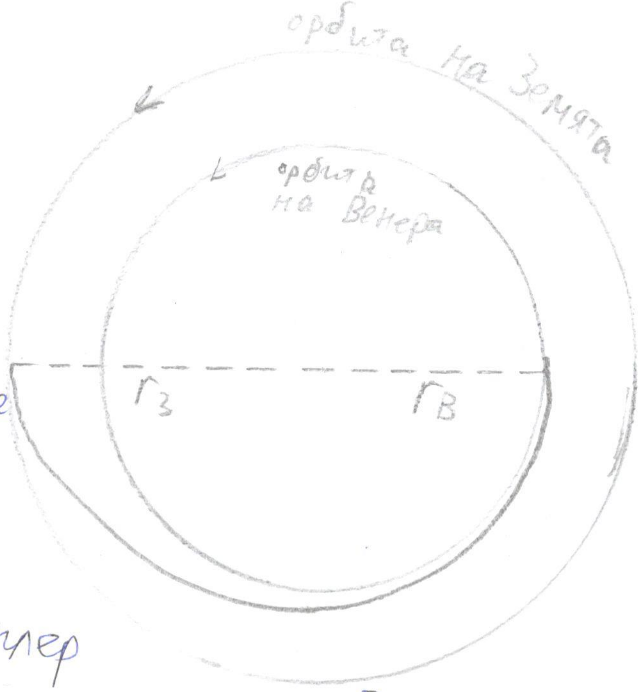
Задача 1

Голямата полуос на орбитата на АМС е $a = \frac{r_З + r_В}{2}$

$r_З \to$ разстояние Земя-Слънце

$r_В \to$ разстояние Венера-Слънце



$a = \frac{1 + 0,72}{2} = \frac{1,72}{2} = 0,86\,AU$

От трети закон на Кеплер

$\frac{a^3_{[AU]}}{T^2_{[yr]}} = M_{[M_\odot]}$, но $M_{[M_\odot]} = 1 \Rightarrow \frac{a^3_{[AU]}}{T^2_{[yr]}} = 1$

$T = \sqrt{a^3} = \sqrt{0,86^3} = \sqrt{86^3 \cdot (10^{-2})^3} = \sqrt{636\,056 \cdot 10^{-6}} \approx$

$\approx \sqrt{0,64} \approx 0,8\,yr$

Но T е периода, за който станцията ще направи пълна обиколка около Слънцето. Тя ще прелети покрай Венера след време

$t = \frac{T}{2} = 0,4\,yr \Rightarrow t = 0,4 \cdot 365 = \frac{4 \cdot 365}{10} = 146$ дни

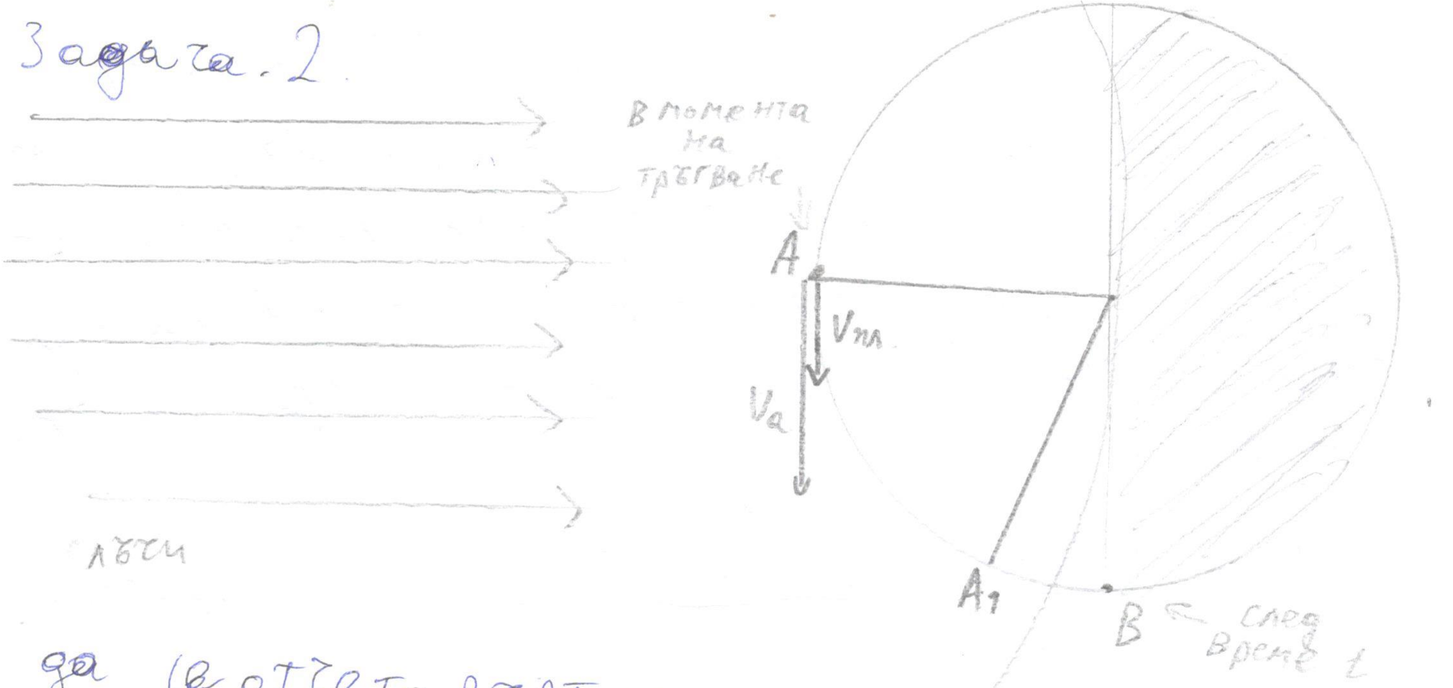
Тъй като станцията е изстреляна на 12 февруари, а 1961 г. не е високосна, от февруари остават $28 - 12 = 16$ дни. Взимайки предвид и следващите месеци:

