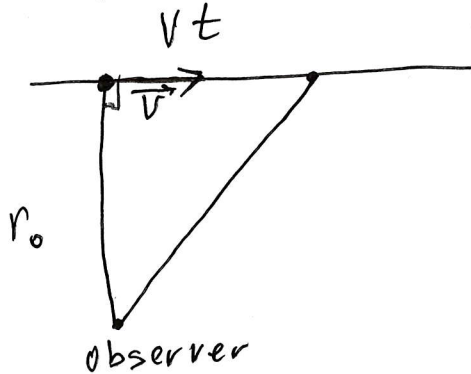


166 кг

лист 1 из 1

Задача 1.

Рисунок:



Все численные подстановки
расписаны выше ↓

1) Поскольку ~~собственная~~ лучевая скорость звезды в данный момент равна нулю, она находится на минимально возможном расстоянии от Солнца и летит перпендикулярно направлению на него.

$r_0 = 30 \text{ ПК}$ $\mu_0 = 0,5''/\text{год}$

2) Тангенциальная скорость звезды в настоящий момент:

$$v_T \left[\frac{\text{км}}{\text{с}} \right] = r_0 \cdot \mu_0 \cdot 4,74 = 30 \cdot 0,5 \cdot 4,74 = 71,1 \frac{\text{км}}{\text{с}}$$

3) Заметим, что тангенциальная скорость звезды в настоящий момент равна ее поперечной скорости, поскольку

$$v^2 = v_b^2 + v_r^2, \quad [v_r = 0] \rightarrow [v_T = v]$$

Следовательно, поперечная пространственная скорость звезды

$$[v = 71,1 \text{ км/с}]$$

4) В ~~качестве~~ качестве длины волны центра видимого диапазона возьмем $\lambda_0 = 5500 \text{ \AA}$.

Классической (нерелятивистской, т.к. звезда 100% не приобретает никогда скорости хотя бы 0,1 с) формулы Доплера:

$$\frac{v_r}{c} = \frac{\Delta \lambda}{\lambda_0}$$

($R = \frac{\lambda_0}{\Delta \lambda}$ — разрешение спектрографа)

$$v_r = c \frac{\Delta \lambda}{\lambda_0} = c \cdot \frac{0,1 \text{ \AA}}{5500 \text{ \AA}} \approx c \cdot 1,8 \cdot 10^{-5} = 3 \cdot 10^5 \cdot 1,8 \cdot 10^{-5} \left[\frac{\text{км}}{\text{с}} \right] =$$

$$= 5,4 \frac{\text{км}}{\text{с}}$$

Большее можно фиксировать.

минимальная лучевая скорость, которую можно зафиксировать с этим прибором.

Вычислим $[\frac{\text{км}}{\text{с}}]$ $[\frac{\text{км}}{\text{с}}]$

2) $30 \cdot 0,5 \cdot 4,74 = 15 \cdot 4,74 = 71,1 \text{ км/с}$

$$\frac{1}{5 \cdot 10^4} = 0,2 \cdot 10^{-4} = 2 \cdot 10^{-5}$$

$$3 \cdot 10^5 \cdot 1,8 \cdot 10^{-5}$$

4) $\frac{0,1}{5500} = \frac{1}{55000} \approx \frac{1}{50000}$

~~$0,0002 \cdot 50 \cdot 10^4 = 2$~~

4,74
x 15

2370
474

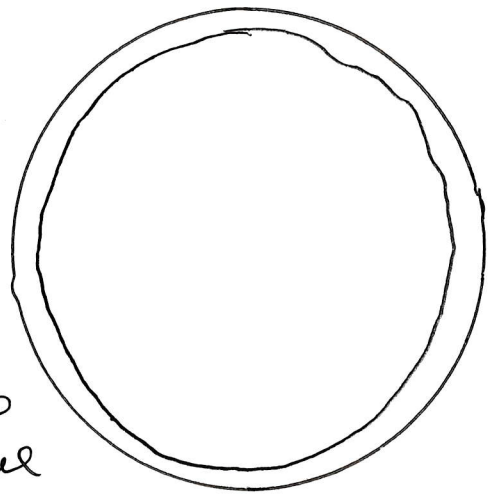
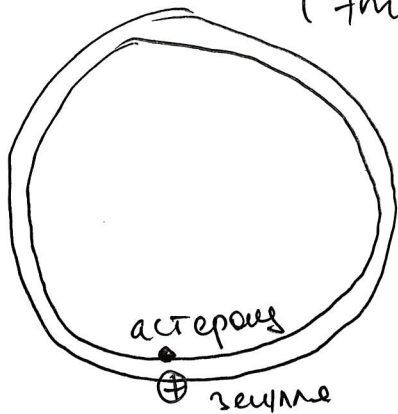
71,10

Задача №4.

