К01
322 — 1

Задача №1

Максимально возможная база интерферометра, учитывая, что телескопы находятся на Земле — это диаметр Земли. Для оценки минимального времени возьмём длину волны ~1 м. Тогда разрешение интерферометра $\delta \approx \frac{\lambda}{D_З} \approx 8\cdot10^{-8}$ рад $\approx 0{,}016''$. Большая полуось аберрационного эллипса прямо пропорциональна скорости тела, значит $a_{c.c.} = a_З \cdot \frac{v_{cc}}{v_З}$, где a_{cc} — большая полуось для солн. системы, $a_З$ — больш. полуось для Земли, $a_З \approx 20''$, v_{cc} — скорость солн. системы отн. центра галактики, $v_{cc} \approx 230\ \frac{км}{с}$, $v_З \approx 30\ \frac{км}{с}$.

Тогда $a_{cc} \approx 150''$, но наш интерферометр заметит смещение на $0{,}016''$, т.е. примерно на $\frac{1}{10000}$ от a_{cc}. В приближении будем считать, что на этом участке скорость линейно направлена. Тогда $\frac{2\pi R}{T} = \frac{R}{10000\,t}$, где R — радиус орбиты солн. системы, $R \approx 8{,}5$ кпк, T — период обр. солн. системы, t — искомое время.

$t \approx \frac{T}{63000} = \frac{2\pi R}{v_{cc}\cdot 63000} \approx 3400$ лет. Видим, что $t \sim \lambda$, а длина волны в радиодиапазоне варьируется от сантиметров до десятков километров. Если рассматривать $\lambda \sim 1$ см, то t уменьшается соответственно до всего 34 лет, а если наоборот, $\lambda \sim 10$ км, $t \approx 34$ млн. лет. Т.о. минимальное время ~34 лет.

Задача №2

Сравнивая поток от звезды с потоком от Солнца, по формуле Погсона найдём радиус звезды:

$$(4-1{,}5)^m - 4{,}8^m = 2{,}5\lg\left(\left(\frac{T_c}{T_З}\right)^4\cdot\left(\frac{R_c}{R_З}\right)^2\cdot\left(\frac{100\text{ пк}}{10\text{ пк}}\right)^2\right) \approx 2{,}5\lg\left(\frac{R_c}{R}\right)^2$$

$$\lg\left(\frac{R_c}{R_З}\right)^2 \approx -\frac{1}{2},\quad \left(\frac{R_c}{R_З}\right)^2 \approx \frac{1}{\sqrt{10}} \approx \frac{1}{3},\quad \frac{R_c}{R_З}\approx\frac{1}{1{,}8},\quad R_З \approx 1{,}8R_c \approx 1{,}3 \text{ млн. км.}$$

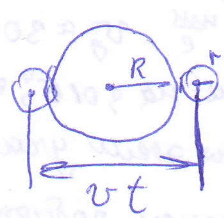
Скорость в-ва на поверхности звезды движется с первой космической скоростью для поверхности, откуда, зная массу и скорость, можем оценить экваториальный радиус $R_Э$:

$$v_Э = \sqrt{\frac{GM}{R_Э}},\quad R_Э = \frac{GM}{v^2} \approx 17 \text{ млн. км.}$$

Полученные значения отличаются примерно в 15 раз, что, конечно, невозможно. Значит, оценить радиус не получится.

КОД 322-2

№5 Звезда спектрального класса G2, как и Солнце, значит обладает соответствующим радиусом и массой. Зная процент от блеска в минимуме и учитывая, что $W \sim S$, где S – видимая площадь звезды, найдем радиус планеты: $\frac{r_{пл}^2}{R_c^2} \approx 0{,}03$, $\frac{r_{пл}}{R_c} \approx 0{,}17$, $r_{пл} \approx 120000$ км. При таком размере планета является газовым гигантом. Будем считать, что $M_{пл} \approx M_{юпитера} \approx 2\cdot10^{27}$ кг. Зная время прохождения и считая его центральным, найдем скорость планеты:



$$vt \approx 2(R+r)$$

$$v = \frac{2(R+r)}{t} \approx 165\ \frac{км}{с} = \sqrt{\frac{GM_c}{a}}$$ где a – расстояние до звезды.

