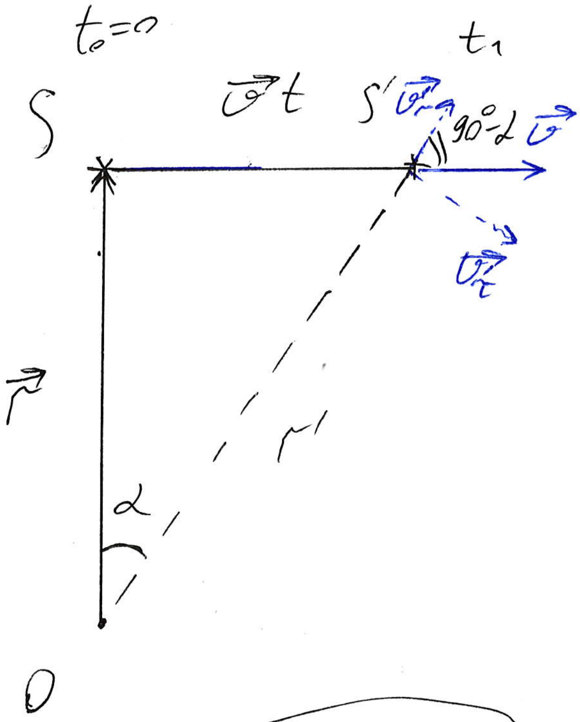
Задача № 1



1) Т.к. $v_r = 0$, то $\vec{r} \perp \vec{v}$.

Вычислим тангенциальную скорость в момент t_0:

$$v_\tau\left(\frac{км}{с}\right) = v\left(\frac{км}{с}\right) = 4{,}74\,\mu(''/год)\cdot r(пк) = 15\cdot 4{,}74\ \frac{км}{с} = 71{,}1\ \frac{км}{с}.$$

$$\begin{array}{r} 474 \\ \times\ 15 \\ \hline 2370 \\ +474\ \ \\ \hline 7110 \end{array}$$

$(1+x)^\alpha = 1+\alpha x$

$(1+10^{-12})^{1/2} =$

$= 1 + \frac{1}{2}\cdot 10^{-12}$

$$\begin{array}{r} 711 \\ \times\ 314 \\ \hline 2844 \\ +711\ \ \\ 2133\ \ \ \ \\ \hline 223254 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 333 \\ \times\ 711 \\ \hline +333 \\ 333\ \ \\ 2331\ \ \ \ \\ \hline 236763 \end{array}$$

2) Найдём расстояние в момент $t_1 = 100$ лет:

$r' = \sqrt{r^2+(vt)^2}$; $vt = 71{,}1\cdot\pi\cdot 10^7$ км $=$

$= 223{,}3\cdot 10^7$ км

1 пк $= 3{,}086\cdot 10^{13}$ км

$\Downarrow$

$vt \approx 10^{-6}$ пк

~~Тогда~~ $\cancel{r' = r\sqrt{1+10^{-12}} \approx r}$ Тогда $r' \approx r$

3) $v_r = v\cdot\cos(90°-\alpha) = v\sin\alpha$; из $\Delta\, SOS'$ $\sin\alpha = \frac{vt}{r'} \approx \frac{10^{-6}}{3\cdot 10^{7}} =$

$= 0{,}333\cdot 10^{-7} = 3{,}33\cdot 10^{-8}$.

Значит $v_r \approx 3{,}33\cdot 10^{-8}\cdot 71{,}1\ \frac{км}{с} = 3{,}33\cdot 7{,}11\cdot 10^{-7}\ \frac{км}{с} \approx$

$\approx 23{,}7\cdot 10^{-7}\ \frac{км}{с} \approx 2{,}37\cdot 10^{-6}\ \frac{км}{с}$

См. сл. лист. →

167

2

4) Минимальная скорость, обнаруживаемая ею с его помощью, определяется так:

$\frac{v_{min}}{c} = \frac{\Delta \lambda_{min}}{\lambda_0}$, где $\Delta \lambda_{min}$ – точность, λ_0 – лабораторная длина волны.

Для оптических наблюдений $\lambda_0 \simeq 500$ нм.

Тогда $v_{min} = \frac{1}{50000} \cdot c \simeq 6 \frac{км}{с} \gg v_r = 2{,}37 \cdot 10^{-6} \frac{км}{с}$.

Значит, с помощью данного спектрометра обнаружить скорость нельзя.

Ответ: нельзя.