$16 + 31 + 30 + 31 + 30 = 120 + 16 + 2 = 138$

1 юли е след 138 дни $\Rightarrow 146 - 138 = 8 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ АМС ще премине покрай Венера около 8-ми юли 1961 г.

Задача. 2



За да се отчете въртенето на астероида около Слънцето трябва да се намери слънчевото денонощие на астероида (синодичния период на астероида и слънцето). Така цялото движение на ~~планетата~~ астероида около Слънцето може да бъде предадено на околоосното движение.

$$\frac{1}{T_{syn}} = -\frac{1}{T_{orb}} + \frac{1}{T_{sid}} = -\frac{1}{4\cdot 365} + \frac{1}{4} = \frac{1}{4} - \frac{1}{1460}$$

$$\frac{1}{T_{syn}} = \frac{1460-4}{4\cdot 1460} = \frac{1456}{4\cdot 1460}$$

$$T_{syn} = \frac{4\cdot 1460}{1456} = \frac{1460}{364} = \frac{365}{91}$$

$$T_{syn} = 365 : 91 = 4{,}0109 \approx 4^h{,}011$$

Нека т. A_1 да е точката върху астероида, от която тръгва планетохода, а т. A да съвпада с т. A_1 в момента на тръгване, но да остане през цялото останало време на правата Слънце – астероид.

Ако V_a е скоростта на околоосно въртене (относителната) на астероида, а V_n е скоростта на планетохода, то докато планетохода измине разстоянието S от т.А до т.В, той ще се движи със скорост $V_a + V_n$ спрямо т.А.

$$V_a = \frac{2 . \pi R_a}{T_{syn}} = \frac{2.3.600}{4,011} = 3600000 : 4011 \approx 897,5 \ km/h$$

$$V_n = 3 \ km/h$$

Скоростта на планетохода спрямо т.А е $V_a + V_n \approx 900 \ km/h$

разстоянието S от т.А до т.В в същност е

$$\frac{2.\pi R}{4} = \frac{2.3.600}{4} = \frac{3600}{4} = 900 \ km$$

Планетоходът ще измине това разстояние за време $t = \frac{S}{V} = \frac{900 \ km}{900 \ km/h} = 1 h$

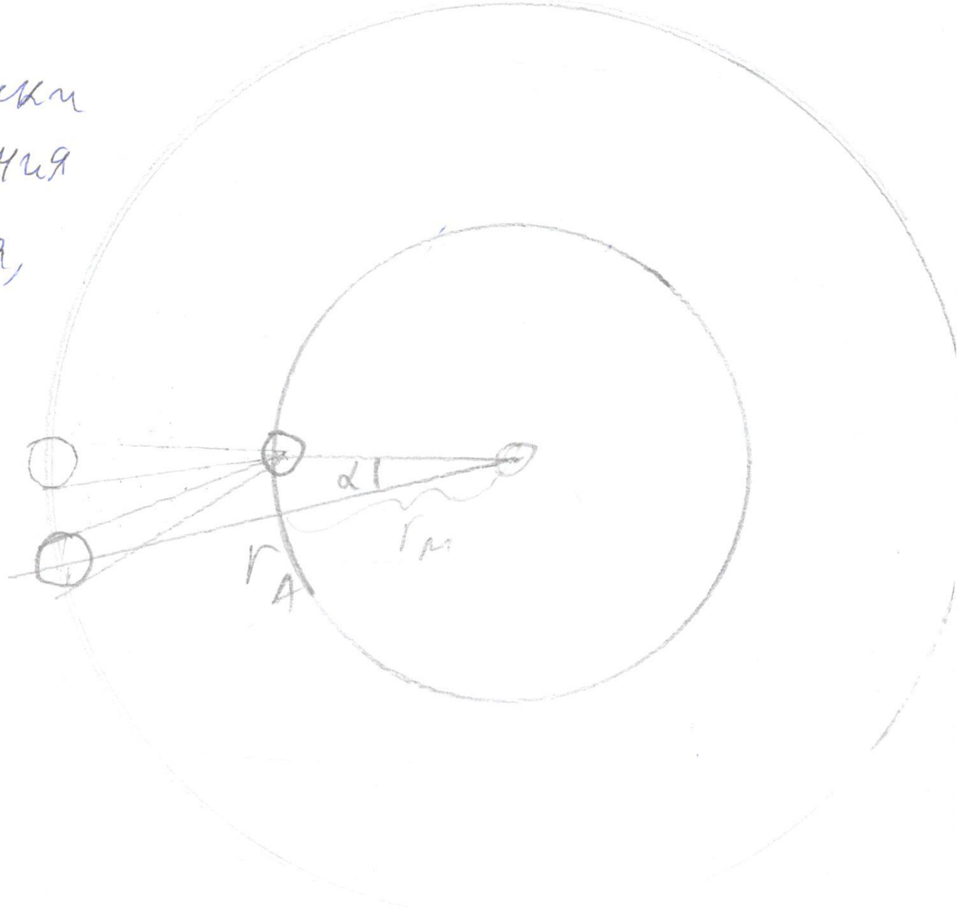
Спрямо т.A_1 за време $t = 1h$, планетоходът е изминал 3 km

