

169Лист 1.н.2

Дано. Зв. величина Солнца $M_0 = 4,72^m$, Температура Солнца $T_0 = 5800\text{K}$. По формуле Погсона находим ~~отношение~~ светимости звезды и Солнца:

$$\frac{L}{L_0} = 10^{0,4(M_0 - M)} = 10^{0,4(4,72 + 0,6)} = 10^{2,1} \approx 100$$

Из закона Гейрата-Больцмана $L = S_c T^4 \Rightarrow \frac{L}{L_0} = \left(\frac{R}{R_0}\right)^2 \left(\frac{T}{T_0}\right)^4$ находим
отношение радиусов Земли и Солнца: $\frac{R}{R_0} = \left(\frac{L}{L_0}\right)^{0,5} \left(\frac{T_0}{T}\right)^2 = 10 \cdot \left(\frac{5800}{3400}\right)^2 \approx$
 $\approx 10 \cdot 1,7^2 = 28,9$

Гравитационное ускорение на поверхности $g = \frac{GM}{R^2} \Rightarrow M = \frac{gR^2}{G}$

$$M = \frac{0,7 \cdot (28,9 \cdot 7 \cdot 10^8)^2}{6,67 \cdot 10^{-11}} \approx \frac{7^3 \cdot 28,9^2 \cdot 10^{16}}{7 \cdot 10^{-11}} \approx 40804 \cdot 10^{27} \approx 4,1 \cdot 10^{31}$$

Теперь по 3 обобщенному закону Кеплера находим большую полуосью нашей планетки. Т.к. $M_* = M_\oplus$, то или можем преобразовать (шаги по уравнению с Солнцем и звездой) $\Rightarrow \left(\frac{T}{T_0}\right)^2 \frac{M}{M_0} = \left(\frac{a}{a_0}\right)^3$ (также T - период обращения) $\Rightarrow \left(\frac{a}{a_0}\right)^3 = \left(\frac{73}{365}\right)^2 \cdot \frac{4,1 \cdot 10^{31}}{2 \cdot 10^{30}} = 0,04 \cdot 20 = 0,8 \Rightarrow a = 2\sqrt[3]{0,8} a_0 = 2 \cdot 10^{-0,33} a_0$.

~~Задача~~ Чем больше эксцентриситет, тем ближе планета будет подходит к звезде. \Rightarrow Максимальной эксцентриситет будет тогда, когда в перигелии присутствует ~~на~~ ^{у края} звезды. То есть когда $g = R = 28,9 R_0$. $g = a(1-e) \Rightarrow 1-e = \frac{g}{a} \Rightarrow e = 1 - \frac{g}{a}$

$$e = 1 - \frac{28,9 \cdot 7 \cdot 10^8}{2 \cdot 10^{-0,33} \cdot 1,5 \cdot 10^8} \approx 1 - \frac{202}{3} \cdot 10^{8-11+0,3} = 1 - 67 \cdot 10^{-2,7} \approx \boxed{e \approx 0,933} \approx 1 - 0,067$$

№5

Объект будет в направлении на $\vartheta = 90^\circ$ от Аркадия от верхней кульминации. Объект на горизонте $\Rightarrow h_B = 0$. $h_B = 90^\circ - \vartheta + \delta = 0 \Rightarrow \delta = \vartheta - 90^\circ = -28^\circ$ ($\vartheta = 62^\circ$).

Посчитаем угол покрытия горизонта Василия.

~~$\cos \alpha \approx \frac{6400}{6400,885}$~~

$$\cos \alpha \approx \frac{6400}{6400,885} \quad 6400 \text{ km} - R_\oplus$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}, \quad \alpha \text{ - мал., так что } \sin \alpha \approx \alpha \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos \alpha \approx \sqrt{1 - \alpha^2} \approx \frac{6400}{6400,885}$$

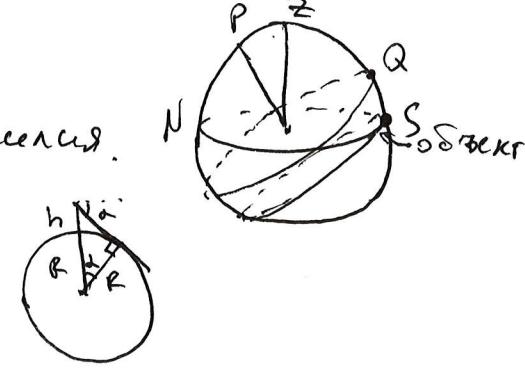
$$\alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{6400}{6400,885}\right)^2} = \sqrt{1 - 0,9999^2} = \sqrt{1 - 0,9998} = \sqrt{0,0002} = \sqrt{2} \cdot 10^{-2}$$

$$\alpha \approx 1,4 \cdot 10^{-2} = 0,014 \text{ радиан} \approx 48'$$

Объект для Василия будет на максимальной высоте, когда от него в его пункте наблюдения в В.к. $h_B = 90^\circ - \vartheta + \delta + \alpha = 18^\circ 48'$.

