КОД 355 355-1 из 5

№3

На сколько помню, Антарес имеет температуру ≈ 4500 К, в то время, кока Солнце ≈ 6000 К. Так же, Антарес входит в топ 15 самых ярких звезд и имеет $m \approx 0{,}5$ (или около того). Это те данные, которые помню. Так же, из наблюдений, он отливает красным, оранжевым, вроде α Скорпиона, что ~~подтверждает~~ не противоречит данным выше. $R_\odot = 7 \cdot 10^5$ км $\approx \frac{1}{214}$ а.е.

$L_A = \sigma T_A^4 4\pi R_A^2$ $\quad L_\odot = \sigma T_\odot^4 4\pi R_\odot^2$ Сравним по формуле Погсона: $\frac{L_\odot 4\pi D^2}{4\pi a_\oplus^2 L_A} = 10^{0{,}4(m_A - m_\odot)}$ где $a_\oplus = 1$ а.е., D-расстояние до Антареса, $m_\odot \approx -26{,}8$

$$\frac{\cancel{\sigma} T_\odot^4 \cancel{4\pi} R_\odot^2 \cancel{4\pi} D^2}{\cancel{4\pi} a_\oplus^2 \cancel{\sigma} T_A^4 \cancel{4\pi} R_A^2} = 10^{10{,}76}$$

$$\frac{T_\odot^2 R_\odot D}{a_\oplus T_a^2 R_A} = \frac{10^{\cancel{10{,}76}\, 5{,}38}}{1} \Rightarrow \frac{D}{R_A} = \frac{10^{\cancel{10{,}76}\, 5{,}38} \cdot a_\oplus T_A^2}{T_\odot^2 R_\odot}$$

$$p = \frac{2 \cdot 206\,265\, R_A}{D} = \frac{2 \cdot 206\,265\, T_\odot^2 R_\odot}{\cancel{10^{10{,}76}}\, 10^{5{,}38} \cdot a_\oplus T_A^2} = \frac{\cancel{2 \cdot 206\,265} \cdot \cancel{36} \cdot \cancel{10^6}}{\cancel{214} \cdot 10^{5{,}38} \cdot \cancel{10^6} \cdot \cancel{20{,}25}} =$$

(над числителем: $\cancel{41253}$ 92 50,6; 9; под знаменателем: 107; $\cancel{5{,}05}$ $\cancel{1{,}75}$ $\cancel{0{,}15}$ 0,03)

$$= \frac{92\,50{,}6 \cdot 10^{-5{,}5}}{3{,}2{,}1} = 2881{,}1 \cdot 10^{-5{,}5} = \frac{0{,}028811}{\sqrt{10}} = \frac{0{,}28811}{31} \approx 0{,}0093'' \approx 0{,}01''$$

$10^{5{,}5} = 10^5 \cdot \sqrt{10}$ $\quad \sqrt{10} \approx 3{,}1$

Ответ: около 0,01'', если точнее (0,009293'')

№4

Если явления повторяются через (2097-2003 = 94 года), то мы имеем синодический период. Сидерический $\oplus = 1$ год; $a_a < 1$ а.е. $\Rightarrow T_a < T_\oplus \Rightarrow \frac{1}{S} = \frac{1}{T_a} - \frac{1}{T_\oplus} \Rightarrow T_a = \frac{T_\oplus S}{T_\oplus + S} = \frac{94}{95}$.

По III з. Кеплера, $\frac{T_\oplus^2}{T_a^2} = \frac{a_\oplus^3}{a_a^3} \Rightarrow a_a^3 = \frac{94^2}{95^2}$ Основная сложность задания состоит как раз в вычислении без калькулятора.

Я не буду переписывать из черновика их т.к. слишком долго, однако, мной было получено следующее значение:

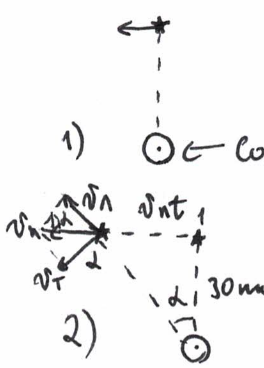
$$0{,}9355 < a_a < 0{,}936$$

Поскольку меня просят ответ с точностью до 10^{-3} а.е., то я должна его ~~сократить~~ округлить до 0,936, но мне хочется отметить, что истинное значение 0,935x, где x – число больше 5 ~~и~~, скорее всего 6 (0,9356...)

