547 - 1

1.

Дано:

$v_r = 0$

$r_0 = 30$ пк

$v_T = 0{,}5''/\text{год}$

$T = 100^{\text{лет}}$

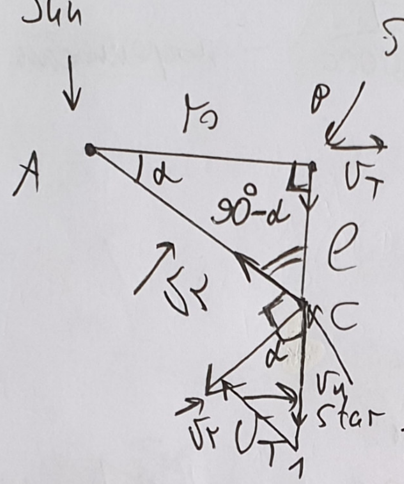
$\Delta\lambda = 0{,}1\,\text{Å}$

Решение:

Так как $v_r = 0 \Longrightarrow$ звезда находится на ближайшем расстоянии к Солнцу. Покажем рисунок:

$\Downarrow$

$\angle ABC = 90^\circ$



Значит $v_П = v_T$ ($v_П$ — полная скорость звезды в пространстве, v_r — лучевая скорость звезды, v_T — "тангенциальная скорость звезды" или "собственное движение")

Так как мы знаем полную скорость звезды — найдем, какое расстояние она пройдет за $T = 100^{\text{лет}}$ в пространстве ($BC = \ell$).

$$\ell = \underbrace{v_T'' \cdot r_0}_{v_П} \cdot T = \frac{0{,}5}{2\cdot 10^5}\,\text{рад} \cdot \frac{30\,\text{пк}}{1^{\text{год}}} \cdot 100^{\text{лет}} =$$

скорость в пространстве

$$= \frac{15\,\text{пк}}{2\cdot 10^{5}\,\text{год}} \cdot 100^{\text{лет}} = \frac{15}{2\cdot 10^3}\,\text{пк}$$

В ΔABC:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\ell}{r_0} = \frac{15}{2\cdot 10^3 \cdot 30}\,\frac{\cancel{\text{пк}}}{\cancel{\text{пк}}} = \frac{1}{4\cdot 10^3} = 0{,}25\cdot 10^{-3}$$

Так как $\operatorname{tg}\alpha \to 0$, $\alpha \to 0 \Longrightarrow \operatorname{tg}\alpha \approx \alpha$; $\alpha \approx 0{,}25\cdot 10^{-3}$ рад.

$$v_r = v_T \cdot \sin\alpha \approx v_T\,\alpha = \frac{15}{2\cdot 10^5}\,\frac{пк}{1\,г}\cdot\frac{1}{4}\cdot 10^{-3} =$$

$\boxed{547\text{-дг}}$

$$= \frac{15}{8\cdot 10^8}\,\frac{пк}{1\,г}$$ — лучевая скорость звезды

Так как наблюдения в оптическом диапазоне, то $\lambda \in [4000; 7000]\,Å$

Допустим, что $\lambda = 7000\,Å$ — наиб.

$$\Delta V = c\cdot\Delta z = 3\cdot 10^8\,м/с \cdot \frac{1}{70000}$$ — погрешность для V_r

$$\Delta V = \frac{3}{7}\cdot 10^4\,м/с$$

~~0,1 Å~~

Как мы можем заметить:

$$v_r = \frac{15\cdot 2\cdot 10^5}{8\cdot 10^8\cdot 365\cdot 24\cdot 3600}\,\frac{м}{с} = \frac{30}{8}\cdot\frac{1}{10^3\cdot 365\cdot 24\cdot 3600}\,\frac{м}{с} < \Delta V$$

Определить лучевую скорость звезды невозможно.

2.

Дано:

$T = 73^{d} = \frac{1}{5} T_{\oplus}$

$M_{зв} = -0,6^{m}$

$T_{зв} = 3400\ K$

$g = 0,7\ м/с^2$

$e_{max} - ?$

547-3

Решение:

Будем считать известными:

$T_{\odot} \approx 5800\ K$

$M_{\odot} \approx 4,7^{m}$

$R_{\odot} \approx 695 \cdot 10^{3}$ км.

