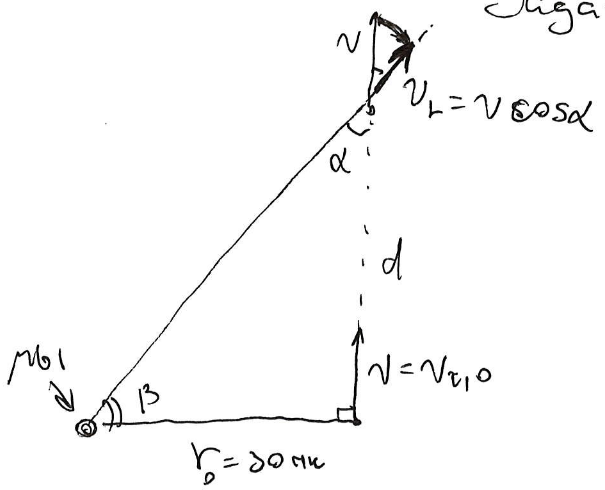
Задача 1



$\alpha + \beta = 90°$

1.) т.к. $v_{r,0} = 0$

то в данный момент звезда движется перпендикулярно лучу зрения, как на рис.

$\Rightarrow v_{\tau,0} = v$

$$v = v_{\tau,0} = 4{,}74\, \mu_0 r_0 = 4{,}74 \cdot 0{,}5'' \cdot 30 пк = 71{,}1\ \frac{км}{с}$$

$$d = vT = 71{,}1 \cdot \pi \cdot 10^7 \cdot 100\ [км] = 220{,}4 \cdot 10^9\ км$$

$$d = \frac{220{,}4 \cdot 10^9\ км}{206265 \cdot 150 \cdot 10^6\ \frac{км}{пк}} = \frac{220{,}4 \cdot 10^9}{3{,}1 \cdot 10^{13}} = 73{,}4 \cdot 10^{-4} = 7{,}3 \cdot 10^{-3}\ пк$$

$v_r = v\cos\alpha = v\sin\beta$

$$tg\,\beta = \frac{7{,}3 \cdot 10^{-3}}{30} = 2{,}4 \cdot 10^{-4}$$

~~sin β~~ $tg\,\beta << 1 \Rightarrow tg\,\beta \simeq \sin\beta$

$\Rightarrow \sin\beta = 2{,}4 \cdot 10^{-4}$

$$\Rightarrow v_r = 71{,}1 \cdot 2{,}4 \cdot 10^{-4} = 1{,}7 \cdot 10^2 \cdot 10^{-4} = 1{,}7 \cdot 10^{-2}\ \frac{км}{с}$$

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c}$$

$$\Delta\lambda = \frac{v}{c} \cdot \lambda = \frac{1{,}7 \cdot 10^{-2}\ \frac{км}{с}}{3 \cdot 10^5\ \frac{км}{с}} \cdot 5500\ Å = 0{,}6 \cdot 10^{-7} \cdot 5{,}5 \cdot 10^3 =$$

спектрометр оптический $\Rightarrow \lambda \sim 5500\ Å$

$$= 3{,}3 \cdot 10^{-4}\ Å < 0{,}1\ Å$$

$\Rightarrow$ Ответ: нет, луч. скорость обнаружить не удастся

183

Задача 2

Рассчитаем параметры звезды:

$$\frac{L}{L_\odot} = 10^{0,4(M_\odot - M)} = 10^{0,4(4,8+0,6)} = 10^{0,4\cdot 5,4} = 10^{2,16} =$$

$$= 10^2 \cdot 10^{0,16} = 10^2(1+2,3\cdot 0,16) = 10^2 \cdot 1,368$$

$10^x \approx 1+(\ln 10)x = 1+2,3x$

при $x \ll 1$

$$\Rightarrow \frac{L}{L_\odot} = 1,37\cdot 10^2$$

$$L \sim R^2 T^4$$

$$\Rightarrow \frac{L}{L_\odot} = \frac{R^2 \cdot T^4}{R_\odot^2 \, T_\odot^4} \Rightarrow \frac{R^2}{R_\odot^2} = \frac{L \cdot T_\odot^4}{L_\odot \cdot T^4} = 1,37\cdot 10^2 \cdot \left(\frac{5800^4}{3400^4}\right) =$$