$$\frac{3}{2\pi R} = \frac{\cancel{3}}{2 \cancel{3} . 600} = \frac{1}{1200}$$

Той е изминал $\frac{1}{1200}$ част от екватора.

Задача 3

Тъй като 2 марсиански години е синодичния период на ~~ас~~тероида, то сидеричния му е



$$\frac{1}{T_{syn}} = \frac{1}{T_M} - \frac{1}{T_a}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{1} - \frac{1}{T_a}$$

$$2 = \frac{T_a}{T_a - 1}$$

$$2T_a - 2 = T_a$$

$T_a = 2$ марсиански години

За да може да се извърши радиолокация трябва ~~що~~ една точка от Марс да бъде обърната към астероида. Това означава, че трябва да се намери синодичния ~~период~~ на синодичния период на Марс и синодичния период на ~~ас~~тероида. Ако сидеричния ~~период~~ на Марс е около 40 часа, то:
~~сидеричния~~

$$\frac{1}{T_{syn1}} = \frac{1}{T_{sidM}} - \frac{1}{T_{yrM}}$$ $\to$ годишен период

$$T_{syn1} = \frac{T_{sidM} \cdot T_{yrM}}{T_{yrM} - T_{sidM}} = \frac{40 \cdot 1{,}8 \cdot 365 \cdot 24}{1{,}8 \cdot 365 \cdot 24 - 40} = 40{,}1 \text{ часа}$$

$$\frac{1}{T_{syn_2}} = \frac{1}{\frac{T_{syn_1}}{2}} - \frac{1}{T_{syn}}$$

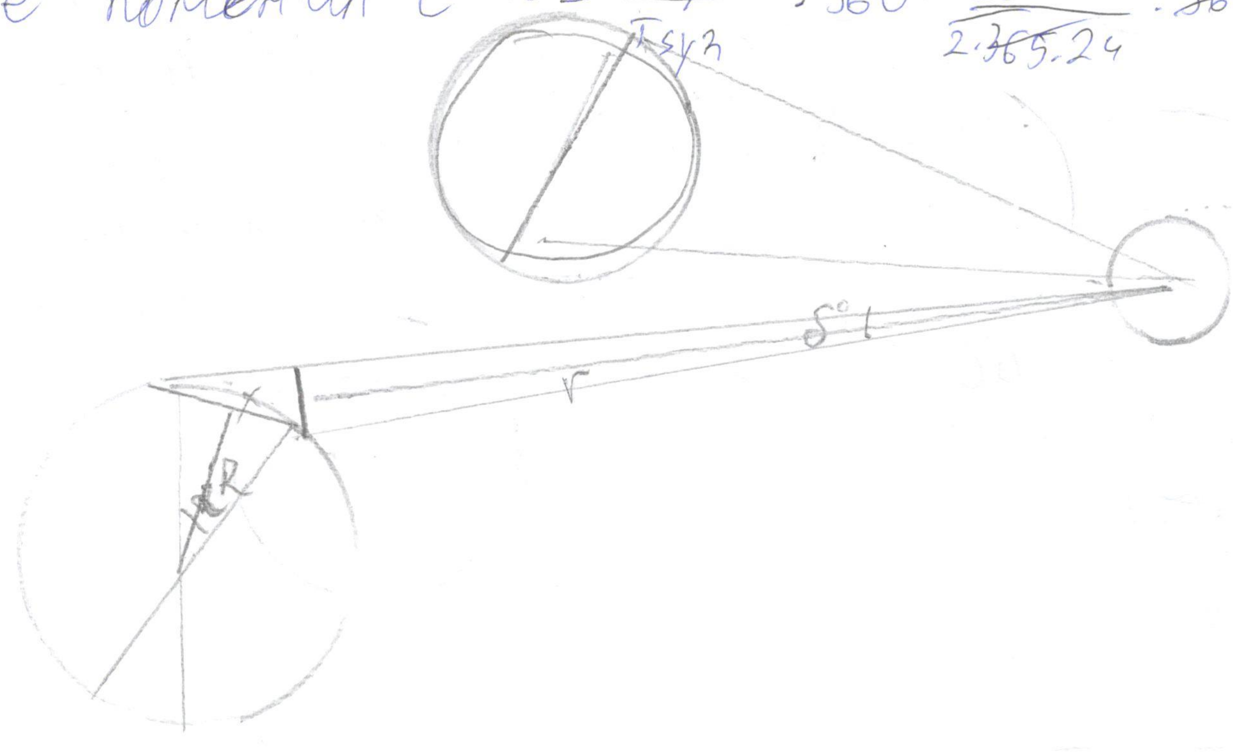
половината, защото астероидът е в опозиция и се вижда само през нощта

