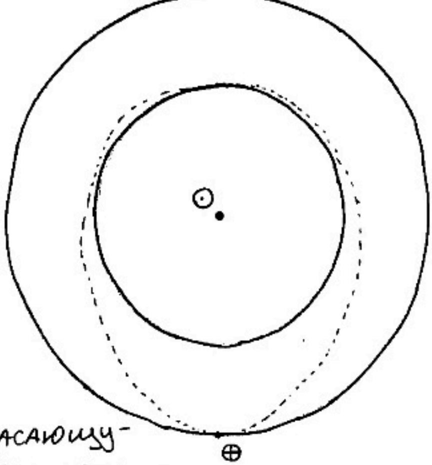
КОД: 266 лист 1/8

ЗАДАЧА 1 (1 лист)



Дано:
12.02.1961
Гомановская орбита

Найти:
Дата пролёта у Венеры

Решение:
Гомановская орбита представляет собой эллиптич. орбиту, касающуюся орбит планет старта и назначения, большая полуось такой орбиты $= \frac{a_c + a_н}{2}$
где a_c – большая полуось планеты старта,
$a_н$ – большая полуось планеты назначения.
Тогда по 3-му закону Кеплера:
$T = \sqrt{a^3}$ и время за которое аппарат достигнет планеты $= \frac{T}{2}$. Итоговая формула:

$$\boxed{t = \sqrt{\left(\frac{a_c + a_н}{2}\right)^3} : 2} \quad [t] = [\text{год}]$$

$$\frac{a_c + a_н}{2} = \frac{1 + 0,72}{2} = 0,86 \text{ а.е.}$$

$$0,86^3 = 0,7396 \cdot 0,86 \approx 0,64$$

$$\sqrt{0,64} = 0,8$$

$$\frac{0,8}{2} = 0,4 \text{ года}$$

$$0,4 \cdot 365,25 = 146 \text{ дней}$$

$$0,86 \cdot 0,86: \quad 516 + 688 = 0,7396$$

$$0,7396 \cdot 0,86: \quad 44376 + 59168 = 0,636056 \approx 0,64$$

$$365,25 \cdot 0,4 = 146,100 \approx 146$$

Распишу кол-во дней в месяцах:

ФЕВ	28 (осталось 16)	
МАР	31	47
АПР	30	77
МАЙ	31	108
ИЮНЬ	30	138
ИЮЛЬ	31	8д — 146

Пролёт около Венеры $\Rightarrow$ будет 8 июля 1961 года.

КОД: 266

ЗАДАЧА 2 (ЛИСТ 1/2)

Дано:
$T = 4^y$
$D = 600$ км
$V = 3\ \frac{км}{с}$
$T_{оси} = 4^d$

Найти:
~~t~~ τ - ?

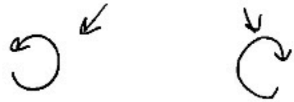
Решение:

Так как нам не даны направления вращения астероида, движение его по орбите и аппарата по поверхности астероида, рассчитаю значение t для разных случаев.

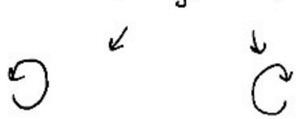
Шаг 1. Определим длительность солнечных суток — это синодический период T и $T_{оси}$

$$\frac{1}{S} = \left|\frac{1}{T} \pm \frac{1}{T_{оси}}\right|$$

Направление движения астероида по орбите



Направление вращения вокруг своей оси:



Тогда мы имеем 4 варианта:

I, II, III, IV: S_1, S_2, S_2, S_1

Для I и IV варианта S равны, тоже самое для II и III вар-ов.

$$S_1 = \frac{T \cdot T_{оси}}{T - T_{оси}} = \frac{365 \cdot 4 \cdot 4}{365 \cdot 4 - 4} = \frac{365 \cdot 4 \cdot \cancel{4}}{(365-1)\cancel{4}} = \frac{365 \cdot 4}{364} = 4{,}01$$

$$S_2 = \frac{T \cdot T_{оси}}{T + T_{оси}} = \frac{365 \cdot 4 \cdot 4}{365 \cdot 4 + 4} = \frac{365 \cdot 4}{366} = 3{,}989$$