$$= 1,37\cdot 10^2 \cdot \frac{58^4}{34^4} = 1,37\cdot 10^2 \cdot \frac{29^4}{17^4} = \cancel{1,37\cdot 10^2 \cdot \frac{3,1\cdot 10^5}{1,37\cdot 10^4}} =$$

$$= 1,37\cdot 10^2 \cdot \frac{3,1\cdot 10^5}{8,4\cdot 10^4} = 1,37\cdot 10^2 \cdot 3,69 \Rightarrow$$

$$\frac{R^2}{R_\odot^2} = 5,2\cdot 10^2$$

$$g = \frac{GM}{R^2} \Rightarrow M = \frac{gR^2}{G} = \frac{g\cdot 5,2\cdot 10^2 \cdot (7\cdot 10^8)^2}{6,67\cdot 10^{-11}} =$$

$$= \frac{g\cdot 5,2\cdot 49\cdot 10^{18}}{6,67\cdot 10^{-11}} = \frac{2,3\cdot 10^3 \cdot 10^{29}}{6,7} = 0,34\cdot 10^{32} =$$

$$= 3,4\cdot 10^{31}$$

$$\frac{M}{M_\odot} = \frac{3,4\cdot 10^{31}}{2\cdot 10^{30}} = 1,7\cdot 10^1 = 17$$

Задача 2, продолжение

III-й з-н Кеплера:

$$\frac{T^2 M}{T_\oplus^2 M_\odot} = \frac{a^3}{a_\oplus^3}$$

$$\left(\frac{a}{a_\oplus}\right)^3 = \left(\frac{73}{365}\right)^2 \cdot 17 = \left(\frac{73}{73\cdot 5}\right)^2 \cdot 17 = \frac{1}{25} \cdot 17 = \frac{17}{25} = 0{,}68$$

$$\left(\frac{a}{a_\oplus}\right)^3 = 680 \cdot 10^{-3}$$

$$\frac{a}{a_\oplus} = 8{,}8 \cdot 10^{-1}$$

$$a = 8{,}8 \cdot 10^{-1} \text{ а.е.} = 8{,}8 \cdot 10^{-1} \cdot \cancel{[illegible]}\ 150 \cdot 10^9 =$$

$$= 1320 \cdot 10^8 = 1{,}3 \cdot 10^{11} \text{ м}$$

~~[illegible]~~

чтобы планета существовала:

$$q \geqslant R$$

$$a\,\cancel{f}(1\cancel{+e}) \geqslant R$$

$$1 - e \geqslant \frac{R}{a}$$

$$e \leqslant 1 - \frac{R}{a}$$

$$\left(\frac{R}{R_\odot}\right)^2 = 5{,}2 \cdot 10^2$$

$$\frac{R}{R_\odot} \approx 23$$

$$R = 23 \cdot 7 \cdot 10^8 = 1{,}6 \cdot 10^{10} \text{ м}$$

$$\frac{R}{a} = \frac{1{,}6 \cdot 10^{10}}{1{,}3 \cdot 10^{11}} = 1{,}2 \cdot 10^{-1}$$

$$1 - \frac{R}{a} = 0{,}88$$

$$\Rightarrow \underline{e_{max} = 0{,}88}$$

Ответ: макс. эксцентриситет равен 0,88.