$$\frac{1}{T_{syn_2}} = \frac{1}{20} - \frac{1}{2 \cdot 365 \cdot 24}$$

$$T_{syn_2} = \frac{20 \cdot 2 \cdot 365 \cdot 24}{2 \cdot 365 \cdot 24 - 20} \approx 20^h$$

Сеансът за радиолокация трае около 20^h.

От началото до края на сеанса, ъгълът ~~Слънце-Мар~~ ~~Астер~~ Астероид-Слънце-Марс се е променил с $\alpha = \frac{T_{syn_2}}{T_{syn}} \cdot 360 = \frac{20}{2 \cdot 365 \cdot 24} \cdot 360 \approx 0{,}4^\circ$



Линейният размер на парчето x е

$\delta^{0} = 0{,}4^{0}$

$\delta'' = 206265 \cdot \cancel{A}$

Разстоянието Астероид-Слънце е a

$\frac{a^3_{AU}}{T^2_{yr}} = M_{M_\odot}$ $a = \sqrt[3]{4} \cong 1{,}6$ АЧ

$\cancel{X} = \frac{\delta''\cdot r}{206265}$

Разстоянието Марс-Астероид е

$r = a_{A} - a_{M} = 1{,}6 - 1{,}5 = 0{,}1$ АЧ

$x = \frac{0{,}4\cdot 60\cdot 60\cdot 0{,}1\cdot 150\cdot 10^{6}}{206265} \approx 100000''_{km} \approx 29$ km

частта, която се вижда в края на сеанса е с δ^{0} по-голяма от $\frac{1}{2}$

На чертежа: $\frac{X}{R} = \alpha$ $\frac{X}{r} = \delta^{0}$

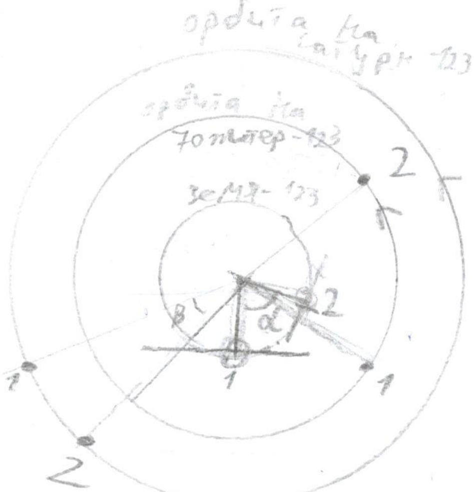
$\alpha \cdot R = \delta^{0} \cdot r$

частта, която е осветена е малко по-голяма от $\frac{1}{2}$ от астероида например

$\frac{1}{2-0{,}26} = \frac{1}{1{,}74}$ част

Задача. 4.

Първо трябва да се намери след колко време Юпитер отново ще е на хоризонта по пладне ⇒ синодичен период на Земята-123 и Юпитер-123



$$\frac{1}{T_{syn_1}} = \frac{1}{T_З} - \frac{1}{T_{Ю}}$$

$$T_{syn_1} = \frac{T_З \cdot T_{Ю}}{T_{Ю} - T_З}$$

Преди това трябва да се намерят сидеричните периоди на Юпитер-123 и Сатурн-123 по III закон на Кеплер

$$\frac{(a_{AU})^3}{(T_{yr})^2} = M_{(M_\odot)}$$

$$T_{Ю} = \left(\frac{8^3}{1,2}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{475} = 5.\sqrt{17} \simeq 20 г.$$

$$T_C = \left(\frac{12^3}{1,2}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{1490} \simeq 38 г.$$

$$T_{syn_1} = \frac{\cancel{2}^{1} \cdot 20}{\cancel{18}_{9}} \simeq 2,2 г.$$

Това разположение на Земята-123 и Юпитер-123 ще се повтори след 2,2г. (положение 2)