$365 \cdot 4 = 1460$; $1460 : 364 = 4{,}01$; $1460 : 366 = 3{,}98$

Будем считать, что освещена ровно половина астероида, тогда $L = 90°$, $t = \frac{L}{\omega_{рез}}$, $\omega_{рез} = |\omega_A \pm \omega_T|$

Куда движется аппарат

„В сторону тени" — $\omega_{рез} = \omega_A + \omega_T$

„От тени" — $\omega_{рез} = |\omega_A - \omega_T|$

где ω_A - угловая скорость движения аппарата по экватору,
ω_T - угл. скорость тени

$$\omega_A = \frac{360}{T_{ап}} \qquad T_{ап} = \frac{l_{экв}}{v} = \frac{600\pi}{v} \Rightarrow \omega_{ап} = \frac{360 v}{600\pi} = \frac{18 v}{30\pi} = \frac{3 v}{5\pi}$$

$$\omega_T = \frac{360}{S_{1/2}} \qquad l_{экв} = 600\pi = 1884{,}9\ км.$$

КОД: 266 ЛИСТ 3/8

ЗАДАЧА 2 (ЛИСТ 2/2)

В итоге, получается 4 варианта:

1. S_1 „навстречу тени" $t_1 = \frac{90}{\omega_A + \omega_T}$
2. S_1 „от тени" $t_2 = \frac{90}{\omega_T - \omega_A}$
3. S_2 „навстречу тени" $t_3 = \frac{90}{\omega_T + \omega_A}$
4. S_2 „от тени" $t_4 = \frac{90}{\omega_T - \omega_A}$

$\omega_A = \frac{360}{T}$

$T = \frac{600\pi}{\upsilon}$ $\cancel{\frac{1884}{5}}$

$\omega_A = \frac{3\upsilon}{5\pi} = \frac{9}{15{,}7} = 0{,}57°/h$

ω_T для 1 и 2 вариантов:

$\omega_T = \frac{360}{S_1} = 90°/d = 3{,}75°/h$

ω_T для 3 и 4 вариантов:

$\omega_T = \frac{360}{S_2} = 90{,}25°/d = 3{,}76°/h$

примерно равны => остаётся 2 варианта:

1) $t_1 = \frac{90}{\omega_A + \omega_T} = 20{,}8^h$

2) $t_2 = \frac{90}{\omega_T - \omega_A} = 28^h$

$\zeta = \frac{t \cdot \upsilon}{\ell_{экв}}$; где t - время движения аппарата

$\ell_{экв}$ - длина экватора

ζ - доля экватора преодолённого аппаратом

$\zeta_1 = \frac{t_1 \cdot \upsilon}{\ell_{экв}} = \frac{20{,}8 \cdot 3}{600\pi} \approx 0{,}033$ $\quad \zeta_2 = \frac{t_2 \cdot \upsilon}{\ell_{экв}} \approx 0{,}045$.

$3{,}14 \cdot 5 = 15{,}70$

$900 : 157 = 0{,}57$ (785, 1150, 1099, 51)

$\cancel{3600 : 3{,}989 = 90{,}25}$

$360000 : \cancel{39}3{,}989 = 90{,}25$ (35901, 9900, 7978, 19220, 19945, 725)

$90 : 24 = 3{,}75$ (72, 180, 168, 120, 120, 0)

$90{,}25 : 24 = 3{,}76$ (72, 182, 168, 145, 144, 1)

$\frac{20{,}8 \cdot 3}{600\pi} = \frac{10{,}4 \cdot \cancel{3}}{\cancel{3}00} = \frac{10{,}4}{100\pi} = 0{,}033$

$\frac{28 \cdot 3}{600\pi} = \frac{14}{100\pi} = \frac{7}{50\pi} \approx 0{,}45$

$700 : 157 = 0{,}045$ (628, 720, 628, 920, 785)

Задача 3 КОД: 266

лист 4/8

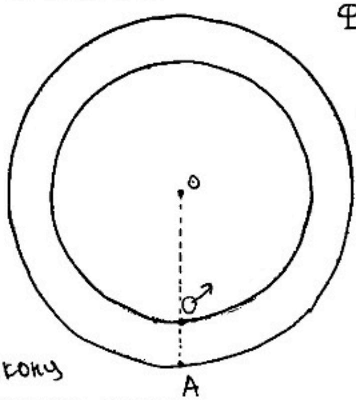
Дано:
$t = 2^y$ (марсианских)
А на Марсе

Найти:
$t_{сеанса}$ – ?
Φ – ?