Задача 3

~~Ан~~ Всем известный факт: Температура Антареса:

$T_A \simeq 4000K$, он Оранжевый гигант, поэтому такой холодный

~~Знае~~ Найдём Пов. яркость Антареса:

$$B_A = \frac{E_A}{\Omega_A} = \frac{\frac{L}{4\pi R^2}}{\frac{\pi R^2}{R^2}} = \frac{L}{4\pi^2 R^2} = \frac{4\pi R^2 \sigma T_A^4}{4\pi R^2 \cdot \pi} = \frac{\sigma T_A^4}{\pi} = \frac{5{,}7 \cdot 10^{-8} \cdot 4^4 \cdot 10^{12}}{3{,}1} =$$

$$= \frac{5{,}7 \cdot 2{,}6 \cdot 10^2 \cdot 10^{-8} \cdot 10^{12}}{3{,}1} = 4{,}9 \cdot 10^6 \ \frac{Вт}{м^2 \cdot стр}$$

~~Ов~~ Кто хоть раз видел Антарес, знает, что его зв. вел.:

$m_A = 1^m$

Найдем ~~Л~~ освещённость, создаваемую Антаресом:

$$\frac{E_A}{E_\odot} = 10^{0{,}4(-26{,}7 - m_A)}$$

$m_\odot$

При $x \ll 1$

$10^x = 1 + \ln 10 \cdot x = 1 + 2{,}3 \cdot x$

$$E_A = E_\odot \cdot 10^{0{,}4(-26{,}7 - 1)} = E_\odot \cdot 10^{0{,}4(-27{,}7)} =$$

$$= E_\odot \cdot 10^{-11{,}08} = E_\odot \cdot 10^{-11} \cdot 10^{-0{,}08} = E_\odot \cdot 10^{-11}(1 - 2{,}3 \cdot 0{,}08) =$$

$$= E_\odot \cdot 10^{-11} \cdot (1 - 0{,}184) = E_\odot \cdot 10^{-11} \cdot 0{,}82 = 1360 \cdot 8{,}2 \cdot 10^{-12} =$$

$$= 1{,}36 \cdot 8{,}2 \cdot 10^{-9} = 11{,}2 \cdot 10^{-9} \ \frac{Вт}{м^2}$$

$$B_A = \frac{E_A}{\Omega_A} \Rightarrow \Omega_A = \frac{E_A}{B_A} = \frac{11{,}2 \cdot 10^{-9}}{4{,}9 \cdot 10^6} = 2{,}3 \cdot 10^{-15} \ стр$$

$$\Omega_A = \frac{\pi \delta^2}{4} \Rightarrow \delta^2 = \frac{4\Omega_A}{\pi} \Rightarrow \delta = 2\sqrt{\frac{\Omega_A}{\pi}} = \frac{2}{1{,}8}\sqrt{\Omega_A}$$

δ – угл. диам. Антареса

Задача 3, продолжение

$$\delta = \frac{1}{0{,}9}\sqrt{2{,}3\cdot 10^{-\cancel{16}\,15}} = \frac{1}{0{,}9}\sqrt{23\cdot 10^{-16}} = \frac{1}{1-0{,}1}\cdot 10^{-8}\sqrt{23} =$$

$$= 1{,}\cancel{0}1\cdot 10^{-8}\sqrt{25-2} = 1{,}\cancel{0}1\cdot 10^{-8}\cdot 5\sqrt{1-\frac{2}{25}} = 1{,}\cancel{0}1\cdot 10^{-8}\cdot 5\cdot\sqrt{1-\frac{4}{50}} =$$

$$= 1{,}\cancel{0}1\cdot 10^{-8}\cdot 5\cdot\left(1-\frac{4}{100}\right) = 1{,}1\cdot 10^{-8}\cdot 5\cdot 0{,}96 = 5\cdot 10^{-8}\ \text{рад}.$$

$$\delta = 5\cdot 10^{-8}\,\text{рад}\cdot 206265\,\frac{''}{\text{рад}} \approx 1\cdot 10^{6}\cdot 10^{-8} = 10^{-2}\,''$$

Ответ: ~~δ_A~~ $\delta_A \sim 10^{-2}\,''$!

