная частота; $\Rightarrow$ $2\pi R\nu eB + \frac{GMm}{R^2} = 4\pi^2 R\nu^2 m$

$$2\pi\nu eB + \frac{GMm}{R^3} = 4\pi^2\nu^2 m$$

$$B = \frac{2\pi\nu m}{e} - \frac{GMm}{2\pi\nu e R^3},$$

$\cancel{B = 2\pi}$ По условию электроны поглощают на циклотронной частоте $\Rightarrow$ $E = h\nu = 8\cdot10^2$ эВ $= 8\cdot10^2\cdot1,6\cdot10^{-19}$ Дж

$$\Rightarrow \nu = \frac{8\cdot10^2\cdot1,6\cdot10^{-19}}{6,63\cdot10^{-34}} = \cancel{18,}\ \frac{12,8}{6,63}\cdot10^{17} = 2\cdot10^{17}\ \text{Гц}.$$

$$\Rightarrow B = \frac{2\pi\cdot2\cdot10^{17}\cdot9,1\cdot10^{-31}}{1,6\cdot10^{-19}} - \underbrace{\frac{6,67\cdot10^{-11}\cdot1,4\cdot2\cdot10^{30}\cdot9,1\cdot10^{-31}}{2\pi\cdot2\cdot10^{17}\cdot1,6\cdot10^{-19}\cdot10^{12}}}_{\text{по порядку много меньше первого слагаемого}}$$

$$\Rightarrow B \approx 2\pi\cdot2\cdot\frac{9,1}{1,6}\cdot10^5 \approx 12\cdot\frac{9,1}{1,6}\cdot10^5\ \text{Тл} \approx 5,7\cdot10^5\ \text{Тл}.$$

Ответ: $5,7\cdot10^5$ Тл