Задача 1

Код 321-1

$V_\Lambda = 0$

$\mu = 0{,}5''/год$

$t = 100 лет$

$D = 30 пк$

точность $0{,}1$ Å

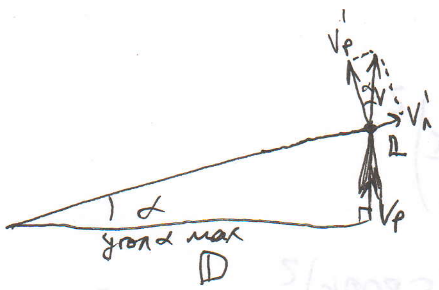
диапазон $V \approx 550 нм$

Т.к. $V_\Lambda = 0$

$$V = V_R = \mu D \approx \frac{0{,}5\cdot 30}{206265} = 7{,}5\cdot10^{-5}\,\frac{пк}{год} \approx 7{,}5\cdot10^{-5}\frac{3\cdot10^{16}}{3\cdot10^{7}} = 7{,}5\cdot10^{4}\,м/с = 75\,км/с$$

$$\cancel{\approx \frac{3{,}086\cdot10^{16}\,м\cdot 0{,}5}{206265\,год} \approx \frac{1{,}5\cdot10^{13}}{2\cdot10^{5}}\,км}$$

$$L = Vt = \mu D t = \frac{0{,}5\cdot30\cdot100}{206265}\,пк \approx \frac{0{,}25\cdot30\cdot10^{2}}{10^{5}}\,пк = 7{,}5\cdot10^{-3}\,пк$$



Т.к. $1пк = 3{,}086\cdot10^{16}\,м \approx 3\cdot10^{16}\,м$

$1год = 3{,}16\cdot10^{7}\,с \approx 3\cdot10^{7}\,с$

$1'' = 206265^{-1}\,рад \approx \frac{1}{2\cdot10^{5}}\,рад$

$$tg\alpha = \frac{L}{D}$$

$$V_\Lambda' = V\sin\alpha \approx \frac{VL}{D} = \frac{\mu D\cdot\mu D t}{D} = \mu^2 D t = \frac{\overbrace{0{,}5^2}^{\mu^2 (рад)}\cdot\overbrace{30\cdot3{,}086\cdot10^{16}}^{30пк (м)}\cdot\overbrace{100\cdot3{,}16\cdot10^{7}}^{100лет (с)}}{206265^2\cdot3\cdot10^{14}}\,\frac{м}{с} \approx$$

$$\approx \frac{0{,}25\cdot30\cdot3\cdot10^{16}\cdot100\cdot3\cdot10^{7}}{2\cdot10^{5}\cdot2\cdot10^{5}\cdot3\cdot10^{14}}\,\frac{м}{с} =$$

$$= \frac{25\cdot3\cdot90\cdot10^{23}}{4\cdot10^{24}}\,\frac{м}{с} = \frac{25\cdot27}{4}\,\frac{м}{с} = \frac{675}{4}\,\frac{м}{с} \approx 169\,м/с$$

$$\begin{array}{r} 25 \\ \times\, 27 \\ \hline 175 \\ 50 \\ \hline 675 \end{array}$$

Т.к. По закону Доплера:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{V_\Lambda}{c}$$

$$\Delta\lambda = \frac{V_\Lambda}{c}\lambda = \frac{169\,м/с}{3\cdot10^{8}\,м/с}\cdot5500\,Å \approx 59\cdot5{,}5\cdot10^{3}\cdot10^{-8}\,Å \approx$$

$$= 330\cdot10^{-5}\,Å = 3{,}3\cdot10^{-3}\,Å < 0{,}1\,Å$$

Ответ: спектрометр не сможет различить изменения в спектре, поэтому обнаружить лучевую скорость нельзя.