Ответ: с точностью до 10^{-3} а.е., $a_a = 0{,}936$ а.е.

№1

$v_T = 4{,}74 \cdot \frac{\mu}{\pi} \approx 71{,}1$ км/с В момент 1 $V_{полная} = v_T = 71{,}1$ км/с



$\frac{v_r}{v_n} \approx \frac{\sin\alpha}{1} \Rightarrow v_r \approx v_n \cdot \sin\alpha$ $\sin\alpha \approx \frac{v_n \cdot t}{30 пк}$ т.к. $\sin\alpha \approx tg\,\alpha$ при столь малых углах

Для того, чтобы зафиксировать эту скорость, мы воспользуемся Доплеровским смещением $\Rightarrow \frac{\Delta\lambda}{\lambda_{вид}} = \frac{v_r}{c} \Rightarrow$

$\lambda_{вид} = 6353$ Å, точность $\Delta\lambda = 0{,}1$ Å $\Rightarrow$ чтобы зафиксировать $\Delta\lambda$, она должна быть $\geq 0{,}1$ Å

$$\Delta\lambda = \frac{6353 \cdot v_n \cdot \sin\alpha}{c} = \frac{6353 \cdot 71^2 \cdot 100 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600}{30 \cdot 206265 \cdot 150 \cdot 10^6 \cdot 3 \cdot 10^8} \text{ Å}$$

если грубо округлить числа (в знаменателе в меньшую, в числителе в большую), то получим $\Delta\lambda \approx \frac{26 \cdot 10^{13}}{9 \cdot 10^{21}} \approx 0{,}3 \cdot 10^{-9}$ Å, что существенно меньше чем 0,1 Å $\Rightarrow$ зафиксировать с Земли получится в таких условиях.

Ответ: нет, не будет возможным.

КОД 355 355-3 из 5

№2

1) Зная M_S - абс. зв. вел. звезды, найдем ее светимость

$$\frac{L_\odot}{L_S}=\frac{10^{0,4(M_S-M_\odot)}}{1}$$, где $M_\odot=4,8 \Rightarrow \underbrace{L_S \approx \frac{L_\odot}{10^{1,468}} \approx \frac{L_\odot}{31}}$

т.к. $10^{1,5}=10\sqrt{10}\approx 31$

2) Из соотношения $M^4 \sim L$ найдем $M_S \Rightarrow$

$$\frac{M_\odot^4}{L_\odot}=\frac{M_S^4}{L_S} \Rightarrow M_S^4=\frac{M_\odot^4 \cdot L_\odot}{31\cdot L_\odot}=\frac{M_\odot^4}{31} \Rightarrow \underbrace{M_S \approx M_\odot\cdot 10^{-0,42}}$$

3) Зная, что $\frac{GM_S}{R_S^2}=\frac{0,7}{1}$, находим $\underbrace{R_S=\sqrt{\frac{GM_S}{0,7}} \approx 3\cdot 10^{-5,7}\sqrt{M_\odot}\, м}$

Крайний случай с максимально возможным эксцентриситетом, когда $q_{пер.}=R_S=a_n(1-e)$ т.к. по определ. перигелий - самая близкая точка к фокусу по определ.

a_n находим из III з. Кеплера:

$$\cancel{\frac{T_n^2}{T_\oplus}}\quad \frac{M_S T_n^2}{a_n^3}=\frac{4\pi^2}{G} \Rightarrow a_n=\left(\frac{G T_n^2 M_S}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}} \text{ а.е.}$$

