

стр. 1 из 8

Задача 2.

Шуфф: 190

$$m = 4^m$$

$$\tau = 100 \text{ нк}$$

$$T = 15 \cdot 10^3 \text{ K}$$

$$M_* = 5 M_\odot$$

$$\Delta m_B = -1.5^m$$

$$v_{\text{эб}} = 2,0 \cdot 10^2 \frac{\text{км}}{\text{с}}$$

$\Delta R - ?$

1) $L_\odot = 3,9 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$ - Солнечное значение

2) $m_B = m + \Delta m_B = 4^m - 1,5^m = 2,5^m$

3) По формуле Торсона:

$$\frac{E_0'}{E_*} = 10^{0,4(m_B - m_\odot)} = 10^{0,4(2,5^m + 26,5^m)} = 10^{0,4 \cdot 29}$$

$$\frac{E_0}{E_*} = 10^{0,4(m_B - M_\odot)} = 10^{0,4(2,5 - 4,8)} = 10^{-0,4 \cdot 2,3} \approx 10^{-1}$$

4) $\frac{E_0}{E_*} = \frac{L_0}{L_*} \cdot \left(\frac{\tau}{10 \text{ нк}}\right)^2 = 10^{-1} \Rightarrow$

$$\Rightarrow L_* = \left(\frac{\tau}{10 \text{ нк}}\right)^2 \cdot \frac{1}{10^{-1}} \cdot L_0 = \left(\frac{100}{10 \text{ нк}}\right)^2 \cdot 10 L_0 = 10^3 L_0$$

5) По закону Стефана-Больцмана:

$$L_* = 4\pi R_*^2 \sigma T^4 = 4\pi R_{\text{эф}}^2 \sigma T^4 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_{\text{эф}} = \sqrt{\frac{L_*}{4\pi \sigma T^4}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 10^{26} \cdot 10^3}{4\pi \cdot 6 \cdot 10^{-8} \cdot 15^4 \cdot 10^{12}}} =$$

$$= \sqrt{\frac{10^{25}}{6\pi \cdot 3^4 \cdot 5^4}} = \sqrt{\frac{1000}{243} \cdot \frac{2^4 \cdot 10^{18}}{6}} \approx \sqrt{\frac{4}{3} \cdot 10^{19}} \approx$$

$$= 3,5 \cdot 10^9 \text{ м} \approx 5 R_\odot \quad \left\{ R_\odot \approx 7 \cdot 10^8 \text{ м} \right\}$$

6) $\omega = \frac{v_{\text{эб}}}{R_{\text{эф}}}$; $a = \omega^2 R_{\text{эф}} = v_{\text{эб}}^2 R_{\text{эф}}$

7) Согласно равенству потенциалов на полюсе и экв.:

$$\frac{GM_*}{R_p^2} = \frac{GM_*}{R_\odot^2} + v_{\text{эб}}^2 R_{\text{эф}} \Rightarrow$$

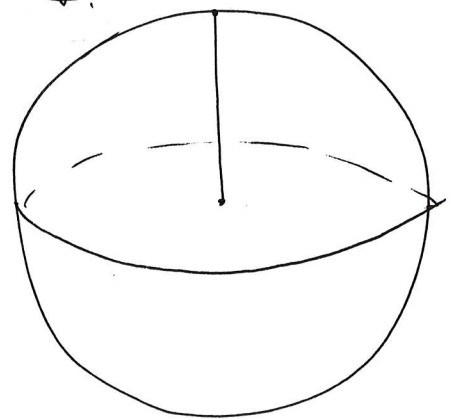
$$\left(\frac{1}{R_\odot - \Delta R}\right)^2 = \frac{1}{R_\odot^2} + \frac{v_{\text{эб}}^2 R_{\text{эф}}}{GM_*} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow R_{\text{эф}}^2 \Delta R = \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{R_{\text{эф}}^2} + \frac{v_{\text{эб}}^2 R_{\text{эф}}}{GM_*}}} + R_{\text{эф}} = 5 R_\odot - \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{25 R_\odot^2} + \frac{4 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 10^8}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5 \cdot 10^{30}}}} =$$

$$= 5 R_\odot - \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{25 R_\odot} + \frac{250 \cdot 10^{16}}{25 R_\odot}}} = 5 R_\odot - 5 R_\odot \sqrt{\frac{1}{2,5 \cdot 10^{18}}} \approx 5 R_\odot \cdot \left(\frac{1}{10^{18}}\right)$$

$$= \frac{5 \cdot 10^8 \cdot 7}{10^9} \approx 3,5 \text{ м}$$

Ответ: сморщивается на 4 м.