Задача 2

Код 321 − 2

$T = 73$ сут

$M_{абс} = -0{,}6^m$

$T = 3{,}4\cdot10^3 K$

$g = 0{,}7\ м/с^2$

$e_{max} = ?$

З-н Погсона

$$M_{абс\odot} - M_{абс\star} = 2{,}5\lg\left(\frac{L_\star}{L_\odot}\right)$$

$$4{,}7^m + 0{,}6^m = 2{,}5\lg\frac{L_\star}{L_\odot}$$

$$\frac{L_\star}{L_\odot} \approx 10^{\frac{5,3}{2,5}} \approx 10^2 = 100$$

З-н Стефана-Больцмана

$$L = \sigma T^4\cdot 4\pi r^2$$

$$\frac{L_\star}{L_\odot} = \left(\frac{T_\star}{T_\odot}\right)^4\cdot\left(\frac{r_\star}{r_\odot}\right)^2$$

$$\frac{r_\star}{r_\odot} \approx \left(\frac{T_\odot}{T_\star}\right)^2\sqrt{\frac{L_\star}{L_\odot}} \approx 10\left(\frac{5800k}{3400k}\right)^2 = 10\cdot1{,}7^2 \approx 29$$

$$\frac{r_\odot}{r_\oplus} \approx 109 \qquad \frac{r_\star}{r_\oplus} \approx 29\cdot109 \approx 3{,}2\cdot10^3$$

$$g = \frac{GM_\star}{r_\star^2}$$

$$\frac{g_\star}{g_\oplus} = \frac{M_\star}{M_\oplus}\cdot\frac{r_\oplus^2}{r_\star^2}$$

$M_\oplus \approx 6\cdot10^{24}$

$M_\odot \approx 2\cdot10^{30}$

$$\frac{M_\star}{M_\oplus} = \frac{g_\star}{g_\oplus}\cdot\frac{r_\star^2}{r_\oplus^2} \approx \frac{0{,}7(3{,}2\cdot10^3)^2}{9{,}87} \approx 7\cdot10^6$$

$$\frac{M_\oplus}{M_\odot} \approx 3\cdot10^{-6}$$

$a_☾ \approx 30 r_\oplus$

По 3 з-ну Кеплера

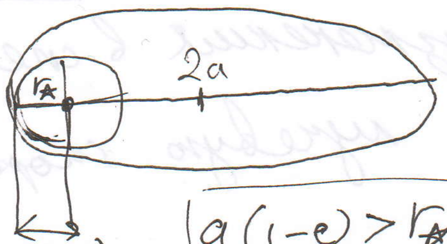
$$\boxed{\frac{M_\star T_{пл}^2}{M_\oplus T_☾^2} = \frac{a_{пл}^3}{a_☾^3}} : 7\cdot10^6\cdot\left(\frac{73}{27{,}3}\right)^2 = \left(\frac{a}{384\cdot10^3 км}\right)^3$$

$$a \approx 30r_\oplus\cdot\sqrt[3]{7\cdot10^6\cdot\frac{8^2}{3^2}} \approx$$

$$a \approx 30r_\oplus\sqrt[3]{7\cdot10^6\cdot\frac{2^6\cdot3^4}{3^6}} \approx \cancel{30\cdot4\sqrt[3]{\frac{27\cdot10^2}{9}}r_\oplus = 120\sqrt[3]{\frac{20\cdot10^2}{9\cdot9}}r_\oplus = \frac{120\cdot10^3}{3}\sqrt[3]{\frac{2}{3}}r_\oplus \approx 400\cdot0{,}85r_\oplus = 340r_\oplus}$$

$$\approx 30\cdot4\cdot100\sqrt[3]{\frac{7}{9}} \approx$$

$$\approx 12000\, r_\oplus$$



$$\boxed{a(1-e) > r_\star}$$

$$12000r_\oplus(1-e) > 3200r_\oplus$$

$$e < 1 - \frac{4}{15}, \quad e < \frac{11}{15}$$

Ответ: $e < \frac{11}{15}$

Задача 3

Код 321 — 3

Про Антарес известно, что он ~~красный~~, он гигант и его зв. величина примерно 0^m

т.е. $\lambda \approx 720$ нм

По з-ну Вина:

$$\lambda = \frac{b}{T_A}, \quad T_A = \frac{b}{\lambda} = \frac{2{,}9 \cdot 10^{-3}}{720 \cdot 10^{-9}} K \approx \frac{10^6}{240} K \approx 4000 K$$

$\Rightarrow$ класс K

т.к. это гигант

$r_A \approx 400 r_\odot$

тогда

По з-ну Стефана-Больцмана:

$$L = \sigma T^4 4\pi r^2$$

$$\frac{L_A}{L_\odot} = \left(\frac{T_A}{T_\odot}\right)^4 \frac{r_A}{r_\odot} \qquad \left(\frac{4}{5{,}8}\right)^4 \frac{r_A}{r_\odot} = \frac{L_A}{L_\odot}$$