Задача №2

1) Вычислим параметры звезды:

$$\frac{L}{L_\odot} = 10^{0,4(4,7+0,6)} \simeq 10^{2,12}$$

$$\frac{L}{L_\odot} = \left(\frac{T}{T_\odot}\right)^4 \cdot \left(\frac{R}{R_\odot}\right)^2 \Rightarrow \frac{R}{R_\odot} = \sqrt{\frac{L}{L_\odot}} \cdot \left(\frac{T_\odot}{T}\right)^2 = 10^{1,06} \cdot 2{,}89$$

$$g = \frac{GM}{R^2} \Rightarrow M = \frac{gR^2}{G} = \frac{0{,}7 \cdot 10^{2,12} \cdot 2{,}89^2 \cdot 6{,}95^2 \cdot 10^{16}}{6{,}67 \cdot 10^{-11}} \text{ кг} =$$

$$\simeq 4{,}24 \cdot 10^{0,12} \cdot 10^{30} \text{ кг} \simeq 2{,}2\, M_\odot$$

см. сл. лист →

167

3

2) Вычислим параметры орбиты экзопланеты:

$$\cancel{\frac{MT^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G} \Rightarrow a = \sqrt[3]{\frac{G}{4\pi^2}\cdot MT^2}}$$

$$\frac{a}{a_\oplus} = \sqrt[3]{\frac{M}{M_\odot}\cdot\left(\frac{T}{T_\oplus}\right)^2} = \sqrt[3]{8{,}8\cdot 10^{-2}} = 0{,}44$$

$q = a(1-e) \Rightarrow e = 1 - \frac{q}{a}$; чтобы $e \to max$, $q \to min$.

Тогда перицентр орбиты должен быть на расстоянии, чуть большим радиуса звезды.

$$e_{max} = 1 - \frac{R}{a} = 1 - \frac{10^{1,06}\cdot 2{,}89\cdot 6{,}95\cdot 10^8}{4{,}4\cdot 10^{-1}\cdot 1{,}5\cdot 10^{11}} \approx 0{,}69.$$

Ответ: $e_{max} = 0{,}69$.

Задача 13

1) Примем, что Антарес имеет абсолютную величину $M = -0{,}6^m$ и температуру $T = 3{,}4\cdot 10^3$ К. Пусть его видимая зв. величина равна $m = 3{,}0^m$. Тогда он находится на расстоянии

$$\left(\frac{r(пк)}{10}\right)^2 = 10^{-0,4(M-m)} \Rightarrow \cancel{r(пк) = 10\cdot 10^{0,2(M-m)}} =$$

$$\Rightarrow r(пк) = 10\cdot 10^{0,28} = 10^{1,28}(пк) = 20 пк.$$

см. след. лист →

167

4

Задача №3
(продолжение)

2) Угловой размер Солнца на расстоянии 20 пк равен $\alpha_\odot = \frac{2R_\odot}{r} = \frac{1,39\cdot10^9 м}{2\cdot3,086\cdot10^{16} м} = \frac{13,9\cdot10^8}{6,17\cdot10^{16}} \approx$

$\approx 2,25\cdot10^{-8}$ рад.

Блеск Солнца на расстоянии 20 пк:

$m_\odot - M_\odot = -2,5\lg 4 \Rightarrow m_\odot = 6^m$.

3) $E = \frac{L}{4\pi r^2} = \frac{\sigma T^4 \cdot 4\pi R^2}{4\pi r^2} = \frac{\sigma T^4 \cdot \alpha^2}{4} \Rightarrow \alpha \sim \sqrt{E}\cdot\frac{1}{T^2}$.

~~Тогда~~ Сравним Антарес и Солнце:

$$\frac{\alpha}{\alpha_\odot} = \sqrt{\frac{E}{E_\odot}}\cdot\left(\frac{T_\odot}{T}\right)^2 = 10^{0,2(m_\odot - m)}\cdot\left(\frac{58}{34}\right)^2 =$$