$E_s = 8 \cdot 10^2 \text{ эВ}$
 $M = 1.4 M_\odot$
 $r = 10 \text{ км}$

Задача 3

1) $E = h\nu \Leftrightarrow \nu = \frac{E}{h} = \frac{8 \cdot 10^2 \text{ эВ} \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \frac{\text{Дж}}{\text{эВ}}}{6.6 \cdot 10^{-34} \text{ Дж}\cdot\text{с}} = 1.6 \cdot 10^{14} \text{ Гц}$

2) $\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}}{1.6 \cdot 10^{14} \frac{1}{\text{с}}} \approx 2 \cdot 10^{-9} \text{ м} = 2 \text{ нм}$

3) $\frac{m_e \cdot v^2}{r} = vBe \Leftrightarrow v = \frac{Bre}{m_e} \Leftrightarrow B = \frac{v m_e}{re}$

4) $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{\nu} \Leftrightarrow \omega = 2\pi\nu$ - угловая частота

5) $v = \frac{2\pi r}{T} = 2\pi r \nu = 2\pi \cdot 10 \cdot 10^3 \text{ м} \cdot 1.6 \cdot 10^{14}$

4) $ma = F_n = vBe$ - сила Лоренца

5) $E_s = E_e \Leftrightarrow E_s = \frac{m_e v^2}{2}$

$v_s = \sqrt{\frac{2E_s}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 8 \cdot 10^2 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}}{9 \cdot 10^{-31} \text{ кг}}} \approx 1.5 \cdot 10^7 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

6) $E_s = \frac{m_e c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \Leftrightarrow \frac{v^2}{c^2} = 1 - \frac{m_e c^2}{E_s} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow v = c \sqrt{1 - \frac{m_e c^2}{E_s}} = c \sqrt{1 - \frac{9 \cdot 10^{-31} \cdot 9 \cdot 10^8}{800 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}}} \approx$

6) $B = \frac{v m_e}{r \cdot e} = \frac{1.5 \cdot 10^7 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 9 \cdot 10^{-31} \text{ кг}}{10 \cdot 10^3 \text{ м} \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}} = 10^{-8} \text{ Тл}$

7) $v_a = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{10^{30} \cdot 6.67 \cdot 10^{-11}}{10 \cdot 10^3}} = 1.7 \cdot 10^7 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

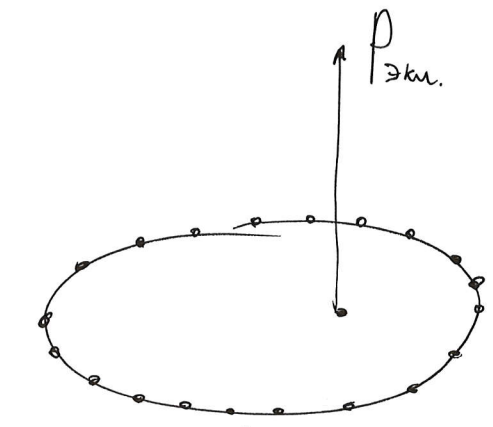
$v_s \approx v_a \quad v_e \approx v_s$

Ответ: 10^{-8} Тл

Задача 4.

$N = 20$
 $a = 0.25 \text{ эВ}$
 $l = 0.6$
 $\rho_1 = \rho_2 \dots = \rho_N = 33^\circ$

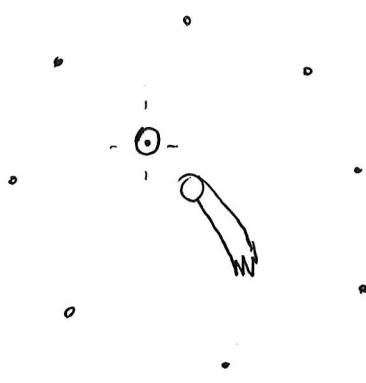
$\alpha - ?$
 $\beta - ?$



см. смп. 3!