Решение:

$\Phi = \frac{1+\cos\varphi}{2}$

φ – угол между объектом и Солнцем, вершина опирается на наблюдателя.
$\varphi = 0° \Rightarrow$
$\Phi = 1$.



Переведём марс. годы в земные:
$T_{♂} = 678^d \Rightarrow$

$T_A = \frac{2\cdot 678}{365} = 3{,}7^y$

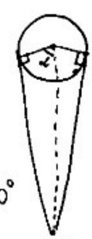
Теперь, по III-му закону Кеплера найдём большую полуось:

$T^2 = a^3 \Rightarrow a = \sqrt[3]{T^2} = \sqrt[3]{13{,}7} \approx 2{,}5$ а.е.

Тогда, сигнал от Марса до астероида и обратно долетает за $\frac{\Delta a \cdot 2}{c}$ $[a] = [км]$, $[c] = [\frac{км}{с}]$

~~[illegible]~~ $97{,}7$ сек $= t_{сигнала}$

$T_{♂ос} = 24{,}6^h$ $\omega_{♂} = \frac{360}{T_{♂ос}} = 14{,}634^{\circ/h}$



по теореме синусов:

$\frac{\Delta a}{\sin 90} = \frac{R_{♂}}{\sin(90-\alpha)}$ · $\frac{R_{♂}}{\cos\alpha} = \Delta a \Rightarrow \alpha = \arccos\left(\underbrace{\frac{R_{♂}}{\Delta a}}_{=0{,}00002}\right) \approx 90°$

$\Rightarrow t_{сеанса} = \frac{2\alpha}{\omega_{♂}} - t_{сигнал} = 43\cdot 10^3$ сек

$\approx 12^h$.

$\frac{2\cdot 678}{365} = \frac{1356}{365} = 3{,}7^y$ $\quad 678 \cdot 2 = 1356$

$1356 : 365 = 3{,}7$ (1095, 2610, 2555, 55.)

$2{,}5 \cdot 2{,}5$: 125, 50, 6,25

$339000000 : 149600000 = 0{,}00002$ (299200000, 39800000)

$\frac{180}{14{,}63} =$

$1800 : 146 = 12$ (146, 340)

$6{,}25 \cdot 2{,}5$: 3125, 1250, 15,625

$3600 \cdot 12$: 72, 36, 43200 $= 43\cdot 10^3$

КОД: 266 ЛИСТ 5/8

ЗАДАЧА №4 (лист 1/3)

Дано:

$a_{♃} = 3$ а.е.

$a_{♄} = 11$ а.е.

$T_{⊕} = 2^г$

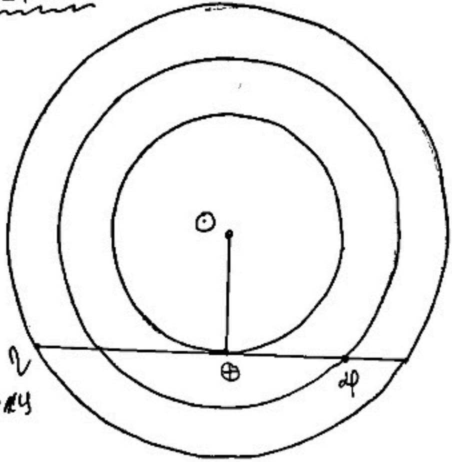
$M_{*} = 1{,}2 M_{⊙}$

Найти:

можно ли наб. "Сатурн-123"

?