Земята ще отстои на $\alpha = \frac{1}{5} \cdot 360 = 72°$ спрямо положение 1

Сега трябва да се намери синодичния период на Юпитер и Сатурн

$$\frac{1}{T_{syn_2}} = \frac{1}{T_{Ю}} - \frac{1}{T_C}$$

$$T_{syn_2} = \frac{T_{Ю} \cdot T_C}{T_C - T_{Ю}} = \frac{20 \cdot \cancel{38}^{19}}{\cancel{18}_{9}} \simeq 380:9 \simeq 42,2 г.$$

След като синодичният им период е 42 г., то в положение 2 Сатурн-123 ще е по-далече от Юпитер-123 с

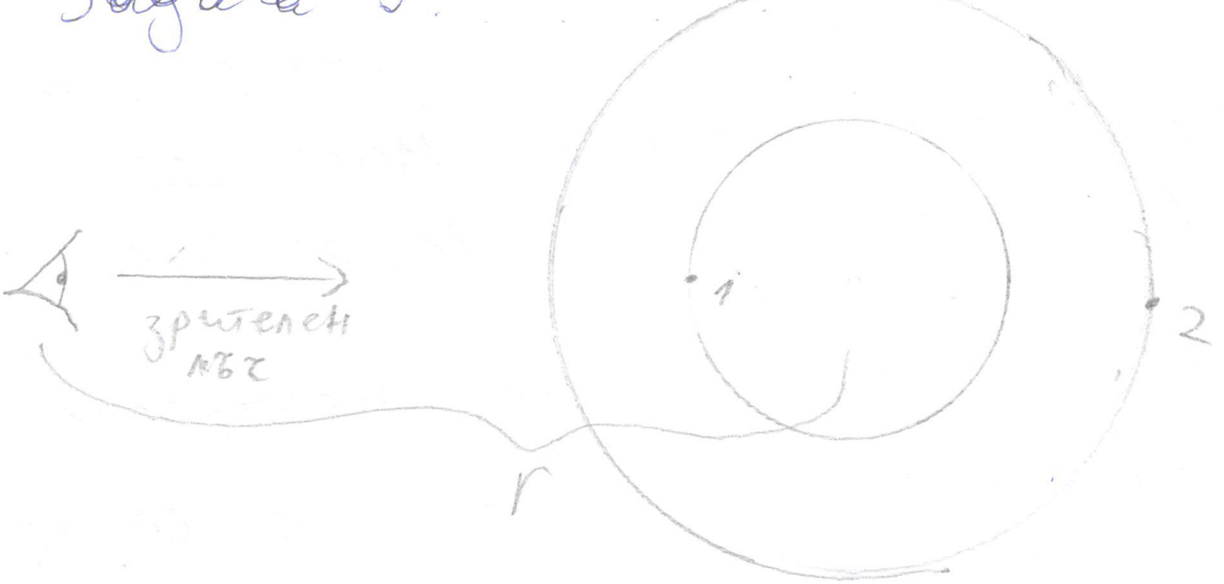
$$\beta = \frac{T_{syn_1} \cdot 360}{T_{syn_2}}$$

спрямо положение 1

$$\beta = \frac{2{,}2 \cdot 360}{42} \simeq 19^\circ$$

Следователно в положение 2 Сатурн-123 ще е с малък ъгъл над хоризонта и ще може да се види след като Слънцето залезе.

Задача 5.



След като затъмненията се наблюдават веднъж на 88 часа, то периодът на системата е $T = 2 \cdot 88 = 176$ часа по III закон на Кеплер се определя голямата полуос

$$\frac{a^3_{(AU)}}{T^2_{(yr)}} = 1{,}8\, M_\odot \qquad a = \left(1{,}8 \left(\frac{176}{365.24}\right)^2\right)^{\frac{1}{3}} \simeq 0{,}1\, AU$$

Щом всеки път блясъкът отслабва с $0{,}^m75$ то звездите имат горе-долу еднаква светимост. По закона на Погсон

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{\frac{L_1}{\cancel{r}}}{\frac{L_2}{\cancel{r}}} = 10^{\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4}} \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = 10^{\frac{3}{10}}$$

В случая $\Delta m = 0{,}^m75 = \frac{3}{4}$

r е приблизително еднакво и за двете звезди

Ако и двете звезди са от главната последователност, то $L \sim M^3$ и

$$\left(\frac{M_1}{M_2}\right)^3 = 10^{\frac{3}{10}} \qquad \frac{M_1}{M_2} = 10^{\frac{1}{10}}$$

$$\frac{M_1}{M_2} = 10^{\frac{3}{10} \cdot \frac{1}{3}}$$

Тъй ~~като~~ като $\underline{10^{\frac{1}{10}}} \approx 1$, то двете звезди са с приблизително еднакви маси от по $0{,}9\,M_\odot \Rightarrow M_1 \approx 0{,}9\,M_\odot$ и $M_2 \approx 0{,}9\,M_\odot$