1) Представим, что мы находимся на ~~земле~~ звезде. Так как угловые расстояния между звездой и кометой с КА равны, то и угловые расстояния между кометой и всеми КА при наблюдении будут равны, следовательно визуально комета будет в центре круга космических аппаратов.

cos:



Тогда образом, эллиптическая орбита КА при проецировании на картинную плоскость наблюдателя со звезды должна быть кругом, а значит:

$$S_{эл} = \frac{S_{кр}}{\cos \gamma} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \cos \gamma = \frac{S_{кр}}{S_{эл}} = \frac{\pi b^2}{\pi a b} = \frac{a^2 \sqrt{1-e^2}}{a^2 \sqrt{1-e^2}} = \sqrt{1-e^2} = \sqrt{1-0.6^2} = \sqrt{1-0.36} = \sqrt{0.64} = 0.8$$

$\sin \gamma = 0.6$

2) $\cos(\frac{\pi}{6}) = \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0.875$

$\cos(\gamma) = 0.8$

$\Rightarrow \gamma \approx 33^\circ$

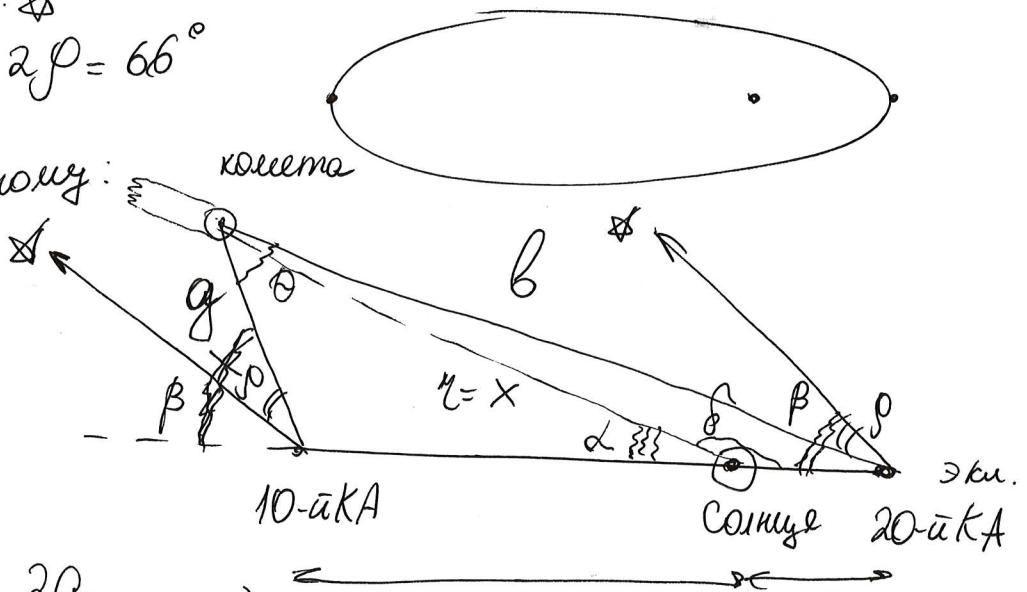
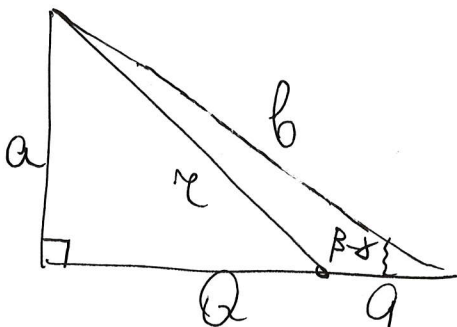
3) ~~$\beta = \gamma = 33^\circ$~~ $\beta = 90 - \gamma = 90^\circ - 33^\circ \approx 57^\circ$

4) Из внешнего углов:

$\theta = \beta + \rho - (\beta - \rho) = 2\rho = 66^\circ$

5) ~~★~~

$\beta + \rho \approx 90^\circ$, поэтому:



$g = 2a \cdot \tan(\beta - \gamma) = 2a \cdot \tan(24^\circ)$

$\tan 24^\circ = \tan(\frac{\pi}{7.5}) = \frac{\sin(\frac{\pi}{7.5})}{\cos(\frac{\pi}{7.5})} \approx \frac{\frac{\pi}{7.5}}{\frac{1}{7.5}} = \frac{\pi}{7.5} \approx 0.4188$

см. стр. 4

$\frac{\frac{\pi}{7.5} + (\frac{\pi}{7.5})^3 + (\frac{\pi}{7.5})^5}{\frac{\pi}{7.5} - \frac{(\frac{\pi}{7.5})^2}{2} + \frac{(\frac{\pi}{7.5})^4}{24}} \approx 0.5$

Задача 4. (продолж.)