Решение:



По III му закону Кеплера:

$$T^2 = \frac{4\pi^2 a^3}{G M_{ц.т.}}$$

отсюда находим $a_{⊕}$; $T_{♃}$ и $T_{♄}$

$$a_{⊕} = \sqrt[3]{\frac{T^2 G M_{ц.т}}{4\pi^2}} \approx 1{,}69 \text{ а.е.} \quad T_{♃} = 20{,}6 \quad T_{♄} = 33{,}2^г$$

Может быть много вариантов:

Земля-123 ↺↻ Юпитер-123 ↺↻ Сатурн ↻↺

=> синодический период Земли и Юпитера: 2 варианта:

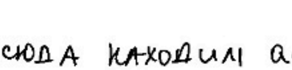
$$S_1 = \frac{T_{⊕} T_{♃}}{T_{⊕} + T_{♃}} \qquad S_2 = \frac{T_{⊕} \cdot T_{♃}}{|T_{⊕} - T_{♃}|}$$

~~$S_1 = 1{,}56^г$ $S_2 = 1{,}84^г$~~

$S_2 = 2{,}22^г$

Для S_2:

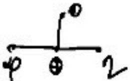
Сатурн-123 ↺↻



Т.к. получается слишком много вариантов и учитывая, что в основном планеты одной системы вращаются в одну сторону (т.к. формировались в одном протопланетном диске), будем считать 4 варианта:

напр-е вращения планет и изнач. положения планет.

КОД: 266 ЗАДАЧА 4 (лист 2/3) лист 6/8

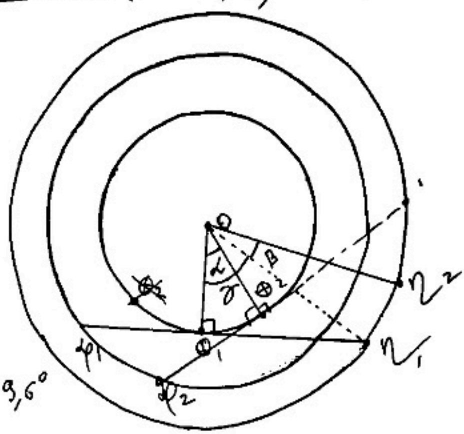
1 вариант: 

$S = \cancel{1,24} \; 2,22$ ч

$\omega_\oplus = 180°/ч$

$\omega_{\varphi} = \frac{360}{T_\varphi} = 17,5°/ч$

$\omega_{\eta} = \frac{360}{T_\eta} = 10,8°/ч$



$\alpha = \omega_\oplus \cdot S = 399,6° = 39,6°$

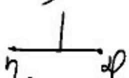
по теореме синусов:

$\frac{a_\oplus}{\sin(90-\gamma)} = \frac{a_\eta}{\sin 90}$, $\sin 90 = 1$, $\sin(90-\gamma) = \cos\gamma$

$\Rightarrow \gamma = \arccos\left(\frac{a_\oplus}{a_\eta}\right) = \arccos(0,051)$ — близко к 90° $\Rightarrow \gamma \approx 80°$

$\beta = \omega_\varphi \cdot S = 23,9° \approx 24°$

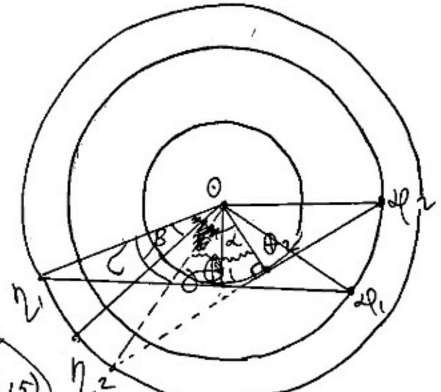
т.к. $\alpha > \beta$ в I в-те Сатурн можно наблюдать ночью. (условием является то, что Сатурн должен иметь элонгацию больше 90° — Сатурн не под горизонтом ночью.)

2 вариант: 

$\alpha = 39,6°$ (из 1 в-та)

$\beta = 24°$ (из 1 в-та)

~~$\sin(90-\alpha)$~~



$\frac{a_\oplus}{\sin(90-\gamma)} = \frac{a_\eta}{1}$

$\gamma = \arccos\left(\frac{a_\oplus}{a_\eta}\right) = \arccos(0,15) \approx 80°$

если $\beta < \gamma$, то

Сатурн ночью будет под горизонтом и не виден.