По з-ну Погсона:

$$M_{абс} - m_A = 2{,}5 \lg\left(\frac{L_A}{L_\odot}\left(\frac{10пк}{R_A}\right)^2\right)$$

$$10^{\frac{4{,}7}{2{,}5}} = \left(\frac{4}{5{,}8}\right)^4 \frac{r_A}{r_\odot}\left(\frac{10пк}{R_A}\right)^2$$

$$\frac{10^{\frac{4{,}7}{2{,}5}} \cdot \left(\frac{5{,}8}{4}\right)^4 r_\odot R_A}{(10пк)^2} = \frac{r_A}{R_A}$$

$$\alpha = \frac{R_A}{1пк} \cdot \frac{10^{\frac{4{,}7}{2{,}5}}\left(\frac{5{,}8}{4}\right)^4 \overbrace{6{,}95 \cdot 10^8}^{r_\odot}}{4^4 \cdot \underbrace{100 \cdot 3{,}086 \cdot 10^{16}}_{10пк \cdot 10}} = \frac{R_A}{пк} \frac{10^2 \overbrace{1150 \cdot 7 \cdot 10^8}^{8000}}{2^8 \, 10^{18} \, 3} \approx$$

$$\approx \frac{R_A}{пк} \frac{8 \cdot 10^{13}}{\underbrace{3 \cdot 2^5}_{3 \cdot 32 \approx 100} \cdot 10^{18}} = \frac{R_A}{1пк} \cdot 10^{-7} \text{ [рад]}$$

из з-на Погсона

$$\frac{10^{\frac{4{,}7}{2{,}5}}\left(\frac{5{,}8}{4}\right)^4}{400} = \left(\frac{10}{R_A}\right)^2$$

$$\frac{100 \cdot 1150}{400 \cdot 256} = \frac{100}{R_A^2}$$

$R_A^2 \approx 100$

$R_A \approx 10$

из нашей оценки расстояния $\alpha = 10^{-6}$ рад $= 0{,}2''$

Ответ: около $0{,}2''$

Задача 4 | Код 321-4

январь 2003

и юль 2097

$\Delta T = 94{,}5$ года ± 1 месяц $\quad (1128 \pm 1$ месяц, $\Delta < 10^{-3})$

$\Delta T = S \qquad S = 94{,}5 \cdot 365{,}24 \pm 30$ [сут]

т.к. $a_A < a_З \Rightarrow T_A < T_З$, $\qquad T_З = 365{,}25$ [сут]

Если Астероид не ретроградный

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_A} - \frac{1}{T_З} \qquad S = 32715 \pm 30 \text{ [сут]}$$

$$\frac{1}{S} = \frac{T_З - T_A}{T_A T_З}$$

$$S = \frac{T_A T_З}{T_З - T_A}$$

$$S T_З - S T_A = T_A T_З$$

$$T_A (T_З + S) = T_З S$$

$\cancel{T_A = \frac{T_З + S}{\ldots}}$ $\quad T_A = \frac{T_З S}{T_З + S}$

$$\left(1 \pm \frac{10}{10905}\right)\left(1 \pm \frac{10}{11027}\right) = 1 \pm \left(\frac{10}{10905} + \frac{10}{11027}\right) =$$

$$= 1 \pm \left(\frac{10(11027 + 10905)}{10905 \cdot 11027}\right) \cdot \left(\frac{365{,}24}{365{,}24}\right) = \frac{10 \cdot (94{,}5 + 95{,}5)}{94{,}5 \cdot 95{,}5} =$$

$$= \frac{10 \cdot 2 \cdot 95}{(95 - 0{,}5)(95 + 0{,}5) \cdot 365{,}24} = \frac{95 \cdot 20}{(95^2 - 0{,}25) \cdot 365{,}24} =$$

$$= \frac{20}{95 \cdot 365{,}24} = \frac{1}{548{,}3}$$

$$T_A = \frac{365{,}25 \cdot 32715 \left(1 \pm \frac{30}{32715}\right)}{(365{,}25 + 32715)\left(1 \pm \frac{30}{32715 + 365{,}25}\right)} \approx \frac{11947159\left(1 \pm \frac{10}{10905}\right)}{33080\left(1 \pm \frac{10}{11027}\right)}$$

$$T_A = 361{,}16 \left(1 \pm \frac{1}{548{,}3}\right) \qquad \varepsilon = \frac{1}{548{,}3}$$

$T^2_{[\text{зв.}]} = a^3_{[\text{сут}]}$

$$T_A = 365{,}25\left(1 - \frac{4{,}09}{365{,}25}\right) = \left(1 - \frac{4{,}09}{365{,}25}\right) \text{з. лет}$$

см. продолжение на л. 5.