~~Задача~~

Задача 4

Т.к. орбита Астероида круговая (почти) то можем рассматривать для него и Земли синодические периоды:
~~...~~ между двумя сближениями ~~...~~ протёк ровно 1 синодический период:

т.к. между июлем и январём ровно пол года

$$S = \Delta T = 2097 - 2003 + 0,5 = 94,5 \text{ лет}$$

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T} - \frac{1}{T_\oplus}$$

всё в годах и а.е, так что:

$T^2 = a^3$ - 3й з-н Кеплера

$T_\oplus = 1$

$a_\oplus = 1$

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T} - 1$$

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{a^{3/2}} - 1$$

$$\frac{1}{a^{3/2}} = \frac{1}{S} + 1$$

$$a^{3/2} = \frac{1}{1 + \frac{1}{S}}$$

т.к. $a \lesssim 1$ ае
представим её как:

$a = 1 - \Delta a$; $\Delta a << 1$

$$(1 - \Delta a)^{3/2} = \left(1 + \frac{1}{S}\right)^{-1}$$

Для начала найдём $\frac{1}{S}$:

т.к. нам нужна большая точность, разложим в ряд до второго члена:

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{94,5} = \frac{1}{100 - 5,5} = \frac{1}{100} \cdot \frac{1}{1 - \frac{5,5}{100}} \approx \frac{1}{100} \cdot \left(1 + \frac{5,5}{100} + \frac{5,5^2}{100^2}\right) =$$

$$= \frac{1}{100} \cdot (1 + 0,055 + 0,003025) = \frac{1}{100} \cdot 1,058025$$

Задача 4, продолжение

$$(1-\Delta a)^{3/2} = \left(1+\frac{1}{100}\cdot 1{,}058025\right)^{-1}$$

опять разложим до 2го члена:

$$(1+x)^n \approx 1 + nx + \frac{n(n-1)x^2}{2}$$

$$(1-\Delta a)^{3/2} = 1 - 0{,}01058025 + \frac{1{,}058025^2}{100^2} =$$

$$= 1 - 0{,}01058025 + 0{,}00011194\ldots =$$

$$= 1 - 0{,}01046831$$

видим, Δa очень мал, разложим до 1го члена:

$$1 - 1{,}5\Delta a = 1 - 0{,}01046831$$

$$\Delta a = \frac{0{,}01046831}{1{,}5} = \frac{1046831}{15}\cdot\frac{10^{-8}}{10^{-1}} =$$

$$= 69788{,}73\cdot 10^{-7} \approx 0{,}00698$$

$$a = 1 - \Delta a \approx 0{,}99302$$

Ответ: $a = 0{,}99302$ а.е.