~~3 вариант:~~ 

Задача 4 (лист 3/3)

КОД: 266
лист 7/8

$$\frac{a_\oplus}{\sin(90-\gamma)} = \frac{a_{♄}}{\sin 90} \Rightarrow \gamma = \arccos\left(\frac{a_\oplus}{a_{♄}}\right) = \arccos 0{,}15 \approx 80^\circ$$

$$\zeta = \angle \oplus_1 \odot ♄_1 - \gamma + \alpha$$

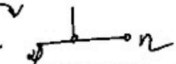
и если $\beta > \zeta$, то Сатурн не будет под горизонтом ночью.

~~$\angle \oplus_1 \odot ♄_1$ найдём через т. синусов:~~

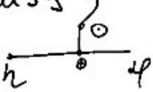
$$\cancel{\frac{a_\oplus}{\cos \angle \oplus_1 \odot ♄_1} = \frac{a_{♄}}{1} \qquad \angle \oplus_1 \odot ♄_1 = \arccos\left(\frac{a_\oplus}{a_{♄}}\right) \approx 80^\circ}$$

$$\angle \oplus_1 \odot ♄_1 = \gamma \approx 80^\circ \Rightarrow \zeta = \alpha.$$

т.к. $24^\circ < 39{,}6^\circ$ Сатурн не будет виден ночью.

3 вариант 

Это по сути вариант 2 (т.к. мы смотрим на систему „снизу")

4 вариант: 

= вариант 1.

КОД: 266

Задача 5 (1 лист/1)

Дано:

$t = 88^h$

$\Delta m = 0{,}75^m$

$m + M = 1{,}8 M_\odot$

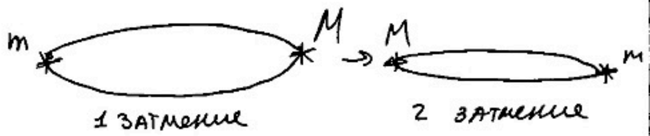
Найти:

a - ?

m - ?

M - ?

цвет - ?



$t = \frac{1}{2} T \qquad T = 88 \cdot 2 = 176^h = 176 \cdot 3600^{\text{сек}} =$

Отсюда, по III-му закону Кеплера:

$$T^2 = \frac{4\pi^2 a^3}{G M_{ц.т.}} \Rightarrow a = \sqrt[3]{\frac{T^2 G M_{ц.т}}{4\pi^2}} = 1{,}34 \cdot 10^{10} м = 1{,}34 \cdot 10^7 км.$$

Решение:

$a = a_1 + a_2$; $a_1 = a_2 \Rightarrow a_1 = 6{,}7 \cdot 10^6$ км.

т.к. ослабевания блеска равны, то можно сделать вывод, что 2 звёзды - одинаковые. $m = M$

$m + M = 1{,}8 M_\odot \Rightarrow m = M = 0{,}9 M_\odot = 0{,}9 \cdot 2 \cdot 10^{30}$ кг $= 1{,}8 \cdot 10^{30}$ кг.

А это звёзда класса G => её цвет жёлтый.

$$\begin{array}{r} 176 \\ \times\ 3600 \\ \hline 1056\ \ \\ 528\ \ \ \\ \hline 633600 \end{array}$$

$$T^2 = \begin{array}{r} 633600 \\ \times\ 633600 \\ \hline 38016\ \ \\ 19008\ \ \ \\ 19008\ \ \ \ \\ 38016\ \ \ \ \ \\ \hline 401448960000 \end{array} \approx 4{,}014 \cdot 10^{11}$$

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \quad M_{цт} = 1{,}8 \cdot 2 \cdot 10^{30}$

$T^2 \cdot G = 6{,}67 \cdot 4{,}014 = 27.$

$M_{ц.т} = 3{,}6 \cdot 10^{30}$

$4\pi^2 = 39{,}5$

$\frac{3{,}6}{39{,}5} = 0{,}09$

$$a = \frac{\sqrt[3]{27 \cdot 10^{30}}}{\sqrt[3]{1 : 0{,}09}} = 1{,}34 \cdot 10^{10} м.$$

$\sqrt[3]{11} \approx 2$