1) Земля проходит перигелий своей орбиты как раз примерно в даты, когда два астероида ~~Аполлон~~. Но все-таки есть еще другие, это уменьшает ^{астероид} вероятность орбиты Земли не наступит.

2) Рисунки (масштаб даже можно не соблюдать):

(Это орбиты, которые вообще-то круговые).



Поскольку синодический период астероида меньше одного года, можно сразу сказать, что он обращается вокруг Солнца в том же направлении, что и Земля.

3) 2003 - наименьшее сближение, а значит, минимальное сближение астероида.

2027 - аналогично. Промежутки времени между этими событиями:

94 года 4 месяца, т.е. 94,5 лет. = S

4) Внешнее прав поле Земли, кажется, реально не улавливается.

Синодическое уравнение:

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}$$

$$\frac{1}{94,5} = \frac{1}{T_{аст}} - \frac{1}{1,00}$$

$$\frac{1}{94,5} = \frac{1,00 - T_{аст}}{T_{аст}}$$

$$94,5 = \frac{T_{аст}}{1,00 - T_{аст}}$$

~~$$94,5 = 1,00 - T_{аст}$$

$$94,5 T_{аст} = 1,00 - T_{аст}$$~~

$$94,5 - 94,5 T_{аст} = T_{аст}$$

$$94,5 = 95,5 T_{аст}$$

$$\frac{94,5}{95,5} [лет] = T_{аст}$$

Задача 24. Прогнозирование

5)

В соответствии с III законом Кеплера (гравитационным):

$$\left(\frac{945}{955}\right)^{\frac{2}{3}} = a_{аст}$$

Поэтому, что вычислить это вручную без калькулятора кесильно проблематично.

$$1 - a_{аст} = 1 - \left(\frac{945}{955}\right)^{\frac{2}{3}}$$

$$\left(\frac{945}{955}\right)^{\frac{2}{3}} = \left(\frac{955-10}{955}\right)^{\frac{2}{3}} = \left(1 - \frac{10}{955}\right)^{\frac{2}{3}}$$

Эту штуку можно разложить в ряд Тейлора.

Если разложить выражение вида $(1+x)^n$ в ряд Тейлора, получим $1+nx$. $x = \frac{10}{955}$, это мало. Значит, можно так сделать.

$$\left(1 - \frac{10}{955}\right)^{\frac{2}{3}} = 1 - \frac{2}{3} \cdot \frac{10}{955} = 1 - \frac{20}{3 \cdot 955}$$

$\frac{20}{3 \cdot 955}$ считаем в столбик (внизу), получаем $\approx 0,0069 = 0,007$

Отсюда дальшая погрешность порядка астериска

$$a_{аст} = 1 - 0,007 = 0,993 \text{ а.е. } (\pm 0,001)$$

Ответ: $(0,993 \pm 0,001) \text{ а.е.}$

Вычисление.

$$\begin{array}{r} 20 \\ \hline 3 \cdot 955 \\ \times 955 \\ \hline 2865 \end{array}$$

$$\frac{20}{2865} = \frac{4}{573}$$

$$\frac{2865}{5} = \frac{2000 + 800 + 60 + 5}{5} = 400 + 160 + 12 + 1 =$$

$$\begin{array}{r} 4,0000 \\ - 40 \\ \hline 400 \\ - 400 \\ \hline 0000 \\ \hline 2433 \\ \hline 2865 \end{array} \quad \begin{array}{r} 573 \\ \hline 0,0069 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} = 573 \\ \times 7 \\ \hline 4011 \\ \hline 573 \\ \times 6 \\ \hline 3438 \end{array}$$

Задача №2.