Тогда, $R_S=a_n(1-e)=a_n-a_ne \Rightarrow e=\frac{a_n-R_S}{a_n}=$

$$\cancel{\approx \frac{G^{\frac{1}{2}}T_n M_\odot^{\frac{1}{2}}\cdot 10^{-0,21}}{2\pi} - G^{\frac{1}{2}}}$$

$$\approx \frac{G^{\frac{1}{3}}T^{\frac{2}{3}}M_S^{\frac{1}{3}}}{4^{\frac{1}{3}}\pi^{\frac{2}{3}}} - \frac{G^{\frac{1}{2}}M_S^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{0,7}\cdot 150\cdot 10^9}\cdot \frac{4^{\frac{1}{3}}\pi^{\frac{2}{3}}}{G^{\frac{1}{3}}T_n^{\frac{2}{3}}M_S^{\frac{1}{3}}} \approx$$

$$\cancel{\approx G^{\frac{1}{2}}M_S^{\frac{1}{2}}(\sqrt{0,7}\,T^{2}-2\pi)}$$

$$\approx \frac{\cancel{G^{\frac{1}{2}}}\cancel{M_S^{\frac{1}{2}}}(128\cdot 10^9\,T-6,28)}{6,28\cdot 128\cdot 10^9}\cdot\frac{\cancel{2\pi}}{\cancel{G^{\frac{1}{2}}}T_n \cancel{M_S^{\frac{1}{2}}}} \approx \frac{25,6\cdot \cancel{10^9}}{128\cdot \cancel{10^9}} \approx 0,2$$

Можно посчитать точнее, подставив значения, вычисленные раньше, но я уже не успею.

Для интереса и успокоения души можно оценить скорость планеты в перигелии при таком эксцентриситете. Если она похожа на Землю, то $M_n=M_\oplus$

КОД 355 355-4 из 5

$\sqrt{\frac{GM_s\cdot 1,2}{a_n 0,8}} > \sqrt{\frac{GM_s}{R_s}}$ $\frac{1,2}{a_n 0,8} > \frac{1}{R_s} \Rightarrow \frac{942}{16} > 1$ – выполн. ✓

т.к. $a_1 \approx \frac{R_c\sqrt{0,2^?}}{2\pi}$ Тн

$\sqrt{\frac{GM_s 1,2}{a_n 0,8}} < \sqrt{\frac{GM_s 2}{R_s}}$ $\frac{942}{16} > 2$ – выполняется ✓

для апоцентра:

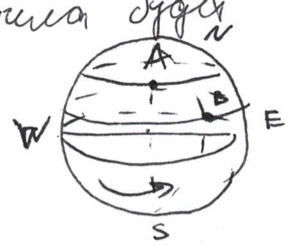
$\sqrt{\frac{GM 0,8}{\underbrace{a_n 1,2}_{Q}}} > \sqrt{\frac{GM_s}{Q}}$ $\sqrt{0,8} > 1$ – не выполняется,

но она меньше $V_2 \Rightarrow$ везде.

Ответ: около 0,2

№ 5

Разница времени восхода этого светила будет разницей долгот (пренебрегаем горой)



$\Delta\lambda = \Delta T = 43-31 = 12^\circ = 0,8^h = 48$ минут

На 48 минут Василий увидит светило раньше

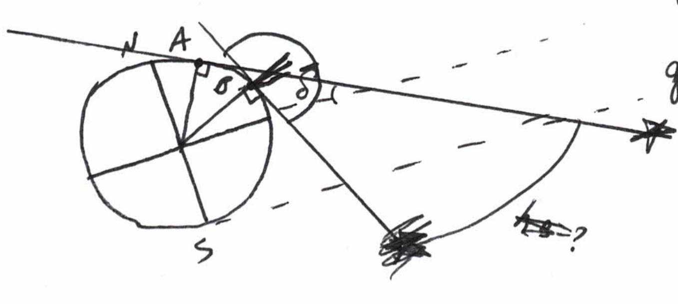
$h_{максимал} = 90-\varphi_B+\delta = 47+\delta$

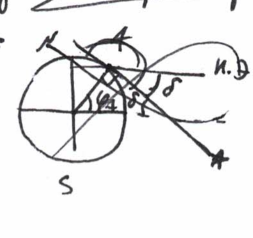
Если предположить, что „выглядывает едва из под горизонта" означает $h_B = 0 = 90-\varphi_A+\delta \Rightarrow \delta = \varphi_A - 90 = -28$,