6) $q = 2a \cdot 0.5 = a$

7) По теореме Пифагора:

$$r = \sqrt{q^2 + a^2} = \sqrt{a^2 + a^2(1+e)^2} = a \sqrt{1 + 16^2} = a \sqrt{3.56} \approx 1.9a = 1.9 \cdot 0.25ae = \boxed{0.48ae}$$

Ответ: $\beta = 56^\circ$, $r = 0.48ae$.

Задача 5. 1.

$t_{min} - ?$

1) θ - угловое разрешение радиотермометра со сверхдлинной базой. Для его оценки будем считать, что наблюдения проходят с радиотелескопов в противоположных точках Земли. Тогда: $\theta = \frac{\lambda}{D} = \frac{\lambda}{2R_\oplus}$

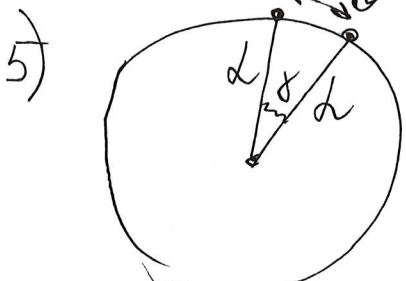
Так как наблюдения происходят "в радио", будем считать, что $\lambda = \frac{c}{\nu}$, где $\nu = 900 \text{ МГц}$

$$\lambda = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ м}}{9 \cdot 10^8 \text{ Гц}} \approx 33 \text{ см} = 0.33 \text{ м}$$

$$2) \theta = \frac{\lambda}{2R_\oplus} = \frac{0.33 \text{ м}}{2 \cdot 6370000 \text{ м}} \approx \frac{3.3}{2.64 \cdot 10^7} \approx 0.25 \cdot 10^{-4} = 2.5 \cdot 10^{-8}$$

3) Так как Млечный Путь - спиральная Галактика, то а мы ведем наблюдения еще более далёких звёзд, чем в н звёзд местной группы Галактик, то нужно учесть и скорость Солнца вокруг центра Галактики ($V_{rot} = 220 \frac{\text{км}}{\text{с}}$), и дисперсию Солнца ($\sigma = 30 \frac{\text{км}}{\text{с}}$). Итого: $V_0 = V_{rot} + \sigma = 220 \frac{\text{км}}{\text{с}} + 30 \frac{\text{км}}{\text{с}} = 250 \frac{\text{км}}{\text{с}}$

4) L - абберация, $L = \frac{V_0}{c} = \frac{250 \frac{\text{км}}{\text{с}}}{300000 \frac{\text{км}}{\text{с}}} \approx \frac{5}{6} \cdot 10^{-3} \approx 8 \cdot 10^{-4}$



- абберационный эллипс.
 $\theta = \delta L \Leftrightarrow \delta = \frac{\theta}{L}$

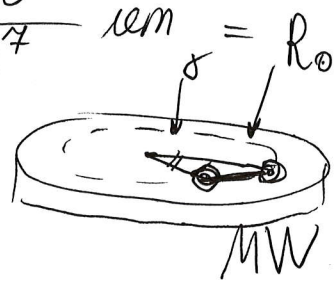
Задача 1 (прод.)

б) $R_0 = 81000 \text{ св. лет} \approx 24000 \text{ пк}$

Чтобы далёкая звезда сместилась на θ , Солнце должно сместиться на $\delta \cdot R_0 = R_0 \cdot \frac{\theta}{L}$

4) $t_{\min} = \frac{\delta R_0}{v_0} = \frac{\theta R_0}{2v_0} = \frac{2.5 \cdot 10^{-8} \cdot 2.7 \cdot 10^4 \cdot 2.06 \cdot 10^5 \cdot 1.5 \cdot 10^8 \text{ км}}{8 \cdot 10^{-4} \cdot 250 \frac{\text{км}}{\text{с}}} =$
 $\approx \frac{3 \cdot 10^{13}}{250} \text{ с} = \frac{3 \cdot 1000}{250} \cdot 10^{10} \text{ с} \approx \frac{1.2 \cdot 10^{10}}{\pi \cdot 10^7} \text{ лет} = R_0$

