10 класс

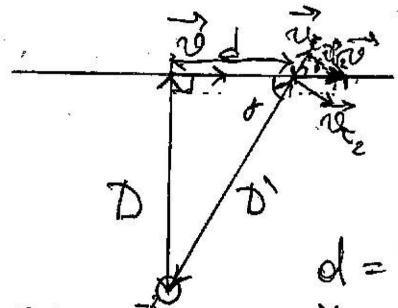
17 - 1

№ 1

Дано:
$\lambda_1 = 550 \cdot 10^{-9}$ м
$D = 30$ пк
$V_{r_1} = 0 \frac{км}{с}$
$\mu = 0,5 \frac{''}{yr}$
$c = 3 \cdot 10^5 \frac{км}{с}$
$T = 100^{yr}$
$\Delta\lambda_{пред.} = 0,1 \mathring{A}$

$\Delta\lambda_2 - ?$

Решение:



V в первом случае будет равна V_τ

$V_\tau = 4,74 \mu \cdot D$; $V_\tau = 4,74 \cdot 0,5 \frac{''}{yr} \cdot 30 пк = 71,1 \frac{км}{с} = V$, т.к. $V = const$:

$d = T \cdot V$; $d = 100^{yr} \cdot 365^{d} \cdot 24^{h} \cdot 3600^{s} \cdot 71,1 \frac{км}{с} \cdot \left(3 \cdot 10^{13} \frac{км}{пк}\right)^{-1} = 7,47 \cdot 10^{-3}$ пк

$\cos\gamma = \frac{d}{D'} = \frac{V_r}{V}$; $D' = \sqrt{D^2 + d^2}$ (по теореме Пифагора)

$V_r = \frac{Vd}{\sqrt{D^2+d^2}}$;

$d \ll D \Rightarrow D^2 + d^2 \approx D^2 \Rightarrow V_r = \frac{Vd}{D}$, $V_r = \frac{71,1 \frac{км}{с} \cdot 7,47 \cdot 10^{-3} пк}{30 пк} = \frac{23,7 \frac{км}{с} \cdot 7,47}{10^4 пк} =$

$= 177,039 \cdot 10^{-4} \frac{км}{с} \approx 177 \cdot 10^{-4} \frac{км}{с}$

$cz = V_r$, $z = \frac{\Delta\lambda_2}{\lambda_1}$; $\Delta\lambda_2 = \lambda_1 z$; $z = \frac{V_r}{c}$; $\Delta\lambda_2 = \frac{\lambda_1 V_r}{c}$;

$\Delta\lambda_2 = \frac{177 \frac{км}{с} \cdot 10^{-4} \cdot 550 \cdot 10^{-9} м}{300000 \frac{км}{с}} = \frac{10^{-4} 59 \frac{км}{с} \cdot 550 \cdot 10^{-9} м}{10^5 \frac{км}{с}} = \frac{32450 \cdot 10^{-9} м \cdot 10^{-4}}{10^5} = 32450 \cdot 10^{-17} м =$

$= 3,245 \cdot 10^{-13} м = 3,245 \cdot 10^{-3} \mathring{A}$

$\Delta\lambda_2 \ll \Delta\lambda_{пред.} \Rightarrow$ Нельзя зафиксировать красное смещение $\Rightarrow$ невозможно ~~измерить~~ обнаружить лучевую скорость

Ответ: Нельзя обнаружить

№ 4

Дано:
$T_{\oplus} = 1^{yr}$
$T_1 = 2003 \frac{1}{12}^{yr}$
$T_2 = 2097 \frac{7}{12}^{yr}$
$a < a_{\oplus}$
$\Delta a = 10^{-3}$ а.е.
$a_{\oplus} = 1$ а.е.

$a - ?$

Решение:

$S = T_2 - T_1$; $S = 2097 \frac{7}{12}^{yr} - 2003 \frac{1}{12}^{yr} = 94 \frac{6}{12}^{yr} = 94,5^{yr}$

~~$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_{\oplus}} - \frac{1}{T}$; $\frac{1}{S} = \frac{1}{T_{\oplus}} + \frac{1}{T}$~~

$\frac{1}{S} = \frac{1}{T} - \frac{1}{T_{\oplus}}$; $\frac{1}{T} = \frac{1}{T_{\oplus}} + \frac{1}{S}$

$T = \frac{S \cdot T_{\oplus}}{S + T_{\oplus}}$, $T = \frac{94,5^{yr^2}}{95,5^{yr}} = 0,9895^{yr}$

т.к. астероид вращается вокруг Солнца, можно использовать ~~3~~ третий закон Кеплера в упрощённом виде:

$T^2 = a^3$; $a = \sqrt[3]{T^2}$; $a = \sqrt[3]{0,97911025^{yr^2}} \approx 0,992$ а.е.