тогда для Василия $h_{кл} = 90-\varphi_B+\delta = \underline{18^\circ}$

А теперь попробуем учесть гору

~~Из рисунка видно, что для Аркадия~~

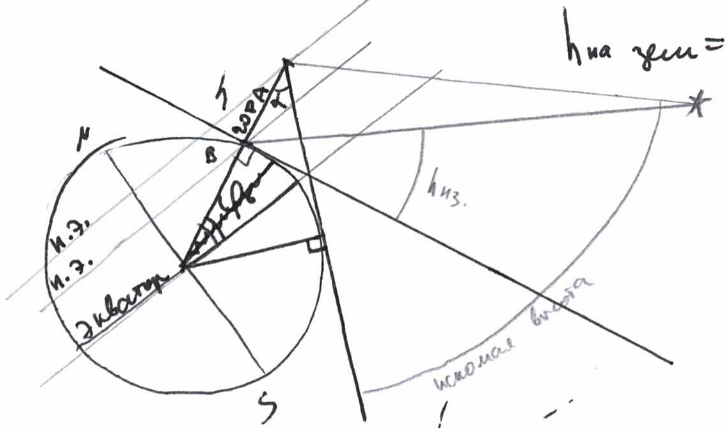




$\cancel{\Rightarrow \delta = (90-\varphi_A)}$

КОД 355 355-5у5

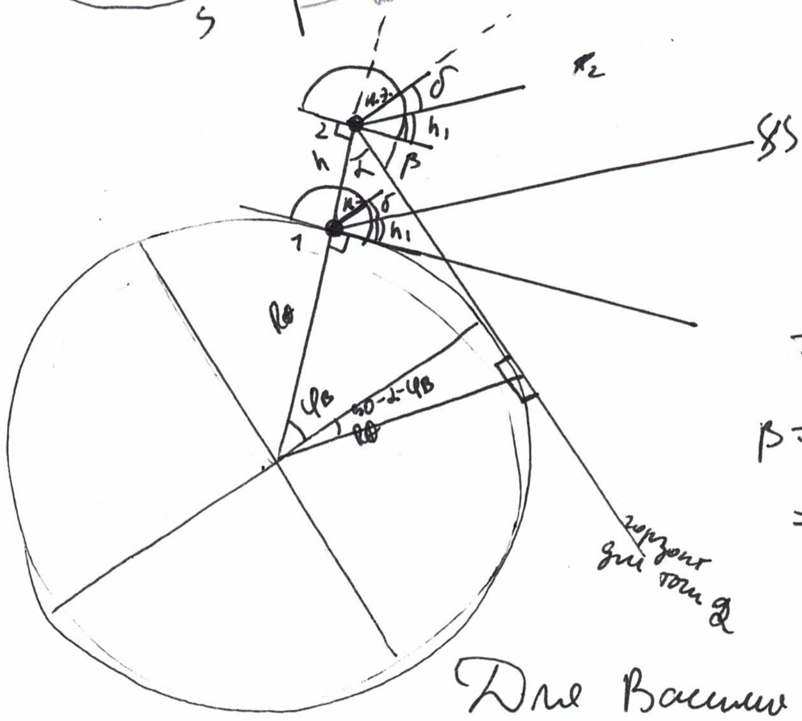
Для Васи разница верхних кульминаций будет выглядеть так:



$h_{на\ земле} = 90 - \varphi + \delta = 18°$

$\sin\alpha = \frac{R_\oplus}{R_\oplus + h} \approx \frac{6371}{7256} \approx 0{,}87$

$\alpha \approx 84{,}5$



Т.к. звезда далеко, то δ от высоты h не зависит.

Высота звезды для точки 2 это $\beta + 90 - \varphi + \delta = h_1 + \beta$

$\beta = \varphi + (90 - \alpha - \varphi_B) + 90 - 90 =$

$= 90 - \alpha$

Для Васи высота будет равна $90 - \alpha + h_1 \approx 22{,}5$

Ответ: 22,5°