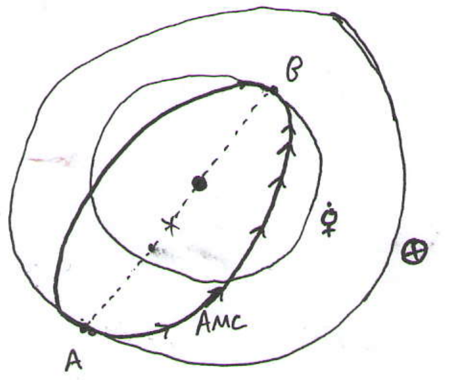
Задача 1



Орбита АМС эллиптическая с крайними точками ⊕ и ♀, при этом орбита вокруг солнца. Отсюда $a_{АМС}=\frac{a_{\oplus}+a_{♀}}{2}$

Аппарат пролетает от крайней, до крайней точки орбиты $\Rightarrow \tau=\frac{T}{2}$, где T это год аппарата, а τ искомое.

По 3-ему з-ну Кеплера: $\frac{T_{\oplus}^2}{a_{\oplus}^3}=\frac{T_{АМС}^2}{a_{АМС}^3} \Rightarrow \tau=\frac{T_{АМС}}{2}=\sqrt{\frac{a_{АМС}^3\cdot T_{\oplus}^2}{4a_{\oplus}^3}}$

Для вычислений примем $a_{♀}=0,7$ а.е., $a_{\oplus}=1$ а.е., $T_{\oplus}=1$ год.

$a_{АМС}=\frac{1+0,7\text{ ае}}{2}=0,85$ а.е. $\qquad \tau=\sqrt{\frac{(0,85)^3\cdot 1^2}{4\cdot 1^3}}\approx\sqrt{\frac{(17/20)^3}{4}}\approx\sqrt{\frac{1}{8}}\approx\frac{1}{2,8}$ года

Ответ: около 1/3 года.

Задача 2

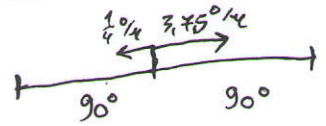
Чтоб дольше оставаться ~~в тени~~ на солнце аппарат должен ехать против вращения астероида. Считаем астероид круглым, тогда.

$l=\frac{360^\circ}{4}=90^\circ$ - освещена половина сферы, а планетоход в центре.

Его скорость $\omega_{Ап.}=\frac{V}{2\pi R}\cdot 360^\circ$ $\quad \omega=\frac{3}{2\cdot 3,14\cdot 600}\cdot 360^\circ\approx\frac{1}{4}$ °/ч. $\quad \omega_{Аст}=\frac{360^\circ}{T_{сут.}}$

$\omega_{Аст.}=\frac{360^\circ}{4\cdot 24\text{ ч}}=3,75$ °/ч. Вклад вращения астероида вокруг звезды ~~не~~ незначителен (примечание: менее 1° в сутки), с учётом текущего округления им можно пренебречь.

$\cancel{\tau=\frac{\omega}{l}=\frac{\omega_{Аст}-\omega_{Ап.}}{l}\quad \tau=\frac{3,75°/ч-0,25°/ч}{90^\circ}=}$



$\omega=\omega_{Аст}-\omega_{Ап.}$ | $\tau=\frac{l}{\omega}$

$\tau=\frac{l}{\omega}=\frac{l}{\omega_{Аст}-\omega_{Ап}}\quad \tau=\frac{90^\circ}{3,75°/ч-0,25°/ч}=\frac{90}{3,5}\text{ ч}\approx 26$ ч.

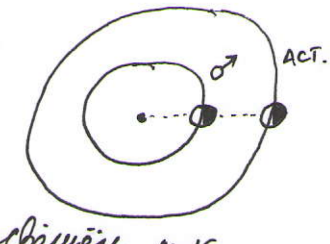
~~Ответ:~~ ~~Прим~~ При этом планетоход проедет $\Delta l=\omega_{Ап}\cdot\tau$

$\cancel{\Delta l=\omega_{Апт}}\quad \Delta l=1/4\text{ °/ч}\cdot 26\text{ ч}\approx 6,5^\circ$, что составляет $k=\frac{6,5^\circ}{360^\circ}=\cancel{2\%}\ \frac{1}{50}$

Ответ: планетоход проедет примерно 1/50 экватора.

Задача 3

Из условия задачи понятно, что сближение выглядит так



Из рисунка очевидно, что астероид полностью освещён т.к. он в противостоянии, а фаза $F = \frac{1+\cos\varphi}{2}$ $F = \frac{1+\cos 0^\circ}{2} = 1$.