Ответ: 0,992 а.е.

№3 10 класс

Дано:
$R_\odot = 700000$ км
$D = 550$ св.л.
$m_a = 1^m$
$T_\odot = 5800 K$
$M_\odot = 4{,}7^m$
$\rho' - ?$

Решение: 17 - 2

Поскольку Антарес - ~~красный сверхгигант, его радиус примерно~~ яркий красный сверхгигант, мы можем предположить, что его температура приблизительно равна $3500 K = T_A$.

$M_a = m_a + 5 - 5\lg D$, $M_a = 1+5-5\log_{10}(179{,}3\ пк) = 6-5\cdot 3{,}3 = -10{,}5^m$

По закону Погсона:

$\frac{L_A}{L_\odot} = 10^{0{,}4(M_\odot - M_A)}$, $\frac{L_A}{L_\odot} = 10^{(4{,}7^m-(-10{,}5^m))0{,}4} = 10^{0{,}4\cdot 15{,}2} = 10^{6{,}08} \approx 10^6$

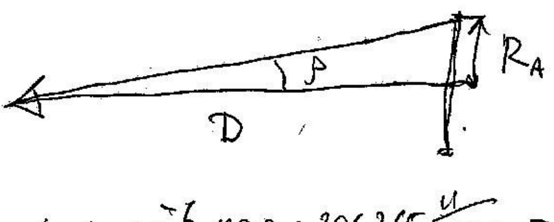
По закону Стефана-Больцмана:

$L_A = 4\pi R_A^2 \sigma T_A^4$; $L_\odot = 4\pi R_\odot^2 \sigma T_\odot^4$

Тогда:

$\frac{4\pi R_A^2 \sigma T_A^4}{4\pi R_\odot^2 \sigma T_\odot^4} = 10^6 = \left(\frac{R_A}{R_\odot}\right)^2\left(\frac{T_A}{T_\odot}\right)^4$, $\frac{R_A}{R_\odot}\left(\frac{T_A}{T_\odot}\right)^2 = 10^3$, $\frac{R_A}{R_\odot} = 10^3\left(\frac{T_\odot}{T_A}\right)^2$

$\frac{T_\odot}{T_A} = \frac{5800 K}{3500 K} = 1{,}7$, $\frac{R_A}{R_\odot} = 2{,}89 \cdot 10^3 = 2{,}89\cdot 10^3$; $R_A = 2{,}89\cdot 10^3 R_\odot$, $R_A = 2{,}89\cdot 10^3 \cdot 7\cdot 10^5$ км $= 2\cdot 10^9$ км



$\operatorname{tg}\rho = \frac{R_A}{D}$; $\operatorname{tg}\rho \approx \rho$, т.к. ρ - малый угол

$\frac{R_A}{D} = \rho$; $\rho = \frac{2\cdot 10^9\ км}{550\cdot 3\cdot 10^5\cdot 365\cdot 24\cdot 3600\ км} \cdot 206265 \frac{''}{рад} =$

$= 4{,}6\cdot 10^{-6}\ рад \cdot 206265 \frac{''}{рад} = 948819\cdot 10^{-6}{}'' \approx 0{,}95''$

~~Ответ: 0,95''~~ Размер диска будет в два раза больше, т.к. ρ - угловой радиус, а размер диска - угловой диаметр

$\Rightarrow \rho' = 2\rho$; $\rho' = 0{,}95'' \cdot 2 = 1{,}7''$

Ответ: $1{,}7''$

$\frac{5{,}3}{0{,}2} =$ $10^{0{,}6}$ $10^{1{,}06} \approx 10^1 = 10$

58, 34 | 1,7058 ≈ 1,71
34
240
238
200
170
300
272...

$1{,}71 \times 1{,}71$: 171, 1197, 171, 2,9241 ≈ 2,92

№2

Дано:
$R_\odot = 700000$ км
$\tau = 73^d$
$R = R_\odot$
$M_0 = -0{,}6^m$
$M_\odot = 4{,}7^m$
$T = 3{,}4\cdot 10^3 K$
$T_\odot = 5800 K$
$g = 0{,}7 \frac{м}{с^2}$

Решение:

По закону ~~Стефана-Больцмана~~ Погсона

$\frac{L_0}{L_\odot} = 10^{0{,}4(M_\odot - M_0)}$, $L_0 = 4\pi R_0^2 \sigma T^4$, $L_\odot = 4\pi R_\odot^2 \sigma T_\odot^4$ (по закону Стефана-Больцмана)