Задача 5

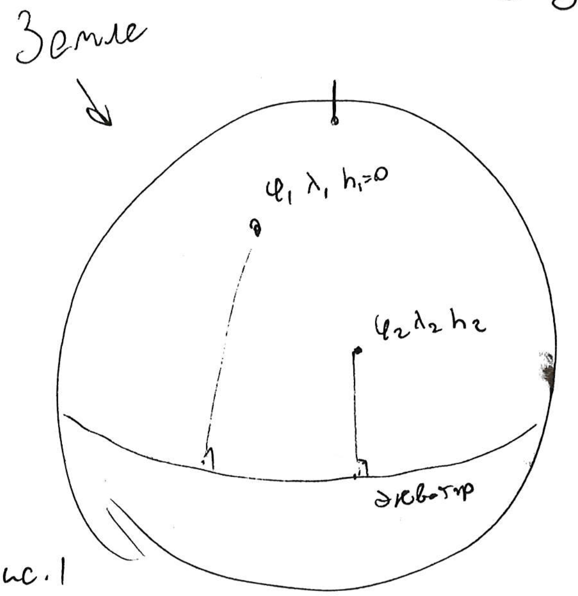


рис. 1

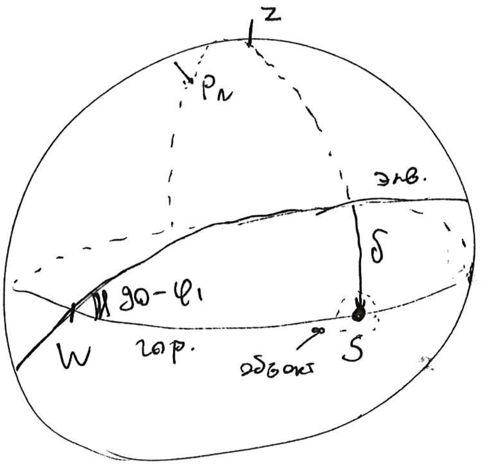


рис. 2

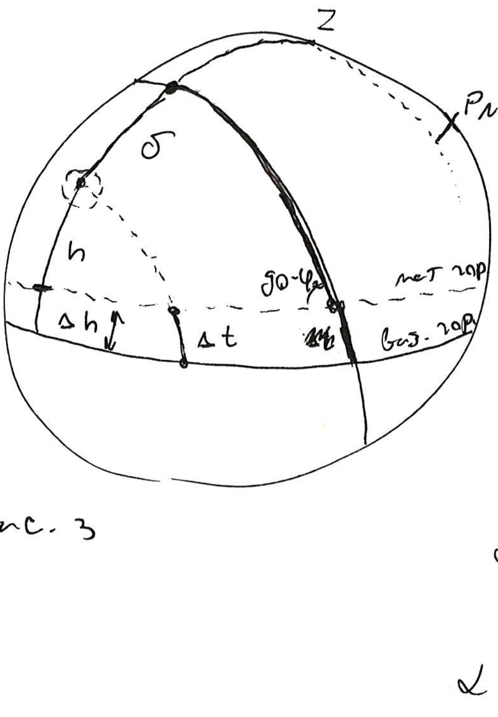


рис. 3

1. Найдём δ объекта:

для 1-го набл-ля

объект на горизонте в точке юга, и наблюдатель на высоте 0:

=> объект кульминирует

$\Rightarrow \delta = \varphi_1 - 90 = -28°$.

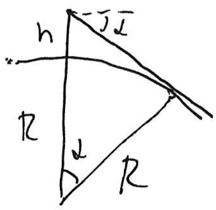
=> для второго набл-ля

макс высота объекта будет тоже при верх. кульм.:

$$h = 90 - \varphi_2 + \delta = 18°$$

— над мат. гор.

Найдём понижение горизонта:



$$\cos\alpha = \frac{R}{R+h} = \frac{R}{R(1+\frac{h}{R})} \overset{h \ll R}{=} 1 - \frac{h}{R}$$

$$\cos\alpha = 1 - \frac{\alpha^2}{2} \text{ при } \alpha \ll 1$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha^2}{2} = \frac{h}{R}$$

$$\alpha = \sqrt{2\frac{h}{R}} = \sqrt{\frac{2\cdot 805}{6\cancel{4}000\cdot 10^3}}$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{2}{10^3}\cdot\frac{1}{7.5}} = \cancel{10}$$

$$\alpha = 10^{-1}\sqrt{\frac{2}{75}} = 10^{-1}\cdot 2\sqrt{\frac{1}{150}} = 2\cdot 10^{-1}\cdot\sqrt{\frac{1}{144(1+\frac{6}{144})}} = \ldots$$

183

Задача 5, продолжение:

$$\alpha = 2\cdot10^{-1}\sqrt{\frac{1}{144\left(1+\frac{6}{144}\right)}} = \frac{2}{12}\cdot10^{-1}\sqrt{1-\frac{6}{144}} = \frac{2}{12}\cdot10^{-1}\left(1-\frac{3}{144}\right) =$$

$$= \frac{1}{6}\cdot\left(1-\frac{1}{48}\right) = \frac{1}{6}\left(1-\frac{1}{50\left(1-\frac{2}{50}\right)}\right) = \frac{1}{6}\left(1-\frac{1}{50}\left(1+\frac{2}{50}\right)\right) =$$