$\approx 3.9 \cdot 10^2 \text{ лет} \approx \boxed{390 \text{ лет}}$

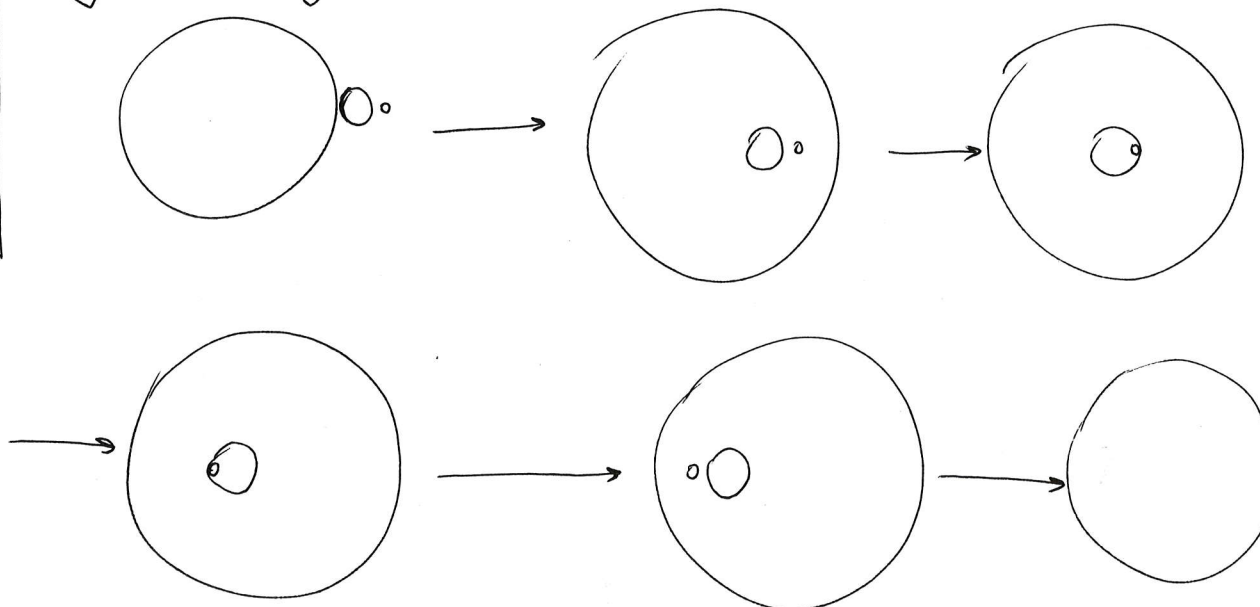


Ответ: 390 лет.

Задача 5.

$R_* = R_0$

- 1) G2V - очень похожая на Солнце звезда
- 2) Согласно моему предположению, в момент локального максимума спутник планеты был покрыт своей планетой, вследствие чего площадь покрытия звезды планетой и её спутника уменьшилась на площадь спутника.



G2V
 $t = 32$
 $\frac{E_{\min}}{E_0} = 97\%$
 $\frac{E_l}{E_0} = 98\%$
 $\tau < 2 \text{ мин}$
 причина - ?

см. стр. 6!

$$3) 0.98 = \frac{E_c}{E_0} = \frac{S_{\star} - S_{mi}}{S_{\star}} = 1 - \frac{S_{mi}}{S_{\star}} = 1 - \left(\frac{R_{mi}}{R_{\star}}\right)^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow R_{mi} = R_{\star} \cdot \sqrt{0.02} = R_{\star} \cdot 0.1414 \approx 0.141 R_{\star}$$

$$4) 0.97 = \frac{E_{min}}{E_0} = \frac{S_{\star} - S_{mi} - S_c}{S_{\star}} = 1 - \left(\frac{R_{mi}}{R_{\star}}\right)^2 - \left(\frac{R_c}{R_{\star}}\right)^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 0.97 = 1 - 0.02 - \left(\frac{R_c}{R_{\star}}\right)^2 \Leftrightarrow R_c = R_{\star} \cdot \sqrt{0.01} = 0.1 R_{\star}$$