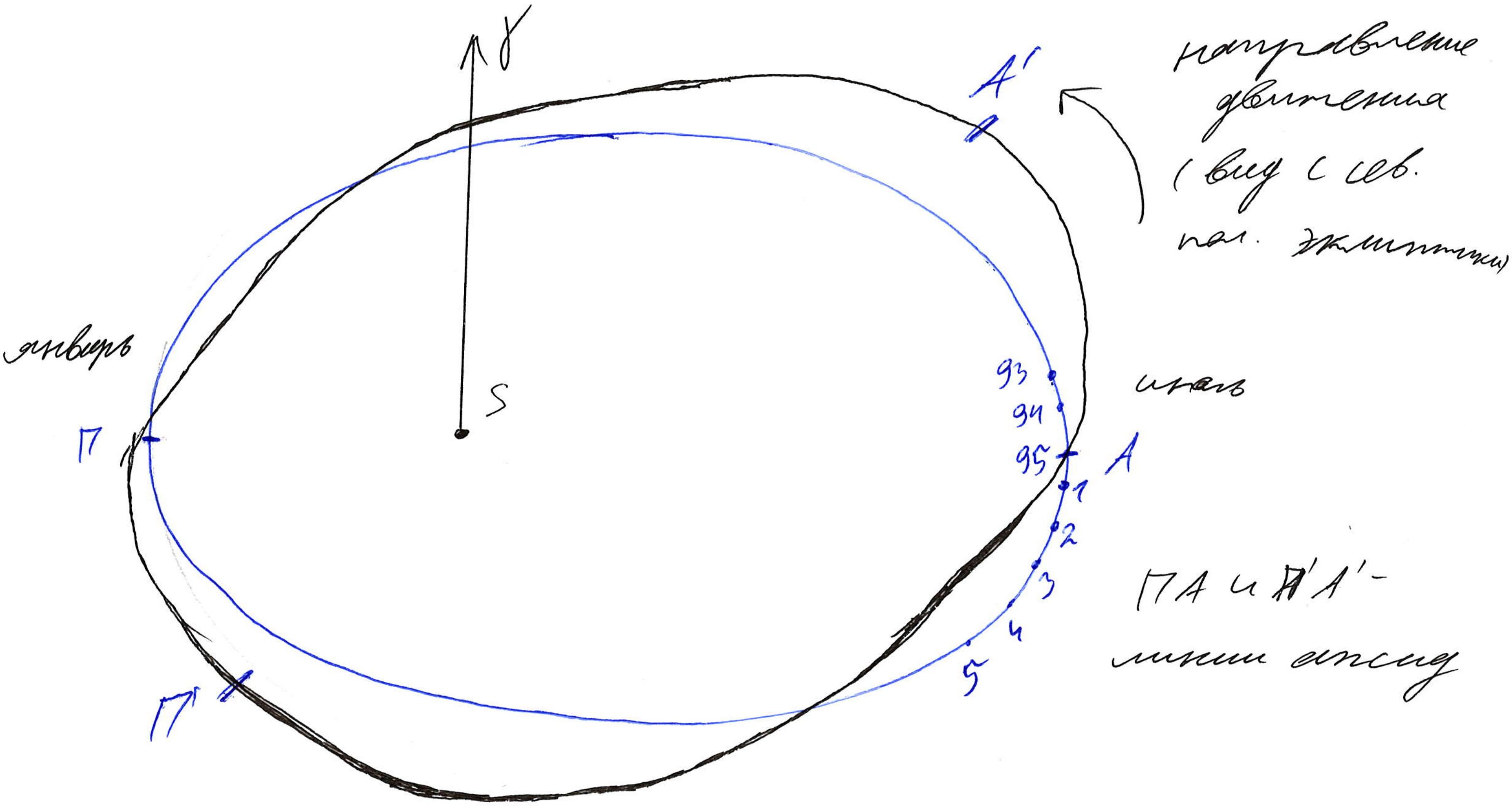
$= 29 \Rightarrow \alpha = 2,9\cdot2,25\cdot10^{-7}$ рад $= 6,53\cdot10^{-7}$ рад $= 0,13''$.

Ответ: $\alpha = 0,13''$.

см. сл. лист →

Задача № 4

1) Нарисуем орбиту Земли и астероида вокруг Солнца, учитывая, что Земля проходит перигелий в начале января, а афелий в начале июля (эллиптичность увеличена для наглядности)



В реальности орбита ~~Земли~~ астероида отличается от той, что на рисунке: $Q > Q_\oplus$, $q < q_\oplus$, $e > e_\oplus$.

2) По III з-ну Кеплера период обращения астероида меньше периода Земли. Рассмотрим моменты прохождения астероида через точку орбиты, в которой должно произойти макс. сближение в 2097 году, в течение 2003–2097 г. Для каждого такого момента отметим положение Земли на её орбите (числа 1, 2, ..., 95)

см. сл. лист →

Задача №4
(продолжение)

167
6

Каждое положение с номером K соответствует ~~году на самом~~ году $N = K + 2003 - 1$.

То есть Земля просто отстаёт от астероида, и к тому моменту, когда Земля совершит 94,5 оборота по своей орбите, астероид совершит 95,5 оборотов.