Объяснение: 

Пусть M - масса звезды

T - эффективная температура звезды

R - радиус звезды

g - ускорение на пов-ти звезды

e - эксцентриситет орбиты планеты

1) $g = \frac{GM}{R^2}$ ускорение на пов-ти звезды

G - грав. постоянная

2) $L = 4\pi R^2 \sigma T^4$ Закон Стефана-Больцмана

σ - постоянная Стефана-Больцмана

3) Сравнение абсолютных звездных величин данной звезды и Солнца и их светимостей (формула Погсона по разности):

$$\frac{L}{L_0} = 10^{0,4(M_0 - M)}$$

M_0 - абсолютная звездная величина Солнца;

$$M_0 = 4,8^m$$

L_0 - светимость Солнца, $L = 3,86 \cdot 10^{26}$ Вт

$$L = L_0 \cdot 10^{0,4(M_0 - M)} = L_0 \cdot 10^{0,4(4,8 + 0,6)} = 10^{0,4 \cdot 5,4} \cdot L_0$$

$L = 160 L_0$

4) Зная светимость и температуру звезды, найдем ее радиус:

~~$$160 \cdot 3,86 \cdot 10^{26} = 4 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot \sigma \cdot (3,4 \cdot 10^3)^4$$

$$R = \sqrt{\frac{160 \cdot 3,86 \cdot 10^{26}}{4 \pi \sigma (3,4 \cdot 10^3)^4}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{160 \cdot 3,86 \cdot 10^{26}}{3,4 \cdot 10^3}} \cdot \sqrt{\frac{1}{\pi \sigma}}$$~~

звезда красная и явно очень большая.

Лучше всего сравнить звезду с Солнцем напрямую:

$$160 \cdot 4\pi R_0^2 \sigma T_0^4 = 4\pi R^2 \sigma T^4$$

$$160 R_0^2 T_0^4 = R^2 T^4$$

чтобы избегать констант типа σ и бесшумных величин.

Вычисления:

$$3) 10^{0,4 \cdot 5,4} \approx 10^{2,2} = 10^{2+0,2} = 10^2 \cdot 10^{0,2} = 100 \cdot 1,6 = 160$$

$\begin{matrix} 5,4 \\ \times 0,4 \\ \hline 21,6 \end{matrix}$ $1,5^2 = 2,25$ $1,6^2 = 2,56$ $10^{0,2} = \sqrt{2,56} = 1,6$

166 kg

Задача №2. Прегоняване.

мисл 6 юл 14

$$R^2 = \frac{160 R_0^2 T_0^4}{T^4} \Rightarrow R = \frac{R_0 T_0^2}{T^2} \sqrt{160} = R_0 \left(\frac{T_0}{T} \right)^2 \sqrt{16 \cdot 10}$$

$$R = R_0 \cdot \left(\frac{5850}{3400} \right)^2 \cdot 4 \sqrt{10} = R_0 \cdot (1,7)^2 \cdot 4 \sqrt{10} \approx R_0 \cdot (1,7)^2 \cdot 4 \cdot 3,16 =$$

$$\approx 2,9 \cdot 4 \cdot 3,2 \cdot R_0 \approx 9,3 \cdot 4 R_0 = (36 + 1,2) R_0 \approx \boxed{37 R_0}$$

5) Знае радиус, можем да намерим масата:

$$g = \frac{GM^2}{R^2} \Rightarrow M = \frac{gR^2}{G}$$

В масах Слънца:

$$\frac{M}{M_0} = \frac{gR^2}{GM_0} = \frac{0,7 \cdot (37 R_0)^2}{6,7 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^{30}} = \frac{0,7 \cdot 37^2 R_0^2}{6,7 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^{30}} =$$

$$= \frac{7 \cdot 10^{-1} \cdot 37^2 R_0^2}{7 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^{30}} = \frac{37^2 R_0^2}{10^{-10} \cdot 2 \cdot 10^{30}} = \frac{37^2 R_0^2}{2 \cdot 10^{20}} =$$

$$= \frac{37^2 \cdot (7 \cdot 10^8)^2}{2 \cdot 10^{20}} = \frac{1370 \cdot 49 \cdot 10^{16}}{2 \cdot 10^{20}} = \frac{1,4 \cdot 10^3 \cdot 5 \cdot 10^1 \cdot 10^{16}}{2 \cdot 10^{20}} =$$

~~$$= \frac{7 \cdot 10^{14}}{2 \cdot 10^{20}} = 3,5 \cdot 10^{-6} = \frac{7 \cdot 10^{20}}{2 \cdot 10^{20}} = 3,5$$~~

$$\boxed{M = 3,5 M_0}$$

Проверка:

$\begin{array}{r} \times 37 \\ 37 \\ \hline 259 \\ \hline 111 \\ \hline 1369 \end{array}$	$\begin{array}{r} \times 37 \\ 37 \\ \hline 111 \end{array}$	$\begin{array}{r} \times 37 \\ 37 \\ \hline 111 \end{array}$	$\begin{array}{r} 3700 \\ - 370 \\ \hline 330 \\ - 330 \\ \hline 400 \end{array}$	$\begin{array}{r} 37 \\ - 37 \\ \hline 55 \\ 0,67 \end{array}$	$\begin{array}{r} 37+17 \\ 37 \\ \hline 110,5 \end{array}$
---	--	--	---	--	--

Задача 2. Продолжение. 6)

III закон Кеплера для этих планет и звезды:

$$4\pi^2 a^3 = G M T^2$$

III закон Кеплера для Солнца и Венеры:

$$4\pi^2 a_{\oplus}^3 = G M_{\odot} T_{\oplus}^2$$

Делим это на второе и получаем:

$$\frac{a^3}{a_{\oplus}^3} = \frac{M T^2}{M_{\odot} T_{\oplus}^2}; \left(\frac{a}{a_{\oplus}}\right)^3 = 3,5 \left(\frac{73}{365,25}\right)^2$$

$$\left(\frac{a}{a_{\oplus}}\right)^3 = 3,5 \left(\frac{1}{5}\right)^2 = \frac{3,5}{25} = 0,14$$

↓

$$a [a.e.] = \sqrt[3]{0,14} = 0,55 a.e.$$

Радиус звезды в астрономических единицах:

$$\frac{R}{a.e.} = \frac{37 R_{\odot}}{a.e.} = \frac{37 \cdot 7 \cdot 10^5}{1,5 \cdot 10^8} = \frac{37 \cdot 4,7}{10^3} = \frac{174}{10^3} \approx 0,18$$

$R \approx 0,18 a.e.$ Максимальный возможный экцентриситет орбиты планеты

должен удовлетворять условию: радиус звезды не больше периферического расстояния планеты.

Вычисления

$$\frac{73}{365} = \frac{250}{35} = \frac{50}{7} = 7 \cdot 96 \times 0,6 \times 0,6 = \frac{365}{73} \left| \begin{array}{r} \times 36 \\ 6 \\ \hline 216 \end{array} \right.$$

$$\frac{365}{73} \approx \frac{3,5}{7} \times 4,7 = \frac{148}{73} \approx 2,03$$

$$0,5 \times 0,5 \times 0,5 = 0,125 \approx \frac{1}{8}$$

$$\sqrt[3]{0,14} \approx 0,52$$

$$\frac{73}{365} = \frac{1}{5} \approx 0,2$$

$$\frac{1,5}{73} \times 36 = \frac{54}{73} \approx 0,74$$

(66 кол)

Мест (8) 19

Задача №2 Прогнозирование.

Презабельный сигнал, соответствующий e_{max} :

$$a(1 - e_{max}) = R$$

$$0,55(1 - e_{max}) = 0,18 \rightarrow e_{max} = \frac{37}{55}$$

$$e_{max} = 0,67$$

см. лист 9

Задача №5. А - Аркадий, В - Василий

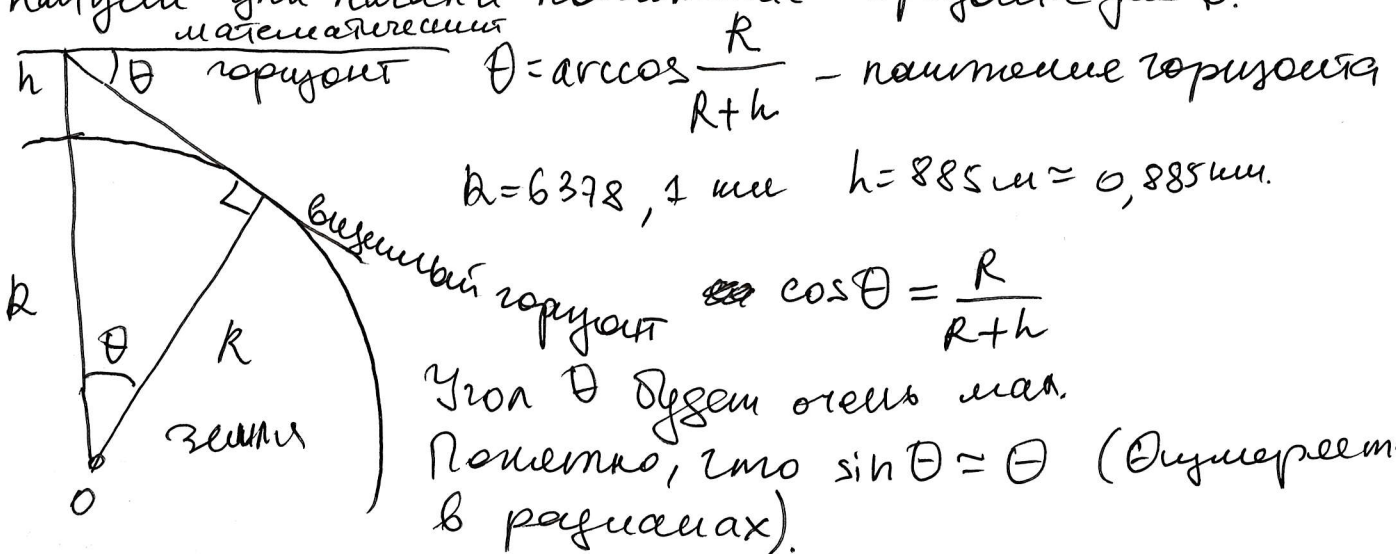
1) Раз где А облетел еда вылетает из-под горизонта в направлении юга, при этом сам А находится в Северном полушарии, значит,