Код 321 – 5

Задача 4 – продолжение

$$T^2 = a^3$$

$$a = (T)^{\frac{2}{3}} = \left(1 - \frac{4{,}09}{365{,}25}\right)^{\frac{2}{3}} = \left(1 - \frac{2\cdot 4{,}09}{3\cdot 365{,}25}\right)_{а.е.} =$$

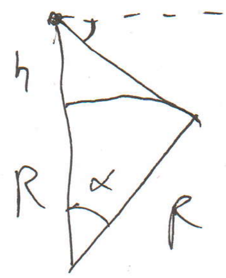
$$= 1_{ае} - \frac{8{,}18}{1095{,}75}ае = 1_{ае} - 0{,}00738_{ае} = 0{,}99262 ае$$

$$\varepsilon(a) = (\varepsilon(T))\cdot\frac{2}{3} = \frac{1}{548{,}3}\cdot\frac{2}{3} \approx \frac{1}{822{,}5} \approx 0{,}001216$$

$$\Delta a = a\varepsilon(a) \approx 0{,}001207 ае$$

Ответ: $a = 0{,}99262 ае \pm 0{,}001207 ае$.

Задача 5:



При нахождении на высоте h над пов-тью Земли горизонт поднимается на угол α,

где $\cos\alpha = \frac{R_\oplus}{R_\oplus + h}$, т.к. α мал, $(h \ll R_\oplus)$

$$1 - \frac{\alpha}{2} = \frac{R_\oplus}{R_\oplus + h}$$

$$1 - \frac{\alpha}{2} = \frac{R_\oplus + h - h}{R_\oplus + h}$$

$$\frac{\alpha}{2} = \frac{h}{R_\oplus + h} \approx \frac{h}{R_\oplus}$$

$$\boxed{\alpha = \frac{2h}{R_\oplus}}$$

$$\alpha \approx \frac{885\cdot 2\,м}{6400\cdot 10^3\,м}\cdot\frac{180^\circ}{\pi} \approx 5\cdot 10^{-4\,\circ} \approx 2''$$

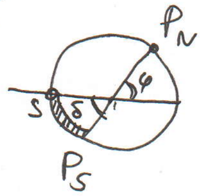
высотой горы можно пренебречь.

см. продолжение на л. 6

Задача 5 – продолжение

Код 321-6

В точке юга светила кульминируют, поэтому если высота в точке юга равна 0, т.е.:



$h_+ = 0$, $\delta = -(90-\varphi) = -28°$

С учётом рефракции на самом горизонте ($\rho \approx 0{,}5°$), $h_+ = -0{,}5°$ (реальн.), $\delta = -28{,}5°$

Высота верхней кульминации светила для Василия (макс. высота над горизонтом)

$h_+ = 90° - \varphi + \delta = 90° - 44° - 28{,}5° = 18{,}5°$

на такой высоте рефракцией можно пренебречь

Часовой угол восхода $\cos t = -tg\,\delta\; tg\,\varphi$, при ~~этом~~ ~~Аркадий~~ видит ~~объект~~ только в полдень. [рисую на черновике тригонометрическую окружность]

$$\cos t_B = \underbrace{-tg\,44\; tg{-28{,}5}}_{\cancel{\approx tg\,45°\, tg\,30° = 1\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}}} = \frac{\sin 44}{\cos 44}\cdot\frac{\sin 28{,}5}{\cos 28{,}5} = \frac{7{,}1\cdot 3{,}3}{9{,}4\cdot 7{,}0} \approx 0{,}35$$

$t \approx 69° = 4{,}6ч$

$\Delta\lambda = 43° - 31° = 12° = 0{,}8ч$, Василий находится восточнее поэтому увидит объект раньше на

$\tau = \Delta\lambda + t = 0{,}8 + 4{,}6 = 5{,}4ч$

Ответ: 5,4ч; 18,5°