5) Следовательно:

$$R_{mi} = 0.14 R_0 = 0.14 \cdot 7 \cdot 10^8 \text{ м} \approx 10^8 \text{ м} \approx 100000 \text{ км}$$

$$R_c = 0.1 R_0 \approx 70000 \text{ км}$$

6) x - пройденный путь планеты:

$$x \approx 2R_{\star} + 2R_{mi} = 2(R_{\star} + R_{mi}) \approx 2.28 R_0$$

$$v = \frac{x}{t} = \frac{2.28 R_0}{t} = \frac{2.28 \cdot 7 \cdot 10^8 \text{ м}}{3 \cdot 3600 \text{ с}} \approx$$

$$\approx 1.5 \cdot \frac{10^8}{10^3} \frac{\text{м}}{\text{с}} = 15 \cdot 10^5 \frac{\text{м}}{\text{с}} = 150 \frac{\text{км}}{\text{с}}$$

7) При условии, что все орбиты круговые и луч зрения в все моменты времени

$$v^2 = \frac{G M_{\Sigma}}{a} \Leftrightarrow a = \frac{G M_{\Sigma}}{v^2}$$

$$M_{\Sigma} = M_0 + M_{mi} + M_c$$

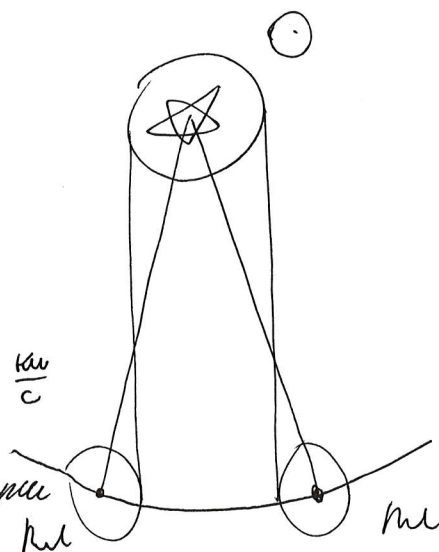
Пусть $\rho_{mi} = \rho_c = \rho_{Юпитер}$

$$\Rightarrow M_{\Sigma} = M_0 + \frac{4}{3} \pi R_{mi}^3 \rho_7 + \frac{4}{3} \pi R_c^3 \rho_7 =$$

$$= M_0 + \frac{4}{3} \pi \cdot \frac{M_7}{\frac{4}{3} \pi R_7^3} (R_{mi}^3 + R_c^3) = M_0 + \frac{M_7}{R_7^3} (R_{mi}^3 + R_c^3) = 2 \cdot 10^{30} +$$

$$+ \frac{1.8 \cdot 10^{24} \text{ кг}}{(71500 \cdot 10^3)^3} \cdot (0.001 R_0^3 + 0.003 R_0^3) = 2 \cdot 10^{30} + 1.8 \cdot 10^{24} \cdot \frac{10^{-3} \cdot 4 \cdot (7 \cdot 10^8)^3}{7.2 \cdot 10^{13}} \approx$$

$$\approx 2 \cdot 10^{30} + 1.8 \cdot 10^{24} \cdot 4 \approx 2 \cdot 10^{30}$$



см. лист 7!

$$8) a = \frac{GM_{\Sigma}}{r^2} = \frac{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^{30}}{(1.5 \cdot 10^8)^2} \approx 6 \cdot \frac{10^{15}}{10^6} \text{ м} = 6 \cdot 10^9 \text{ м} \\ \approx 10 R_{\odot} \approx \boxed{\text{100 ч.л.}}$$

9) Аналогично для системы Планета-Спутник:

$$\Delta M_{\Sigma} = M_c + M_m \approx 8 \cdot 10^{27} \text{ кг (из п. 7)}$$

$$\Delta \sigma = \frac{\Delta x}{\tau} = \frac{2R_m + 2R_{cn}}{\tau} = \frac{2 \cdot 0.56 R_{\odot}}{\tau} = \frac{5.6 \cdot 10^7 \cdot 7 \text{ м}}{2.60 \text{ с}} \\ \approx 1.8 \cdot 10^7 \frac{\text{м}}{\text{с}} = 18000 \frac{\text{км}}{\text{с}} \text{ много быстро...}$$

$$10) a = \frac{GM_{\Sigma}}{\Delta \sigma^2} = \frac{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 8 \cdot 10^{27} \text{ кг}}{1.8^2 \cdot 10^{14} \frac{\text{м}}{\text{с}}} \approx 2 \cdot 10^2 \text{ м} \\ \text{много...}$$