1.1) Облет в верхней кульминации

1.2) Его высота 0°

Так как это сферическая геометрия пренебречь, на разницу все равно.

2) Найдем для начала понятие горизонта где В.



$\cos \theta = \sqrt{1 - \sin^2 \theta}$ - Основное тригонометрическое тождество

Разложим этот корень в ряд Тейлора:

$(1+x)^n = 1+nx$ при малых $x \rightarrow$

$$\rightarrow \cos \theta = 1 - \frac{\theta^2}{2} \rightarrow \cos \theta = \frac{2 - \theta^2}{2} \rightarrow$$

$$\rightarrow 2 \cos \theta = 2 - \theta^2 \rightarrow 2 \frac{R}{R+h} = 2 - \theta^2$$

$$\theta^2 = 2 - \frac{2R}{R+h} = 2 \left(1 - \frac{R}{R+h}\right)$$

$$\theta = \sqrt{2 \left(1 - \frac{R}{R+h}\right)} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{1 - \frac{R}{R+h}}$$

~~можно разложить в ряд Тейлора. НЕЛЬЗЯ~~

Задача №5. Проголосуйте!

Вычислите высоту

~~$$\theta = \arcsin \left(1 - \frac{R}{2(R+h)} \right) = 1,41 \cdot \left(1 - \frac{0,99983}{2} \right) =$$~~

~~$$= 1,41 \cdot \frac{2 - 0,99983}{2} = 1,41 \cdot \frac{1,00017}{2} =$$~~

~~$$= 1,41 \cdot 0,500085 = 0,7$$~~

~~$$\cos \theta = 1 - \frac{\theta^2}{2} ; \theta^2 = 1 - \cos \theta = 0,00017$$~~

~~$$\theta^2 = 0,00034 \rightarrow \theta = \sqrt{0,00034} = \sqrt{3,4 \cdot 10^{-4}} =$$~~

~~$$= \sqrt{3,4} \cdot \sqrt{10^{-4}} = 10^{-2} \cdot \sqrt{3,4} = 1,85 \cdot 10^{-2}$$~~

$\theta = 1,85 \cdot 10^{-2}$ рад \rightarrow переведем в секунды

$\theta = 1,85 \cdot 10^{-2} \cdot 2,06 \cdot 10^5 \text{ ''}$

$\theta = 3,8 \cdot 10^3 \text{ ''}$

$\theta = \frac{3,8 \cdot 10^3}{60} = 0,62 \cdot 10^2 = 60'$

Переведем в минуты

$\theta = 60' \approx 1^\circ$

1,8
x 1,8

144
180

324

\leftarrow Вычисление.