Тогда $\frac{T_\oplus}{T} = \frac{95{,}5}{94{,}5} = \frac{191}{189} = \left(\frac{a_\oplus}{a}\right)^{3/2}$ по III з-ну Кеплера.

Значит, $\frac{a_\oplus}{a} = \left(\frac{191}{189}\right)^{2/3} \Rightarrow a = \frac{a_\oplus}{\left(\frac{191}{189}\right)^{2/3}} =$

$= a_\oplus\left(1 + \frac{2}{189}\right)^{-2/3} \approx a_\oplus \cdot \left(1 - \frac{4}{567}\right) = \frac{563}{567} a_\oplus$.

Ответ: $a = \frac{563}{567} a_\oplus$

см. сл. лист →

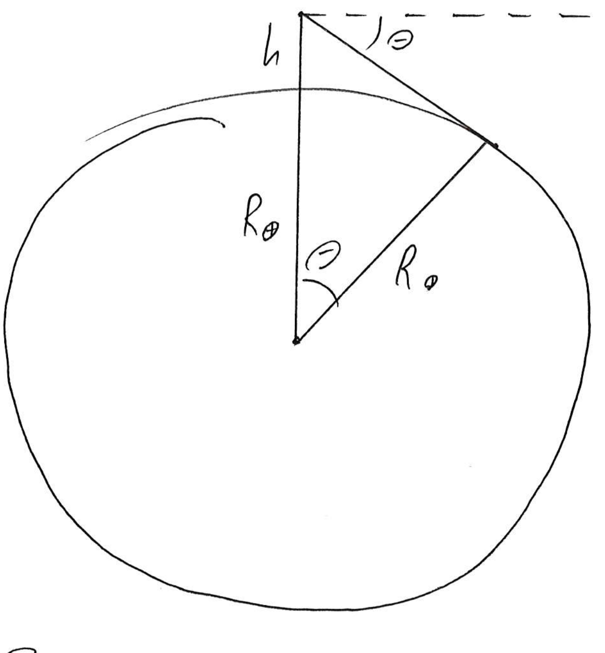
Задача №5

1) Найдём склонение объекта:

$$90° - \varphi_A + \delta = 0 \Rightarrow \delta = \varphi_A - 90° = -28°.$$

Тогда для Василия высота объекта в верхней кульминации будет равна $h' = 90° - \varphi_B + \delta = 18°$.

Но Василий стоит на горе, для него понижается горизонт:



$$\cos\theta = \frac{R_\oplus}{R_\oplus + h}$$

Т.к. θ — мал, то $\cos\theta = 1 - \frac{\theta^2}{2} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \theta = \sqrt{\frac{2h}{R+h}} =$$

$$= 1{,}64 \cdot 10^{-2} \text{ рад} = 3383'' = 56' \simeq 1°.$$

Значит, максимальная высота над видимым горизонтом равна $h = h' + 1° = 19°$.

2) Теперь вычислим часовые углы восхода объекта для обоих пунктов. Для Аркадия $t_{A1} = 0^h$, т.к. объект едва показался над югом и ушёл под горизонт...

см. сл. стр. →

Задача №5
(продолжение)

По сферической теореме косинусов

$\cos z = \sin\varphi \sin\delta + \cos\varphi \cos\delta \cos t$.

Для ~~Арктура~~ Засилия в момент восхода объекта $z = 91°$ из-за понижения горизонта. Но мы пренебрегли рефракцией, вносящей большую ошибку, значит, пренебрежём и этим фактом. Тогда $z = 90°$ и