След като слънцето се от спектрален клас G5, то тези звезди ще ~~да~~ от малко по-нисък спектрален клас G и ще са жълти на цвят

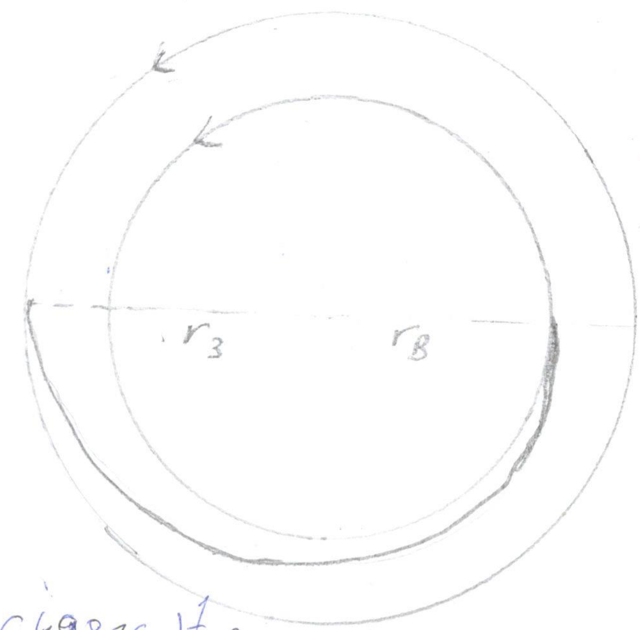
Задача 1

$0,72 \cdot 2 = 1,44$

$1,44 \cdot 2 = 2,88$

$a = \frac{r_З + r_В}{2} = \frac{1 + 0,72}{2} =$

$1,72 : 2 = 0,86$ АЕ



$\frac{a^3}{T^2} = 1$ $\quad (10^{-1})^3$ $\quad T = (0,86^3)^{\frac{1}{2}}$

$0,86 \cdot 0,86$

$\frac{0,86}{2} = 0,43$

$4^3 = 64$ $\quad 0,8$

$0,0064$

$(0,064)^{\frac{1}{2}} = 0,8$

$0,64 \cdot 10^{-3} = 64 \cdot 10^{-\frac{3}{2}}$

$86 \cdot 86$, $+676$, 688, $1556 \cdot 86$, $+45336$, 60448, 649816

$\frac{64}{10^3} = \frac{64}{\sqrt{1000}}$

$T = (0,649816)^{\frac{1}{2}} \simeq 0,8$ yr $= 0,8 \cdot 365$

$(86 \cdot 10^{-2})^3$

$86^3 \cdot 10^{-6}$

$\frac{8}{10} \cdot 365$

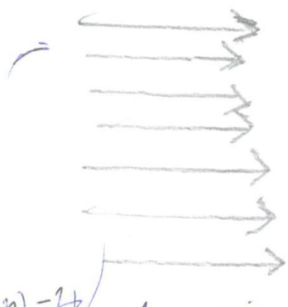
$4 \cdot 73 = 292$ дни

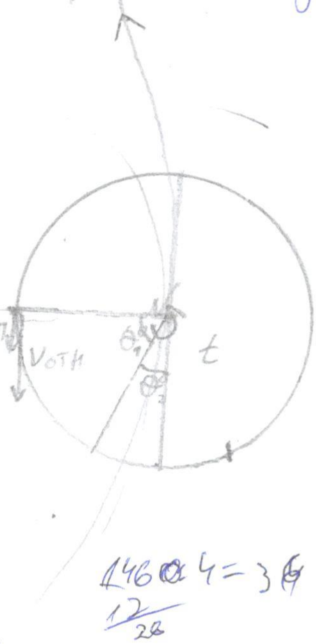
$28 - 12 = 16 + 31 + 30 + 31 + 30 + 31 + 30 + 30 + 31 + 30 =$

$= 16 + 9 \cdot 30 + 5 = 16 + 270 + 5 = 270 + 23 = 293$ дни

31 окт – 1 ноември 1961 г.

Задача 2





$V_{отн} = (T^{syn})^{-1} \cdot 2\pi R$

$\frac{1}{T_{syn}} = \frac{1}{4 \cdot 365} + \frac{1}{4}$

$\frac{1}{T_{syn}} = \frac{1}{4} - \frac{1}{1460}$

$\frac{1}{T_{syn}} = \frac{1460 - 4}{4 \cdot 1460}$

$T_{syn} = \frac{4 \cdot 1460}{1456}$

$T_{syn} = \frac{1460}{364}$ $\quad 365 \quad 91$

$1460 : 4 = 365$

$T_{syn} = 365 : 91 = 4,0109 \simeq 4,011$

364, -100, 91, 900

$$V_{отн.} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 600}{4{,}011} = 3600 : 4{,}011 = 3600000 : 4011 = 89{,}753 \approx 89{,}8\ km/h$$