Запишем з-н Погсона для абсолютных mag:

$$M_{зв} - M_{\odot} = -2,5 \lg\left(\frac{I_{зв}}{I_{\odot}} \cdot \frac{10\text{пк}^2}{10\text{пк}^2}\right)$$

$$-0,6^{m} - 4,7^{m} = -2,5 \lg\left(\frac{I_{зв}}{I_{\odot}}\right)$$

$$-5,3^{m} = -2,5 \lg\left(\frac{I_{зв}}{I_{\odot}}\right)$$

$$\approx +2 = \lg\left(\frac{I_{зв}}{I_{\odot}}\right) \quad -(10^{2,12} \text{ считать сложно})$$

$$I_{зв} \approx 100 I_{\odot}$$

з-н Стефана-Больцмана:

$$I_{зв} = \sigma T_{зв}^{4} \cdot 4\pi R_{зв}^{2}$$

$$I_{\odot} = \sigma \cdot T_{\odot}^{4} \cdot 4\pi R_{\odot}^{2}$$

$$100 = \left(\frac{T_{зв}}{T_{\odot}}\right)^{4} \cdot \left(\frac{R_{зв}}{R_{\odot}}\right)^{2}$$

$$\frac{R_{зв}}{R_{\odot}} = 10 \cdot \left(\frac{T_{\odot}}{T_{зв}}\right)^{2} = 10 \cdot 2,25 = 22,5$$

$$R_{зв} = 22,5 R_{\odot}$$

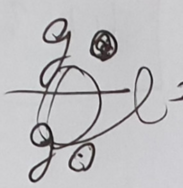
$$g = \frac{G M_{зв}}{R_{зв}^{2}} = 0,7\ м/с^2.$$

$$g_{\odot} = \frac{G M_{\odot}}{(R_{\odot})^{2}} \approx 250\ м/с^2$$

$$\frac{T_{\odot}}{T_{зв}} = \frac{58\cancel{00}}{34\cancel{00}} = \frac{26^{2,5,5}}{17} \approx 1,5$$

$$g_{\odot} = \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^{30}}{695^{2} \cdot 10^{12}} = \approx \frac{667 \cdot 2 \cdot 10^{7}}{695^{2}} = \frac{10^{3} \cdot 7 \cdot 2}{7^{2}} \approx \approx 250\ м/с^2$$

$$\frac{g_{\odot}}{g} = \frac{2500}{7} \approx 357,1.$$



$l =$

$0,87 \cdot 0,87$: 609, 696, $0,7569$

$22,5 \cdot 22,5$: 1125, 450, $506,25$

$360 \cdot 1,4$: 144, 36, 504

$$\frac{g_\odot}{g} = \frac{M_\odot}{M_{зв}} \cdot \frac{R_{зв}^2}{R_\odot^2} \approx 357,1.$$

$22,5 \cdot 695\,000$: 1125, 2025, 1350, $15\,637\,500$ км.

$$\frac{M_{зв}}{M_\odot} = \frac{506,25}{357,1} \approx \frac{506,25}{360} \approx 1,4.$$

$$\underline{\underline{M_{зв} \approx 1,4 M_\odot}}$$

Запишем ~~обобщ.~~ з-н Кеплера:

$$\frac{T_и^2}{T_\oplus^2} \cdot \frac{M_{зв}}{M_\odot} = \frac{a_и^3}{a_\odot^3} = \frac{1,4}{25} \approx 0,06 = \frac{66}{1000} \approx \left(\frac{4}{10}\right)^3$$

$$\boxed{a_и = 0,4 a_\odot} = 1,5 \cdot 0,4 \cdot 10^8 \text{ км.}$$

Так как $R_и = 22,5 R_\odot$, то оценку для e_{max} можно сделать так:

$$a_и \cdot (1 - e_{max}^2) = 22,5 R_\odot \approx 1,5 \cdot 10^7 \text{ км.}$$

$$1 - e^2 = \frac{1,5 \cdot 10^7 \text{ км}}{0,4 \cdot 1,5 \cdot 10^8 \text{ км}} = \frac{1}{0,4 \cdot 10} = \cancel{\frac{4}{100}}\ \frac{1}{4}$$

$\cancel{e \approx 0,96}$ $\qquad e^2 = 0,75$

$$\boxed{e = 0,87}$$

4. 5417-5

Дано:
T_1 = January 2003
T_2 = July 2097
$a < a_0$

Решение:

Если учитывать, что орбита примерно круговая, то можно записать связь синодического и сидерического периодов:

$$\frac{1}{S_a} = \frac{1}{T_a} - \frac{1}{T_\oplus}$$

$$S_A = 2097^y - 2003^y + \Delta S = 94^y + \Delta S$$

ΔS — разница в месяцах.