Период обращения можно узнать из синодического периода

$$\frac{1}{T_{Ает}} = \frac{1}{T_{♂}} - \frac{1}{S} \qquad \frac{1}{T_{Аст}} = \frac{1}{1\ ♂\text{ год}} - \frac{1}{2\ ♂\text{ года}} \Rightarrow T_{Аст} = 2\ ♂\text{ года}.$$

При этом время пролёта сигнала туда и обратно будет равно

$$\tau = \frac{2(a_{Аст} - a_{♂})}{c} = \frac{2\left(\sqrt[3]{\frac{a_{♂}^3 \cdot T_{Аст}^2}{T_{♂}^2}} - a_{♂}\right)}{c} = \frac{2 \cdot (\sqrt[3]{4} - 1)\, a_{♂}}{c}$$

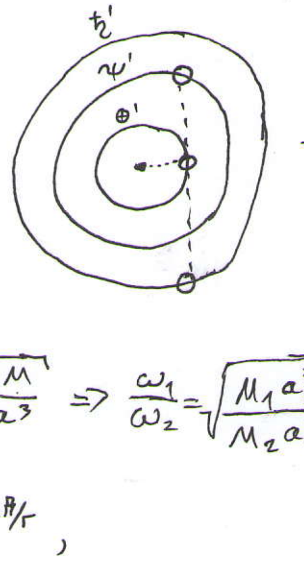
Примечание: в расчётах использован ~~зак~~ III з-н Кеплера $\frac{a_1^3}{T_1^2} = \frac{a_2^3}{T_2^2}$ и $\tau = \frac{S}{v}$, где вместо v - c - скорость света.

Ответ: $F = 1$, $\tau = \frac{2(\sqrt[3]{4}-1)\, a_{♂}}{c}$.

Задача 4

Из условия $a'_{♃} = 8$ а.е., $a'_{♄} = 12$ а.е., $M'_{\odot} = 1{,}2 M_{\odot}$, $T'_{\oplus} = 2T_{\oplus}$.

Так же из условия в момент времени 1 происходит такая конфигурация (или зеркальная относительно линии $\odot' - \oplus'$):



~~Воспользовавшись обобщённым законом Кеплера~~ $\cancel{\frac{a^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2}}$ $\cancel{\left(\frac{a^3}{T^2} \sim M\right)}$ ~~или формулой круговой скорости~~ $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$. $\cancel{\omega'_{\oplus} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi\ РАД/г}$ $\omega = \frac{v}{a} = \sqrt{\frac{GM}{a^3}} \Rightarrow \frac{\omega_1}{\omega_2} = \sqrt{\frac{M_1 a_2^3}{M_2 a_1^3}} \Rightarrow$

$\Rightarrow \omega_1 = \omega_2 \sqrt{\frac{M_1 a_2^3}{M_2 a_1^3}}$. $\omega_{\oplus} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi$ РАД/г, $\omega'_{\oplus} = \frac{2\pi}{2} = \pi$ РАД/г,

$\omega_{♃} = \omega_{\oplus} \sqrt{\frac{M'_{\odot} \cdot a_{\oplus}^3}{M_{\odot} \cdot a_{♃'}^3}}$ $\omega_{♃} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{1{,}2 \cdot 1^3}{1 \cdot 8^3}} = 8\sqrt{\frac{3}{5}}\pi$, $\omega_{♄} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{1{,}2 \cdot 1^3}{1 \cdot 12^3}} =$

$= 3/2 \cdot \sqrt{1/5} \cdot \pi$ РАД.

Задача 5

$I = \sigma S T^4 = \cancel{\sigma\, 4/3\pi}\ \sigma 4\pi R^2 T^4$

Формула Погсона $\Delta m = 2{,}5 \lg \frac{I_1}{I_2}$. Считаем компоненты двойной звезды равнозначными жёлтыми карликами краснее Солнца (оранжевыми) с массами по $0{,}9 M_\odot$.

Из обобщённого III з-на Кеплера $\left(\frac{a^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2}\right)$: $\frac{a_1^3}{T_1^2 M_1} = \frac{a_2^3}{T_2^2 M_2}$

Отсюда $a_{сист} = \sqrt[3]{\frac{a_\oplus^3 \cdot T_{сист.}^2 \cdot M_{сист.}}{T_\oplus^2 \cdot M_{\oplus,\odot}}} \Rightarrow a_{сист} = \sqrt[3]{\frac{T_{сист}^2 \cdot M_{сист}}{T_\oplus^2 \cdot M_\odot}}$ а.е.

Примечание: $T = 88 \cdot 2$ ч $= 176$ ч. т.к. то один 1 компонент затмевает 2 то наоборот

$a_{сист} = \sqrt[3]{\frac{176^2 \cdot 1{,}8}{(365 \cdot 24)^2 \cdot 1}}$ а.е. $\approx \sqrt[3]{\frac{1}{150}} \approx 0{,}2$ а.е.

Ответ: 2 оранжевые звезды с массами $\approx 0{,}9 M_\odot$, $a_{сист} = 0{,}2$ а.е.