Вычисление:

$\begin{array}{r} 1,85 \\ \times 2,06 \\ \hline 1110 \\ 370 \\ \hline 38110 \end{array}$	$\begin{array}{r} 88500000 \\ - 0 \\ \hline 8850 \\ \dots 00 \\ \dots 00 \\ \hline 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 6378985 \\ 0,00 \\ \hline \end{array}$	$\approx \frac{300}{6400000} \approx \frac{1}{7 \cdot 10000}$
--	---	--	---

$$\frac{R}{R+h} = \frac{6378,1}{6378,1+0,885} = \frac{6378,1}{6378,985} = \frac{6378,985 - 0,885}{6378,985} =$$

$$= 1 - \frac{0,885}{6378,985} = 1 - \frac{885}{6378985}$$

$$\frac{300}{6400000} = \frac{1}{7000} = \frac{1}{7} \cdot 10^{-3} \approx 1,67 \cdot 10^{-3}$$

166 Кос

Мет (11) у 14

~~Мет (10) у 14~~

Задача №5. Продолжение.

3) Теперь найдем ~~наклон~~ Склонение δ светила, зная, что для наблюдателя А на широте $\varphi_1 = 62^\circ$ в верхней кульминации оно находится на высоте 0° .

$$90^\circ = |\varphi_1 - \delta| \quad \delta < \varphi_1 \rightarrow 90^\circ = \varphi_1 - \delta \rightarrow \boxed{\delta = -28^\circ}$$

4) Найдем высоту h_x светила над математическим горизонтом наблюдателя В (широта $\varphi_2 = 44^\circ$):

$$h_x' = 90^\circ - |\varphi_2 - \delta| = 90^\circ - |44^\circ + 28^\circ| = 90^\circ - 72^\circ = 18^\circ$$

5) Поскольку почитание горизонта аддитивно, высота объекта над видимым горизонтом наблюдателя В будет складываться из модуля почитания горизонта и высоты над математическим горизонтом:

$$\boxed{h_x = |\theta| + h_x' = 18^\circ + 1^\circ = 19^\circ} \quad \leftarrow \text{Ответ 1.}$$

6) Ранее или позже увидит объект В?

Земля:



Вашингтон находится восточнее Кульминация объекта, а ут тем бо-
лее его восход, Вашингтон увидит
раньше Аризоне.

Насколько раньше? Кульминация у В.
происходит на $\left(\frac{12}{15}\right)^h = \frac{12 \cdot 60}{15} = 48^m$
48 минут раньше, чем у Аризоне.

Восход на $48^m + \left[\arccos(-\frac{1}{2}\varphi_2 + \delta) \right]$ раньше
3ч

Задача №3

Сначала все теоретические формулы.

1) Пусть светимось от Антареса L , радиус R , температура T .
Тогда по закону Стефана-Больцмана:

$$(A) L = 4\pi R^2 \sigma T^4, \text{ где } \sigma - \text{Постоянная Стефана-Больцмана}$$

2) Освещенность E , создаваемая Антаресом в окрестностях Земли:

$$(B) E = \frac{L}{4\pi r^2} = \frac{4\pi R^2 \sigma T^4}{4\pi r^2} = \left(\frac{R}{r}\right)^2 \sigma T^4,$$

где r - расстояние до Антареса.

3) Угловой радиус Антареса β : $\beta = \frac{R}{r}$, углы в радианах.

Подставляем β в (B) и получаем:

$$E = \beta^2 \sigma T^4 \quad (Г)$$

4) По формуле Поуассона сравним освещенности, создаваемые Антаресом и Солнцем:

$$(Д) \frac{E}{E_0} = 10^{0,4(m_0 - m)}, \text{ где } m_0 - \text{видимая звездная величина Солнца; } m - \text{видимая звездная величина Антареса; } E_0 - \text{освещенность, создаваемая Солнцем в окрестностях Земли; } E_0 \approx 1360 \text{ Вт/м}^2.$$

(не в фильтре V)

5) Подставим (Г) в (Д) и получаем:

$$E = E_0 \cdot 10^{0,4(m_0 - m)} = \beta^2 \sigma T^4$$

6) Заметим, что искомый угловой размер (диаметр):

$$\boxed{r = 2\beta} \quad (E)$$

$$\beta^2 = \frac{E_0 \cdot 10^{0,4(m_0 - m)}}{\sigma T^4} \rightarrow \beta = \frac{10^{0,2(m_0 - m)}}{T^2} \sqrt{\frac{E_0}{\sigma}}$$

Заметим, что $E_0 = \beta^2 \sigma T_0^4$, где β - угловой радиус Солнца.
Это уже для красоты тоже можно подставить.

166 Кос.

Лист (14) из 14

Задача №3. Прогонка

$$\beta'' = 960 \cdot 10^{-5} = 0,00960'' \approx 9,6 \text{ mas}$$

$$\gamma = 2\beta = 19 \text{ mas}$$