$\frac{4\pi R_0^2 \sigma T^4}{4\pi R_\odot^2 \sigma T_\odot^4} = 10^{0{,}4(M_\odot - M_0)}$; $\frac{R_0^2 T^4}{R_\odot^2 T_\odot^4} = 10^{0{,}4(M_\odot - M_0)}$; $R_0 = R_\odot\left(\frac{T_\odot}{T}\right)^2 \cdot 10^{0{,}2(M_\odot - M_0)}$

$R_0 = 700000\ км \cdot \left(\frac{5800}{3400}\right)^2 \cdot 10^{0{,}2\cdot(4{,}7+0{,}6)} = 7\cdot 10^5 \cdot 2{,}92 \cdot 10^{1{,}06}\ км = 20{,}44\cdot 10^5\ км \cdot 10 = 204{,}4\cdot 10^5\ км =$

$= 2,04 \cdot 10^7 км = 2 \cdot 10^{10} м$

$g = \frac{GM}{R_0^2}$; $GM = R_0^2 g$; $GM = (2,45 \cdot 10^{10} м)^2 \cdot 9,7 \frac{м}{с^2} = 6,0025 м^2 \cdot 10^{20} \cdot 9,7 \frac{м}{с^2} \approx 10^{20} \cdot 42,0175 \frac{м^3}{с^2} =$

$= 42 \cdot 10^{20} \frac{Н \cdot м^2}{кг \cdot с} = 4,2 \cdot 10^{21} \frac{Н \cdot м^2}{кг}$

По III закону Кеплера:

$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$, $a = \sqrt[3]{\frac{T^2 \cdot GM}{4\pi^2}}$; $a = \sqrt[3]{\frac{(73 \cdot 24 \cdot 3600\, с)^2 \cdot 4,2 \cdot 10^{21} \frac{Н \cdot м^2}{кг}}{4 \cdot 9}} =$

$= \sqrt[3]{\frac{4 \cdot 10^{13} с^2 \cdot 4,2 \cdot 10^{21} \frac{Н \cdot м^2}{кг}}{4 \cdot 9}} = \sqrt[3]{10^{33} \cdot \frac{1,4}{3} м^3} = 10^{11} м \cdot 0,5 = 10^{10} м =$

$\frac{1,4}{3} \approx \frac{1,5}{3} = \frac{1}{2}$

$= 0,53$ а.е.

Максимально возможный эксцентриситет орбиты будет, если $a_п$ будет приблизительно равно радиусу ~~Земли~~ звезды. $a_п \approx 2,5 \cdot 10^{10} м$

$a_п = \cancel{a(1+e} \; a(1-e)$, $1-e = \frac{a_п}{a}$, $e = 1 - \frac{a_п}{a}$

$e = -\frac{2 \cdot 10^{10} м}{8 \cdot 10^{10} м} + 1 = 1 - 0,25 = 0,75$

Ответ: 0,75

№5

Дано:

$\varphi_1 = 62°$

$\varphi_2 = 44°$

$\lambda_1 = 31°$

$\lambda_2 = 43°$

$H = 885 м$

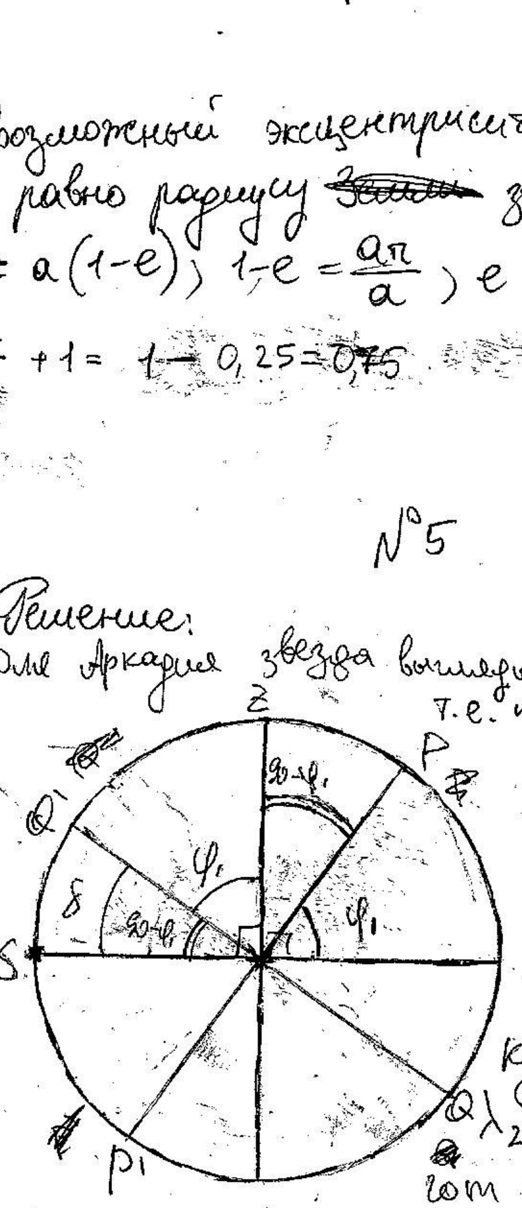
$R = 6400 км$

$\Delta t - ?$

$h_{max} - ?$

Решение:

Для Аркадия звезда выглядывает из-под горизонта в направлении на юг, т.е. проходит точку своей верхней кульминации в точке юга!



$\Rightarrow |\delta| = 90° - \varphi_1$

$|\delta| = 90° - 62° = \cancel{46°}\; 28°$

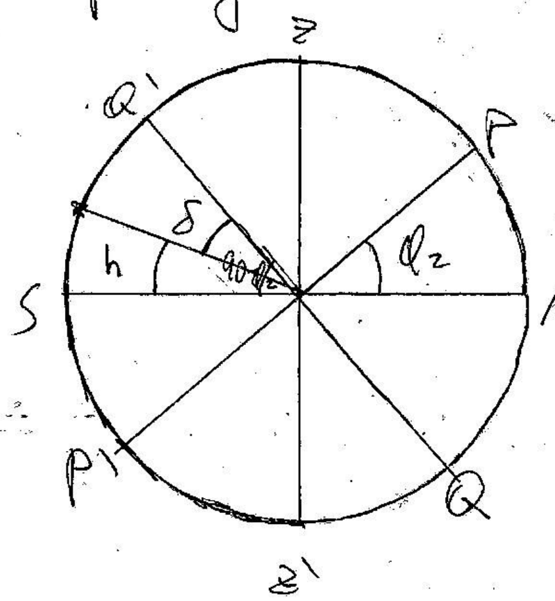
$\delta = \cancel{-46°} -28°$

Какое-то время Δt назад верхняя кульминация наблюдалась на меридиане λ_2. Это время будет равно разности долгот во временной мере:

$\Delta t = \Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$; $\Delta t = 43° - 31° = 12°$; $15° - 1^ч$, $12° - \Delta t$

$\Delta t = \frac{1^ч \cdot 12°}{15°} = 0,8^ч = 48^м$

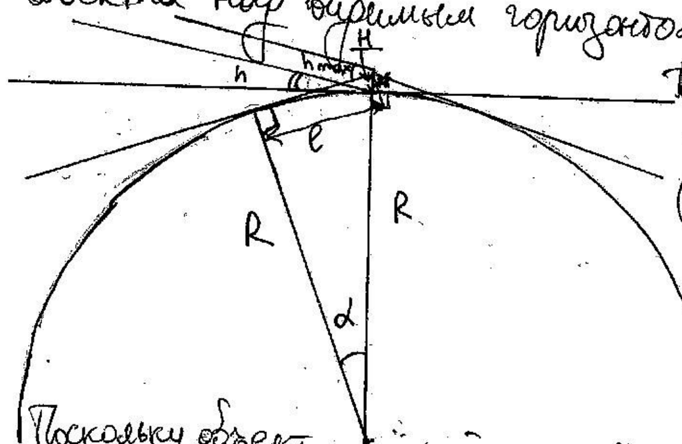
~~Но Второе~~ Рассчитаем высоту верхней кульминации для второго пункта:



$$h = 90° - \varphi_z - |\delta|$$

$$h = 90° - 44° - 28° = 18°$$

Т.к. наблюдатель находится на горе, высота объекта над видимым горизонтом будет больше.



По теореме Пифагора:

$$(R+H)^2 = R^2 + l^2$$

$$l^2 = R^2 + 2RH + H^2 - R^2$$

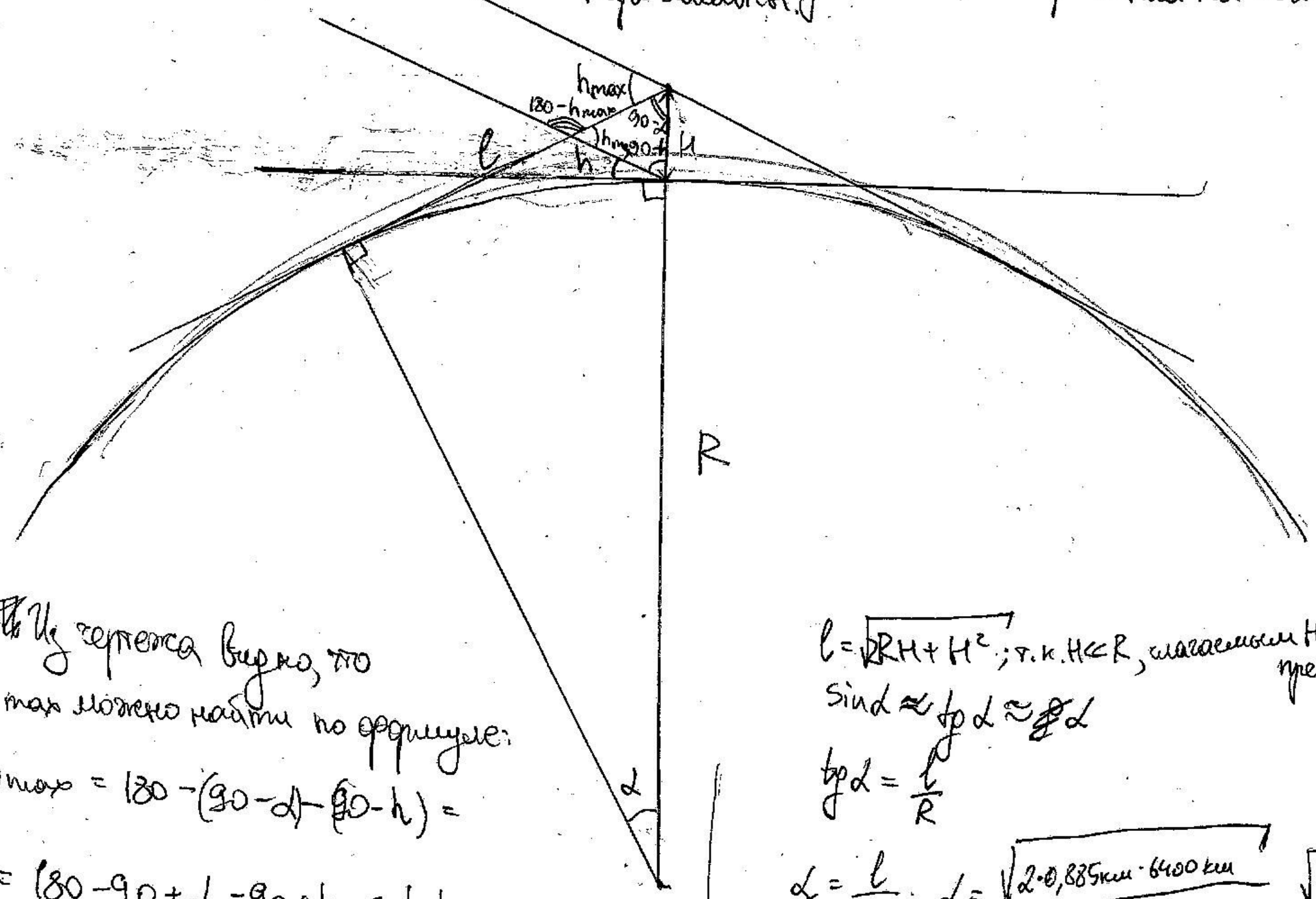
$$l^2 = 2RH + H^2$$

$$l = \sqrt{2RH + H^2}$$

~~т.к. H<<R~~

Для удобства нарисуем более подробный рисунок

Поскольку объект далёкий, направления на него будут параллельны.



Из чертежа видно, что h_{max} можно найти по формуле:

$$h_{max} = 180 - (90-\alpha) - (90-h) =$$

$$= 180 - 90 + \alpha - 90 + h = \alpha + h$$

$$h_{max} = 18° + 57{,}2' = 18° + 0{,}953° = 18{,}953°$$

$l = \sqrt{2RH + H^2}$; т.к. $H \ll R$, слагаемым H^2 можно пренебречь

$$\sin\alpha \approx \operatorname{tg}\alpha \approx \alpha$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{l}{R}$$

$$\alpha = \frac{l}{R};\quad \alpha = \frac{\sqrt{2 \cdot 0{,}885\,км \cdot 6400\,км}}{6400\,км} = \sqrt{\frac{1{,}77\ рад}{6400}} =$$

$$= 1{,}33 \cdot 80^{-1} = \frac{1{,}33}{80}\ рад = \frac{1{,}33 \cdot 3438'}{80} =$$

$$= 57{,}16' = 57{,}2' = 0{,}953°$$

Ответ: Максимальная высота $+18{,}953°$; Василий увидит объект 48 минут раньше.