$$a \approx \frac{GM_c}{v^2} \approx 5 \text{ млн. км.}$$

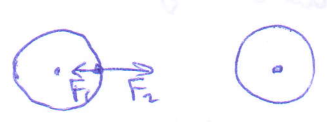
Поскольку локальный максимум длился не более 2 минут, его причина явно не глобальная. Но блеск увеличился на 1%, что тем не менее не мало, а взрыв на поверхности планеты не даст такой энергии, вспышка на поверхности Солнца длилась бы дольше. Вероятно, поскольку расстояние м/у планетой и звездой очень мало, планета пролетела перигелий своей орбиты и часть в-ва в течение 2 минут аккрецировало на поверхность звезды. Сгорая в верхних слоях фотосферы звезды, и выделилось необходимое тепло Q:

$$\frac{Q}{t} = 0{,}01 L_c, \quad Q = 0{,}01 L_c \cdot t \approx 4{,}5\cdot10^{26} \text{ Дж}$$

Также по ЗСЭ: $Q = \frac{mv^2}{2}$, где v – скорость в-ва. Для того, чтобы улететь от планеты, $v = v_{II}$ для поверхности планеты, $v = \sqrt{\frac{2GM_{юп}}{r}}$, $v^2 = \frac{2GM_{юп}}{r} \approx 2\cdot10^9 \left(\frac{м}{с}\right)^2$

Тогда $Q = \frac{mv^2}{2}$, $m \approx \frac{2Q}{v^2} \approx 4{,}5\cdot10^{17}$ кг, что вполне возможно.

Для того, чтобы убедиться, что в-во может аккрецировать, сравним силы, действующие на в-во на краю планеты:



$$\frac{GM_{юп}}{r^2} \vee \frac{GM_c}{a^2}$$

$\frac{a}{r} \vee \sqrt{1000}$, $\frac{a}{r} \approx 40$, что несколько больше $\sqrt{1000}$, но совсем незначительно. Также в-во имеет скорость, и чтобы оно улетело, необходимо, чтобы оно имело v_{II} отн-но эффективной массы для данной системы, которая будет достаточно мала, т.к. $F_1 \approx F_2$. Значит даже в таком случае в-во может аккрецировать, т.к. эффективная масса m':

$$\frac{Gm'm}{r^2} = \frac{GM_{юп}m}{r^2} - \frac{GM_c m}{a^2}, \quad m' = M_{юп} - M_c\left(\frac{r}{a}\right)^2 \approx 0{,}4 M_{юп}$$

$\sqrt{\frac{2Gm'}{r}} < \sqrt{\frac{GM_{юп}}{r}}$, значит в-во точно может аккрецировать.

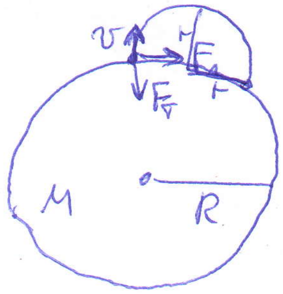
Ответ: в течение 2 минут с планеты на звезду аккрецировало примерно $4{,}5\cdot10^{17}$ кг в-ва, которое, сгорая, выделило нужную энергию, повысив яркость на 1%.

КОД 322-3

Задача №3 $E = 8\cdot10^{2}$ Эв $\cdot 1{,}6\cdot10^{-19}\frac{Дж}{Эв} = h\nu$, $\nu = \frac{E}{h} \approx 2\cdot10^{17}$ Гц

λ у рентгеновских лучей $\lambda \approx 10^{-10}$ м

$T = \frac{1}{\nu} = 0{,}5\cdot10^{-17} = 5\cdot10^{-18}$ с, тогда скорость $v = \frac{\lambda}{T} = \frac{10^{-10} м}{5\cdot10^{-18} с} = 2\cdot10^{7}\frac{м}{с} = 0{,}2c$, где c – скорость света



Частица (фотон) будет двигаться по окружности с радиусом $r = \frac{mv}{qB}$ и периодом $t = \frac{2\pi m}{qB}$

ЗСЭ: $-\frac{GMm}{R} + \frac{mv^2}{2} = \frac{mv^2}{2} - \frac{GMm}{R+r} - A_{F_л}$,

где $A_{F_л}$ – работа силы Лоренца $A_r = qvBr$