Задание 3

$E_s = 8 \cdot 10^2 \text{ В}$
 $M = 1.4 M_{\odot}$
 $R = 10 \text{ км}$

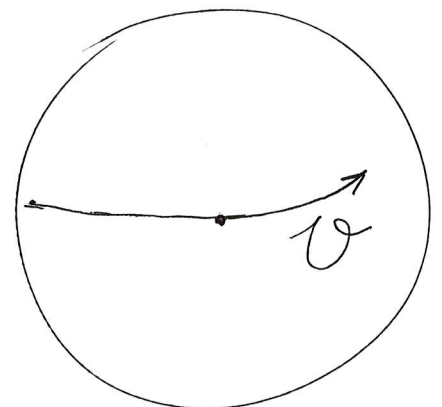
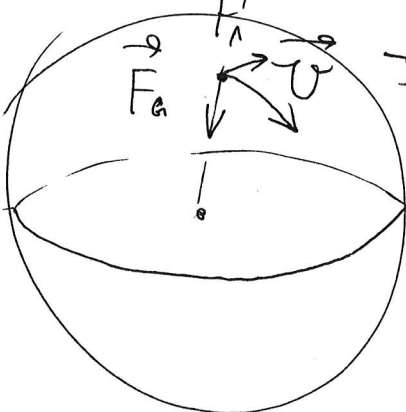
$$1) \frac{me \cdot v^2}{r} = \frac{GMme}{r^2} + qBv \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{me v^2}{r} = \frac{me v^2}{r}$$

~~2) $F = qvB$~~

$\vec{B} \uparrow$
 $dF_n = F_n \cdot ds = eBv ds$

$$\frac{dF_n}{dt} = eBv^2 = P_n$$



см. месм 8!

Задача 3 (продолж.)

1) $E = h\nu$, $\nu = \frac{E}{h} = \frac{8 \cdot 10^2 \text{ ЭВ} \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}}{6.6 \cdot 10^{-34}} \approx 1.6 \cdot 10^{14} \text{ Гц}$

2) $\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ м/с}}{1.6 \cdot 10^{14} \text{ Гц}} \approx 2 \text{ нм}$

3) $\frac{m_e \cdot v^2}{r} = vBe \Leftrightarrow B = \frac{m_e v}{r e} \quad \left\{ F_n = vBq - \text{сила Лоренца} \right\}$

4) $E_x = E_e \Leftrightarrow \frac{m v_x^2}{2} = E_x$
 $v_x = \sqrt{\frac{2E_x}{m_e}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 8 \cdot 10^2 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}}{9 \cdot 10^{-31}}} \approx 1.5 \cdot 10^7 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

5) $v_g = \frac{GM}{r^2}$; $E_k = \frac{m_e v_g^2}{2} = \frac{m_e \cdot GM}{2r} = \frac{9 \cdot 10^{-31} \cdot 6.7 \cdot 10^{-11} \cdot 1.42 \cdot 10^{30}}{2 \cdot 10^3}$
 $\approx \frac{10^{-30} \cdot 10^{-10} \cdot 10^{30}}{10^4} \cdot 10^{-14} \text{ Дж} \approx 5 \cdot 10^4 \text{ ЭВ}$

6) $v_g = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{6.7 \cdot 10^{-11} \cdot 1.42 \cdot 10^{30}}{10 \cdot 10^3}} \approx 4.5 \cdot 10^7 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

7) $v = \sqrt{v_g^2 - v_x^2} = 10^7 \frac{\text{м}}{\text{с}} \sqrt{4.5^2 - 1.5^2} = 1.5 \cdot 10^7 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot \sqrt{9-1} =$
 $\approx 1.5 \cdot 10^7 \frac{\text{м}}{\text{с}} \cdot 2.8 \approx 4 \cdot 10^7 \frac{\text{м}}{\text{с}}$

8) $B = \frac{m_e v}{r \cdot e} = \frac{9 \cdot 10^{-31} \cdot 4 \cdot 10^7}{10 \cdot 10^3 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}} \approx 2.5 \cdot 10^{-8} \text{ Тл}$

Ответ: $2.5 \cdot 10^{-8} \text{ Тл}$