$\cos t_В = -\operatorname{tg}\varphi_В \operatorname{tg}\delta$

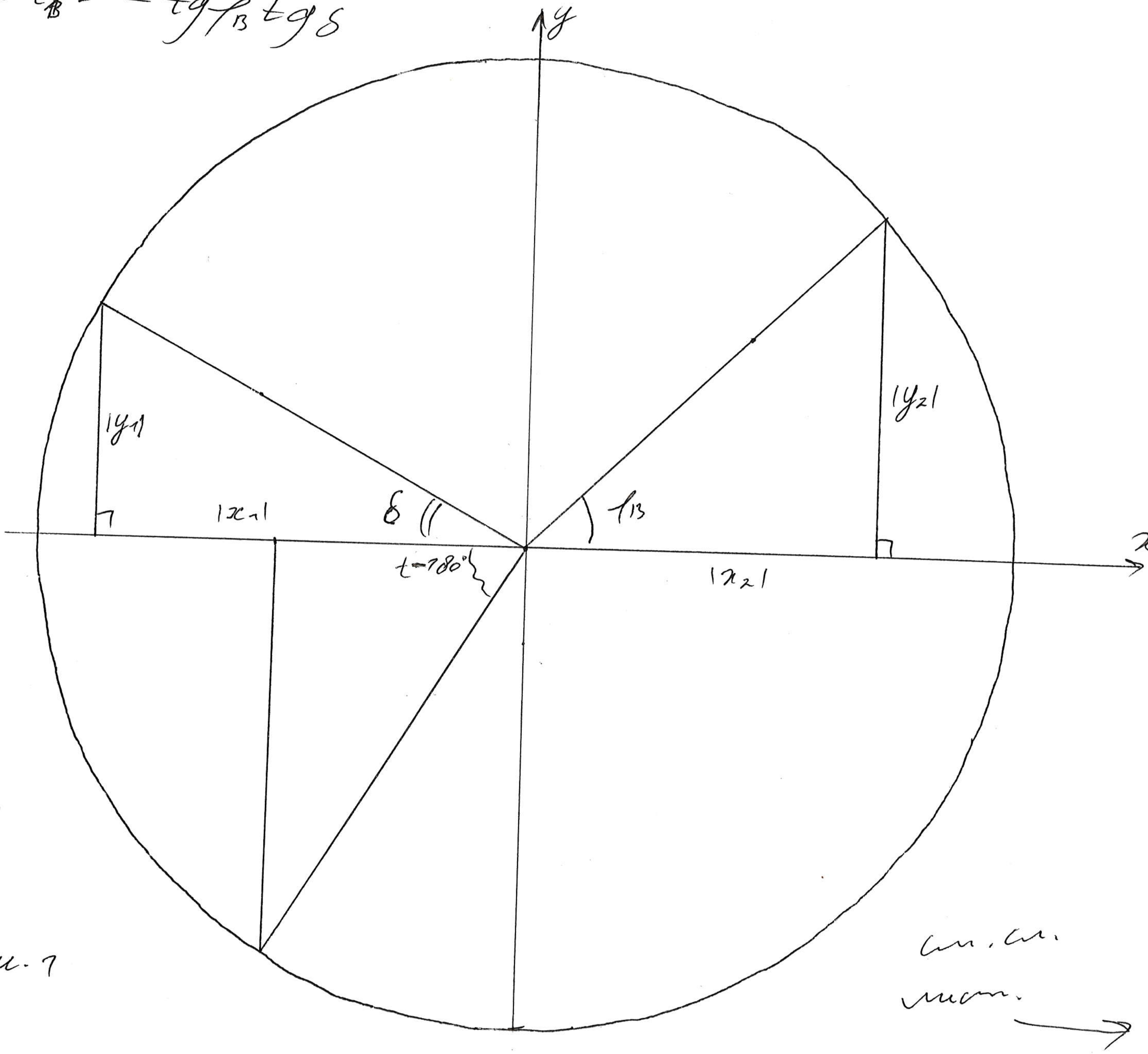


рис. 1

см. сл. лист.

Задача №5

(продолжение)

На рисунке 1 я изобразил тригонометрическую окружность, с помощью которой можно определить тригонометрические функции углов.

$|x_1| = 71{,}0$ мм; $|x_2| = 57{,}5$ мм; $|y_1| = 38{,}0$ мм; $|y_2| = 55{,}5$ мм

Тогда $tg\,\varphi_B = \frac{|y_2|}{|x_2|} = \frac{55{,}5}{57{,}5} = \frac{111}{115}$; $tg\,\delta = \frac{-|y_1|}{|x_1|} = \frac{-38}{71}$

Отсюда $\cos t_B = \frac{-4218}{8765} = -0{,}576$.

Радиус окружности $R = 80$ мм $\Rightarrow |x_{t_B}| = |R \cdot \cos t_B| = 41{,}3$ мм

Из рисунка $t - 180° = 59° \Rightarrow t = 239° = 15^h56^m$

То есть ~~восход~~ наблюдаем за 8 часов 4 минуты до ~~от~~ верхней кульминации. Т.к. у Гасанова все светила кульминируют раньше на $\Delta t = \lambda_B - \lambda_A = 12° = 48^m$, то он увидит объект раньше на время

$\tau = \cancel{t - \Delta t} = (24^h - t) - \Delta t = 7^h16^m$.

Ответ: $h_B = 19°$; $\tau = 7^h16^m$