$\Delta S = \frac{1}{2}^y$ — между Январем и Июлем ≈ пол года.

$$S_A = 94{,}5^y$$

$$\frac{1}{94{,}5^y} = \frac{1}{T_a} - \frac{1}{1^y}$$

Так как при такой формуле получится, что $T_a > T_\oplus$, астероид вращается в противоположную сторону ($a_a < a_0$)

$$\frac{1}{T_a} = \frac{1}{1^y} - \frac{1}{94{,}5^y} = \frac{94{,}5}{93{,}5^y}$$

$$T_A = \frac{93{,}5}{94{,}5}y = \frac{935}{945}y = \frac{187}{189}y$$

Запишем 3-й Кеплера:

$$\frac{T_A^2}{T_\oplus^2} = \frac{a_A^3}{a_\oplus^3}$$

$189 \cdot 189$: 1701, 1512, 189 → 35721

$187 \cdot 187$: 1309, 1496, 187 → 34969

$$\boxed{547-6}$$

$$\frac{a_a^3}{a_\oplus^3} = \frac{\cancel{3572}\cdot 34969}{35721} \approx \frac{\cancel{10}^3\cdot 35}{\cancel{10}^3\cdot 35,7}$$

$\sqrt[3]{35} \approx 3,27$

$\sqrt[3]{35,7} \approx 3,29$ — долгий перебор чисел на черновике.

$$\frac{a_a}{a_\oplus} = \frac{\cancel{10}}{\cancel{10}}\cdot\frac{3,27}{3,29} \approx 0,9939$$

$$\boxed{a_a = 0,9939\, a_0}$$

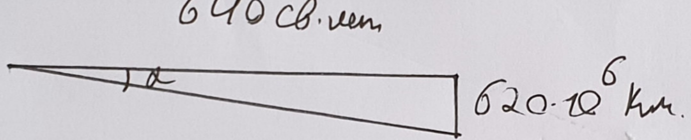
$$\begin{array}{r|l} -3270 & 329 \\ 2961 & 0,96 \\ \hline 3090 & \\ -2961 & \\ \hline 1290 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 3270 & 329 \\ -2961 & 0,9939 \\ \hline 3090 & \\ -2961 & \\ \hline 1290 & \\ -987 & \\ \hline 3030 & \\ -2961 & \\ \hline \end{array}$$

3.

Антарес – красный сверхгигант. Два самых известных красных сверхгигантов это Бетельгейзе и Антарес. Зная примерные значения размеров Бетельгейзе, найдем её угловой размер, и он будет соизмерим с Антаресом.

$$\begin{cases} R_Б \approx 620\cdot10^6\,км \\ r_Б \approx 640\ св.\,лет \end{cases}$$



$$\begin{array}{r} 42 \\ \times\ 365 \\ \hline 1210 \\ 252\ \ \\ 126\ \ \ \ \\ \hline 15330 \end{array}$$

$tg\alpha = \alpha$, $\alpha \to 0$

$$tg\alpha = \frac{620\cdot\cancel{10^6}\,км}{640\cdot3\cdot\cancel{10^5}\,км/с\cdot365\cdot8640\cancel{0}\,с} =$$

$$= \frac{62\cancel{0}}{64\cancel{0}}\cdot\frac{1}{3\cdot365\cdot8640} \approx$$

$$\approx \frac{1}{3\cdot365\cdot8640} \approx \alpha$$

$$\alpha = \frac{2\cdot10^5}{3\cdot365\cdot8640}'' = \frac{2\cdot10^4}{3\cdot365\cdot86} \approx \frac{10^4}{46000} \approx$$

812

$$\approx 0{,}2''$$

$$O = 2\cdot2 = 0{,}4''$$

547-8

5.

Дано:

$\varphi_1 = 62^\circ$

$\lambda_1 = 37^\circ$

$\varphi_2 = 44^\circ$

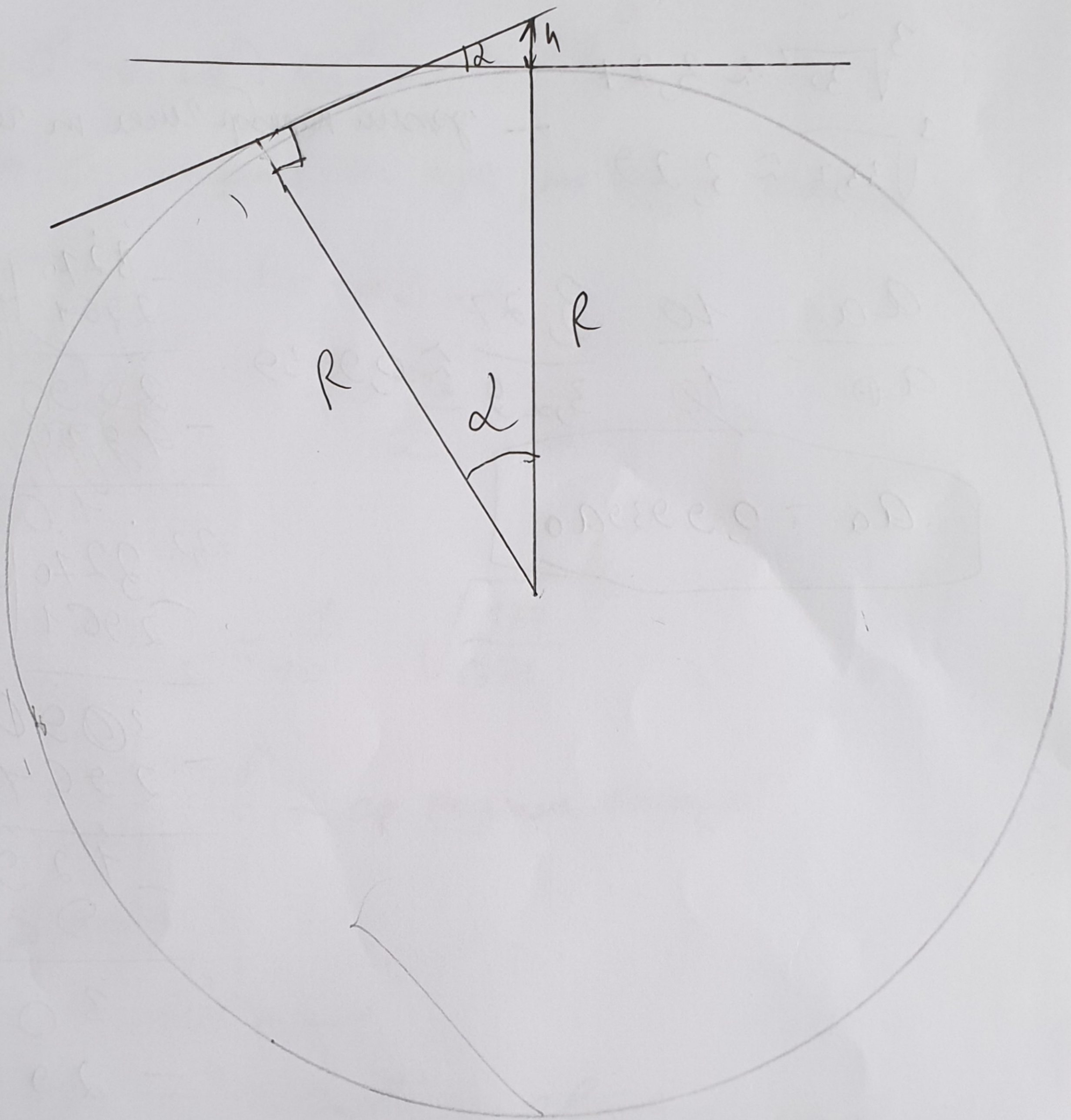
$\lambda_2 = 113^\circ$

$h = 885$ м

h_{max} – ?

ΔT – ?

Решение:



Для начала, прочитав условие, поймем, что звезда для Аркадия кульминирует на горизонте к югу от зенита $\Longrightarrow$ Эта кульминация ~~нижняя~~ верхняя.

$0 = h_{в_1} = 90^\circ - \varphi_1 + \delta \Longrightarrow \delta_☆ = -28^\circ$

547-9

Посчитаем верхнюю кульминацию этой же звезды но для Василия:

$$h_{B_2} = 90^\circ - \varphi_2 + \delta = 46^\circ - 28^\circ = 22^\circ$$

Так как он находится на горе, то будет понижение горизонта на $\alpha \Rightarrow h_r = h_{B_2} + \alpha$.

$$\cos\alpha = \frac{R}{R+h} \approx 1 - \frac{\alpha^2}{2}, \quad \alpha \to 0$$

$$\frac{\alpha^2}{2} = \frac{885}{6371 \cdot 10^3}$$

$$\alpha^2 = \frac{177\cancel{0}}{6371 \cdot 10^{6} \cdot 2} = \frac{1}{10} \cdot \sqrt{\frac{177}{6371}}$$

$$\cos t = \frac{\cos z - \sin\varphi \sin\delta}{\cos\varphi \cos\delta}$$ — сф. теорема косинусов

Для Аркадия:

$$\cos t_1 = -\operatorname{tg}\varphi \operatorname{tg}\delta \approx -1$$

$t_1 = 180^\circ = 12^h$ — часовой угол звезды для Аркадия

$$\Delta T = \Delta T_M + \Delta\frac{\lambda}{15} = \Delta t + \frac{\Delta\lambda}{15} = \Delta t + \frac{12}{15}h.$$ —

— разница времен верхних кульминаций

$t_2 = h_r / \omega_\oplus$ — звезда лежит на неб. экваторе.