$89{,}75\ km/h$

$$4\frac{(V_{отн.} + V_{п.})}{T^{syn}} = \frac{4 \cdot 89{,}75 + 4 \cdot 3}{4{,}011} =$$

$$= \frac{356 + 2 + 12}{4{,}011} = \frac{356 + 14}{4{,}011} = 370 : 4{,}011$$

$370000 : 4011 = 92{,}0 \ldots \approx 92\ km$

$360 \to T^{syn}$

$1^\circ \to x$ $\quad x = \cancel{360}$

$$\frac{T^{syn}}{360^\circ} = \frac{360}{4{,}011} = 89{,}75\ ^\circ/h$$

$$\frac{(V_{отн.} + V_{п.})}{r} = \omega \qquad \frac{89{,}75 + 3}{r} = \frac{92{,}75}{600} = \omega\ ^{rad/h}$$

$$\frac{\pi}{2} \cdot \frac{600}{92{,}75} = t \qquad \frac{3}{2} \cdot \frac{600}{92{,}75} = 90000 : 9275 = 9{,}703 \approx 9{,}7^h$$

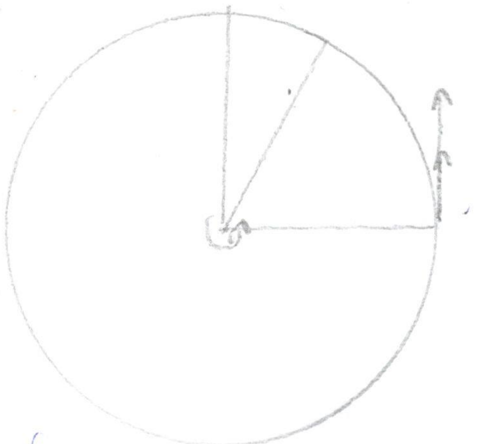
$0{,}97$

$$\frac{2 \cdot \pi \cdot 600}{4} = \frac{3600}{4} = 900$$

$$\frac{V_{отн.} + V_{п.}}{}$$

	S	V	t
I	0	$V_{отн.}+V_{п.}$	0
II			

$900\ km/h$



h

$3\ km$

$9000 : 9005 = 0{,}999$

$$\left(\frac{V_{отн.} + V_{п.}}{900}\right)^{-1} = 92{,}75 : 900 = 92750 : 90000 = 0{,}1305 \approx 0{,}131^h$$

$T^{syn}_{M} = 1{,}8^{yr}$

$10^{\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4{,}2}}$ $\quad 10^{0{,}2}$