Разница во времени на Δt будет являться просто разностью долгот в часовой плоскости. Так, как доля Васи больше доли Аркадия, то в его пункте объект окажется в В.к. позже.

$$\text{ИТАК, } \Delta t = \frac{\lambda_B - \lambda_A}{15^\circ/\text{час}} = \frac{43 - 31}{15} = \frac{12}{15} \text{ часа} = 48 \text{ минут}$$



№ 4

Посчитаем время между максимальными сближениями с Землей: $2097 - 2003 + 0,5 = 94,5$ года. Это и будет синодический период Земли с астероидом (головой не будем считать эксцентрической, она мало и орбиты почти круговые).

$$\Rightarrow \frac{1}{S} = \frac{1}{T_{ac}} - \frac{1}{T_\oplus}$$

~~ночьные сроки~~ период астероида получился бы отрицательным ($\frac{1}{T_{ac}} = \frac{1}{S} - \frac{1}{T_\oplus} = \frac{1}{94,5} - 1 < 0$)

$$\Rightarrow \frac{1}{S} = \frac{1}{T_{ac}} - 1 \quad (\text{будем считать период в положительных})$$

$$\frac{1}{T_{ac}} = 1 + \frac{1}{S} = \frac{S+1}{S} \Rightarrow T_{ac} = \frac{S}{S+1}$$

№ III закону Кеплера $\left(\frac{T_\oplus}{T_{ac}}\right)^2 = \left(\frac{a_\oplus}{a_{ac}}\right)^3 \Rightarrow \frac{a_{ac}}{a_\oplus} = \sqrt[3]{\left(\frac{T_{ac}}{T_\oplus}\right)^2}$ а.е.

$$\Rightarrow a_{ac} = \sqrt[3]{\left(\frac{S}{S+1}\right)^2} = \sqrt[3]{\frac{94,5^2}{95,5^2}} = \sqrt[3]{\frac{8930,25}{9120,25}} = \sqrt[3]{0,979167238} \text{ а.е.}$$

(Так как НАМ нужна точность до 10^{-3} а.е., то под корнем кубический корень не менее 9 знаков после запятой). А теперь нужно придумать, как бы поаккуратнее извлечь корень...

Методом подбора (спустя 2 часа) я обнаружила, что

$$994^3 = 982107784, \text{ а } 993^3 = 979146657. \text{ Тогда } 993 \text{ ближе}$$

то есть наше число на 10^{-3} находится между 993 и 994.

Ответ: $a_{ac} \approx 0,993$. Максимальная возможная ошибка - на 0,001, что и нужно

169ЛУЧ 6№1

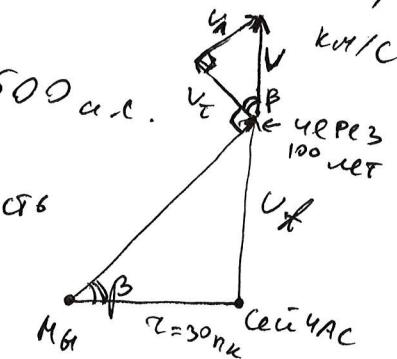
Найдём полную пространственную скорость звезды сейчас.

Для этого найдём её тангенциальную скорость. В данный момент она и будет полной. ~~тогда~~ $v_t = 4,74 \cdot 10^3 \text{ м/с} \cdot r_{\text{на}} = 4,74 \cdot 0,5 \cdot 30 = 71,1$

или $v_t = 15 \text{ а.е./год} \Rightarrow \text{За 100 лет она пройдёт } 1500 \text{ а.е.}$

Как видно из рисунка, какая-то лучевая скорость

мыли $\beta: \operatorname{tg} \beta = \frac{v_t}{r}$. Однако останется премней. Опреде-



~~$\operatorname{tg} \beta \approx \beta_{\text{пред}}$~~ $\frac{v_t}{r} \Rightarrow \beta'' = \frac{206265 (v_t)_{\text{а.е}}}{206265 \text{ а.е.} \cdot 30} = \frac{v_t}{30} = \frac{1500}{30} = 50''$

$$\sin \beta = \frac{v_t}{V} \approx \beta_{\text{пред}}$$

$$\operatorname{tg} \beta \approx \beta_{\text{пред}} \approx \frac{v_t}{r} = \frac{1500}{30 \cdot 1500} = \frac{50}{206265} \approx 0,0002 \text{ рад}$$

Из геометрии видно, что

$$\sin \beta = \frac{v_t}{V} \approx \beta_{\text{пред}}$$

$$\Rightarrow v_t \approx V \beta_{\text{пред}}$$

$$v_t = 71,1 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-4} = 14,22 \text{ м/с}$$

Из зеркала Доплера найдём $\Delta \lambda / \lambda$ в оптическом диапазоне

$$\lambda = 5500 \text{ \AA} \Rightarrow \frac{\Delta \lambda}{\lambda} = \frac{v}{c} \Rightarrow \Delta \lambda = \frac{v}{c} \lambda = \frac{14,22}{3 \cdot 10^8} \cdot 5500 = 4,74 \cdot 55 \cdot 10^{-6} = 260,7 \cdot 10^{-6} \text{ \AA}$$

Что гораздо меньше, чем скорость света в вакууме, так мы просто не заметим эту ~~разницу~~ лучевую скорость.

ОТВЕТ: Нет

№3

Угловой размер любой звезды помимо Солнца для нас будет гораздо меньше 1''. Но из-за того, что атмосфера дрожит, ^{угловой} размер любой звезды помимо Солнца будет ограничен атмосферным дрожжением, то есть 1''
 \Rightarrow Угловой размер Антареса при наблюдении с Земли
 $P=1''$