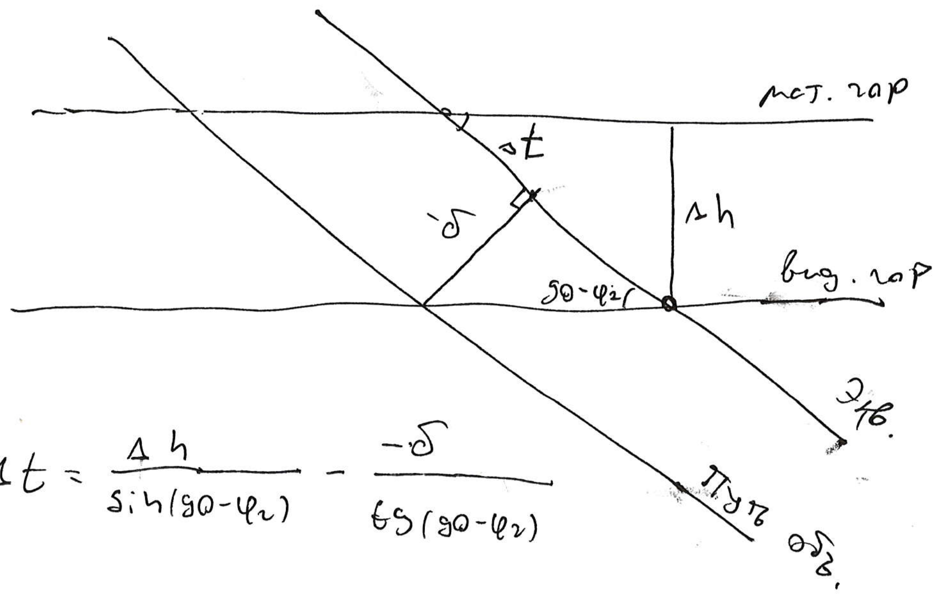
$$= \frac{1}{6}\cdot\left(1-\frac{2}{100}\left(1+\frac{4}{100}\right)\right) = \frac{1}{6}\left(1-0{,}02(1{,}04)\right) = \frac{1}{6}(1-0{,}02) =$$

$$= \frac{0{,}98}{6} = \cancel{0{,}163\text{ рад.}}$$

$$\alpha = \cancel{0{,}163\cdot\frac{180}{\pi}} = \frac{0{,}98}{6}\cdot\frac{180}{\pi} \approx 9{,}8^\circ \approx 10^\circ$$

$$\Rightarrow \Delta h = \alpha = 10^\circ \Rightarrow h_{\text{вид}} = h + \Delta h = 28^\circ$$

$|\Delta h|, |\delta| < 30^\circ \Rightarrow$ малые углы $\Rightarrow$ плоское приближение