$T^{syn} = 2 \cdot 1{,}8$

$\frac{L_1}{L_2} = 10^{\frac{3}{10}}$

$\frac{1}{2} = \frac{1}{1} - \frac{1}{T}$

$L \sim M^3$

$T - \frac{1}{T} = \frac{1}{2}$

$\frac{M_1}{M_2} = 10^{\frac{3}{10} \cdot \frac{1}{3}}$

$2T - 2 = T$

$\frac{M_1}{M_2} = 10^{\frac{1}{10}}$

$T = 2 \; yr$

$\lg_{10} \frac{M_1}{M_2} = 0{,}1$

$\cancel{M_1 =}$

$M \gg M_2$

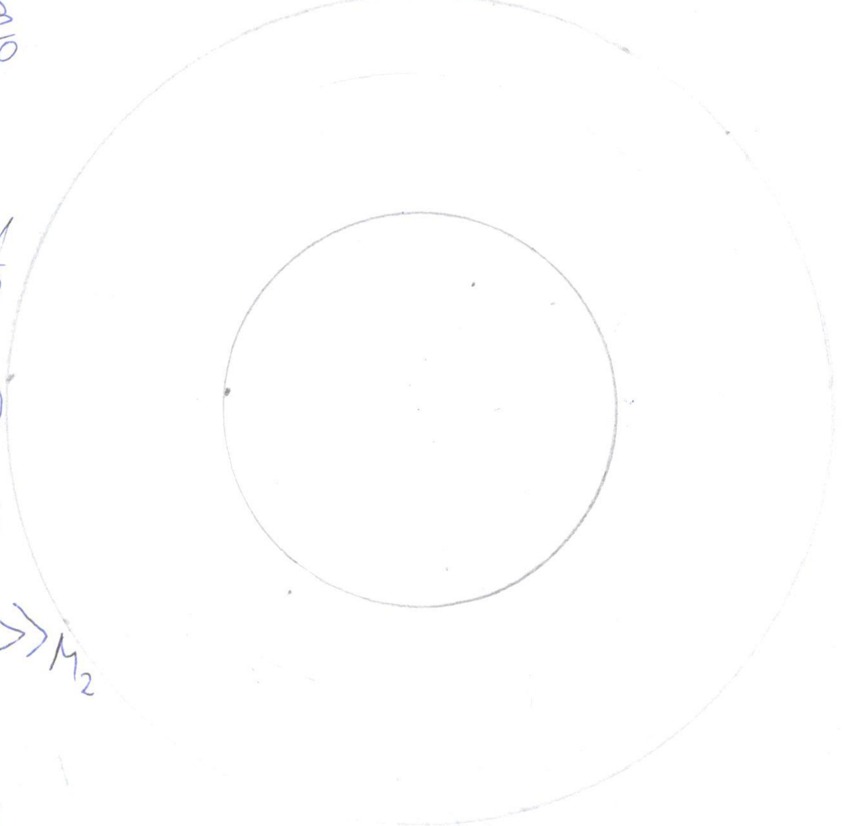
$\lg_{10} 10^{0{,}1} = 0{,}1$

$\lg_{10} \frac{M_1}{M_2} = 0{,}1$

$M_1 + M_2 = 1{,}8$

$\lg_{10} M_1 - \lg_{10} M_2 = 0{,}1$

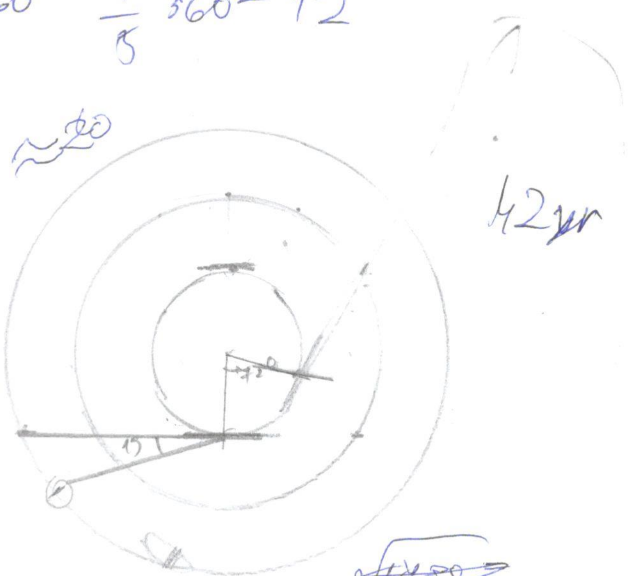
$M_1 + M_2 = 1{,}8$



$0{,}2 \cdot 360 \quad \frac{1}{5} 360 = 72$

$5\sqrt{17} \approx 20$

42 yr



$\frac{1}{T^{syn}} = \frac{1}{\ }$

$T_{20} = \left(\frac{8^3}{1{,}2}\right)^{\frac{1}{2}} = 512 0 : 1{,}2 = \sqrt{425}$

$8 \cdot 64 = 512$

25^2

$25 \cdot 20 = 500$

$25 \cdot 17 = 425$

$T_c =$

$\frac{a^3}{T^2} = M(M_\odot)$

$T = \sqrt{\frac{a^3}{M}} = \frac{8^3}{1{,}2}$

$\left(\frac{12^3}{1{,}2}\right)^{\frac{1}{2}} = 144 \cdot 12 = 1728$

$38 \cdot 38 = 1444$ $\quad 39 \cdot 39 = 1521$

$1788 : 17 = 105$

$17880 : 12 = 1$

$\frac{1}{T(syn)} = -\frac{1}{T_{20}} + \frac{1}{2}$

$\frac{1}{T_{syn}} = -\frac{1}{T_c} + \frac{1}{T_{20}}$

$T_{syn} = \frac{2T_{20}}{-2 + 5\sqrt{17}} = \frac{2 \cdot 5\sqrt{17}}{-2 + 5\sqrt{17}}$ $\quad 38$

$20 \cdot 38 = \ldots$

$380 : 9 = 42$

$T_{syn} = \frac{40}{18} = \frac{20}{9} = 2{,}2 \; yr$

$T_{syn} = \frac{T_c \cdot T_{20}}{T_c - T_{20}} = \frac{20 \cdot 38}{18} = 30 \; yr$

$17880 : 12 = 1490$

$35 \cdot 35 = 1225$

$\sqrt{1415}$

$1490 : 35 = 4$

$37 \cdot 37 = 1369$

$38 \cdot 38 = 1336$

$1415 - 1225 = 190 = \sqrt{1490} =$

$40 \cdot 40 = 1600$

42 ур → 360°

2,2 → x

$x = \frac{2,2 \cdot 360}{42}$

x = 120 · 11 = 1320

x = 13,2 : 7 = 18,8 ≈ 19°

$\frac{0,86}{2} = 0,43$

$4^3 = 64$

$(4 \cdot 10^{-1})^3 = 4^3 \cdot 10^{-3} = \frac{64}{1000} =$

$= \sqrt{0,064} = \left(\frac{64}{100 \cdot 10}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{64}}{10 \cdot \sqrt{10}} = \frac{8}{30}$

8,0 : 30 = 0,2

0,86 · 86

86 · 86 = 7396

7396 · 86 = 636056

$0,636056 = 0,64$

$(86 \cdot 10^{-2})^3 =$

10^{-6}

≈ 50 часа

40 часа