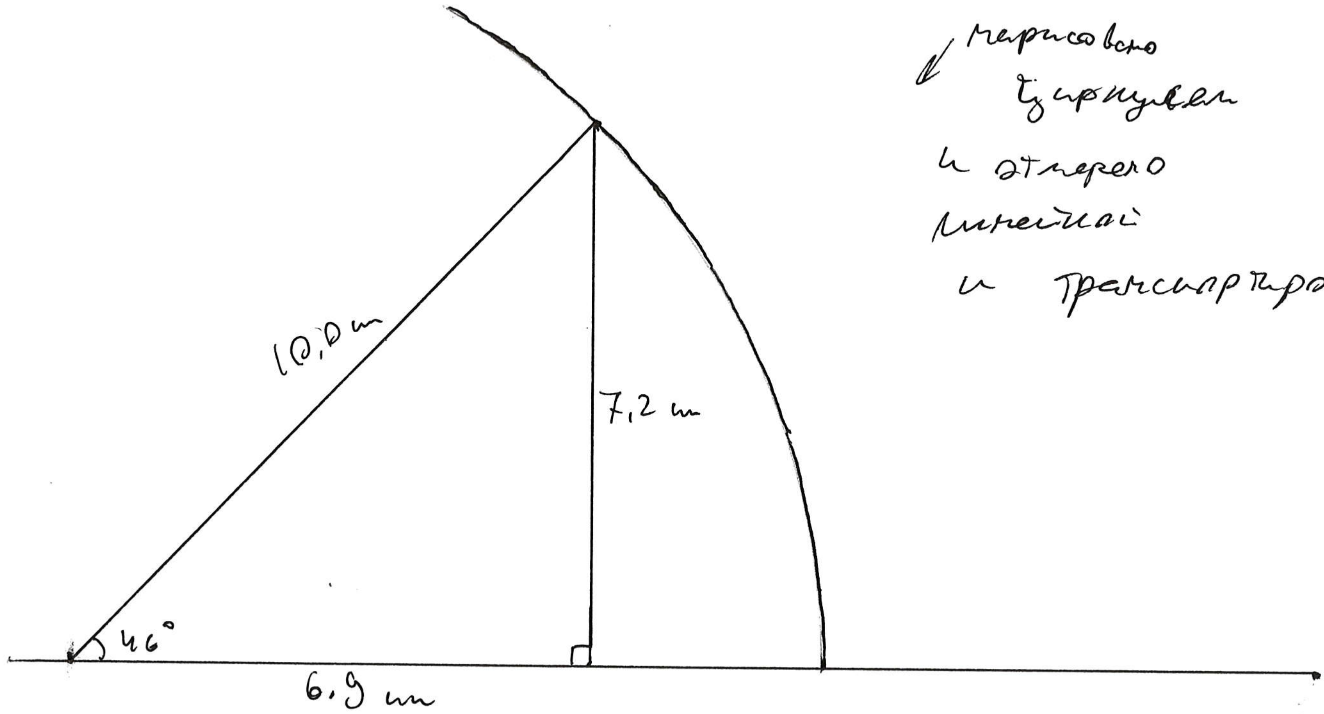


$$\Delta t = \frac{\Delta h}{\sin(90-\varphi_2)} - \frac{-\delta}{\operatorname{tg}(90-\varphi_2)}$$

$90-\varphi_2 = 46^\circ$ – немалый угол

↓

Задача 5, продолжение:



нарисовано циркулем и отмерено линейкой и транспортиром

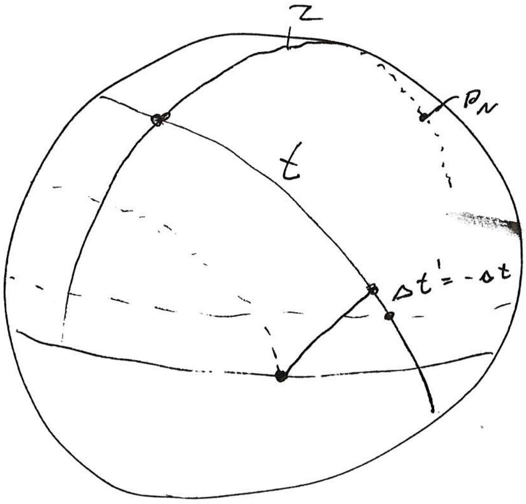
$\Rightarrow \sin 46^\circ = 0{,}72$

$$\operatorname{tg} 46^\circ = \frac{7{,}2}{6{,}9} = \frac{72}{69} = \frac{24}{23} = 1 + \frac{1}{23} = 1 + \frac{1}{25\left(1-\frac{2}{25}\right)} =$$

$$= 1 + \frac{4}{100}\left(1 + \frac{8}{100}\right) = 1 + 0{,}04 \cdot 1{,}08 \cong 1{,}0432 \approx 1{,}04$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{10^\circ}{0{,}72} - \frac{28^\circ}{1{,}04} = 13{,}8 - 26{,}9 = -13{,}1^\circ$$

$\Rightarrow$



$$t = 90 + \Delta t = 90 - 13{,}1 =$$
$$= 76{,}9^\circ$$

$\downarrow$

Задача 5, продолжение

$$\Rightarrow t = \frac{76,9^\circ}{15^\circ/h} = 5,13^h$$

Значит II-й наблюдатель увидит объект на $5,13^h$ раньше, чем увидит его кульминацию.

А кульминацию объекта увидит на $\frac{(\lambda_2^\circ - \lambda_1^\circ)}{15}$ часов раньше чем первый:

$$\Delta T = 5,13^h + \frac{43-31}{15} = 5,13^h + \frac{12}{15} = 5,13^h + \frac{4}{5} = 5,93^h$$

с учётом неточности метода плоского приближения!

Ответ: Василий увидит объект на 6^h раньше Василия, и сможет потом увидеть на максимальной высоте в 28°.