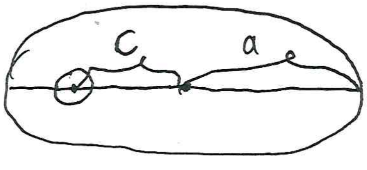
2) Дано:
$t_п = 73$ сут
$M_з = -0,6^m$
$T = 3,4 \cdot 10^3 K$
$g = 0,7$ м/с²

e_{max} - ?

$e = \frac{c}{a}$ - e_{max} будет при c_{max} т.к $e \sim c$



c_{max} будет при $R_з \approx l = a(1-e)$

тогда $e_{max} = 1 - \frac{R_з}{a}$

Зная абс. зв. величину можно найти $\frac{L_з}{L_c}$

$E_c = \frac{L_c}{4\pi R^2}$; $E_з = \frac{L_з}{4\pi R^2}$ (обе звезды на расст 10 пк)

$$\frac{E_з}{E_c} = \frac{L_з \cdot 4\pi R^2}{4\pi R^2 \cdot L_c} = 2,512^{M_c - M_з} = 10^{0,4(4,8+0,6)} = 10^{2,16} \approx 130$$

Составим систему:

$$\begin{cases} g_з = \frac{GM_з}{R_з^2} \\ 4\pi R_з^2 \sigma \cdot T^4 = L_з \end{cases} \Rightarrow M_з = \frac{L_з \cdot g_з}{4 \cdot \pi \cdot G \sigma \cdot T_з^4}$$

Найдем $\frac{M_з}{M_c} = \frac{L_з \cdot g_з \cdot \cancel{4\pi G \sigma} \cdot T_c^4}{\cancel{4 \pi G \sigma} \cdot T_з^4 \cdot L_c \cdot g_c} = 130 \cdot \left(\frac{g_з}{g_c}\right) \cdot \left(\frac{6 \cdot 10^3}{3,4 \cdot 10^3}\right)^4 =$

$$= \frac{130 \cdot 0,7 \cdot 1,7^4}{274} = \frac{130 \cdot 0,7 \cdot 8,4}{274} = \frac{130 \cdot 6}{274} = \frac{260 \cdot 3}{274} =$$

60 | 34 → 1,7,5; −34, 260, −260 (238), 0

≈ 3 $M_з \approx 3M_c$

$1,7 \times 1,7 = 289$ $2,89 \approx 2,9$

29×29: 261, 58, 841

$8,4 \times 0,7$; $84 \times 7 = 588 \approx 600$

По III з-ну Кеплера:

$$\frac{(t_п)^2(M_з + m_п)}{(T_з^2)(M_c + m_з)} = \left(\frac{a_п}{a_з}\right)^3$$; $m_п \approx m_з$ и пренебрежимо малы; $T_з$ в г; $a_з$ в а.е.

$$\frac{t_п^2 M_з}{M_c} = a_п^3 \quad \sqrt[3]{3 t_п^2} = a_п$$

$$\sqrt[3]{\left(\frac{73}{365}\right)^2 \cdot 3} = \sqrt[3]{\cancel{0,2} \cdot 3} = \sqrt[3]{0,04 \cdot 3} = \sqrt[3]{0,120} \approx 0,48 \text{ а.е.}$$

730 | 365 → 0,2

$\sqrt[3]{0,125} = 0,5$ тогда $e_{max} = 1 - \frac{R_з}{a}$; $R_з = \sqrt{\frac{GM_з}{g_з}} =$

$$= \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{30} \cdot 10}{7}} = \sqrt{\frac{6,7 \cdot 10^{20} \cdot 6}{7}} = \sqrt{6 \cdot 0,96 \cdot 10^{20}} = 2,4 \cdot 10^{10} \text{ м}$$

$6,7 : 7 \approx 0,96$ т.к $670 \approx 7 \cdot 90 + 7 \cdot 6$

$6 \cdot 0,96 = 6 \cdot 90 + 6 \cdot 6 = 576$

$6 \cdot 0,96 = 5,76$ $\sqrt{529} < \sqrt{5,76} < \sqrt{6,25}$

$23^2 = 529$; $25^2 = 625$ $\sqrt{5,76} \approx 2,4$

567-2

$R_з = 2{,}4\cdot10^{10}$ м ; $e_{max} = 1 - \frac{2{,}4\cdot10^{10}}{0{,}\cancel{98}\cdot15\cancel{0}\cdot10^{10}} = 1 - \frac{2{,}4\cdot\cancel{10^{10}}}{0{,}5\cdot15\cdot\cancel{10^{10}}} = 1 - \frac{2{,}5}{7{,}5} =$

$(2{,}4 \approx 2{,}5)$

$= 1 - 0{,}3 = 0{,}7$

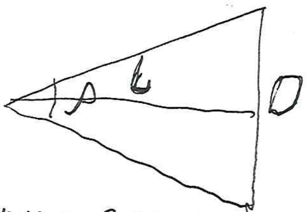
Ответ. $e_{max} \approx 0{,}7$

3)

Антарес – красный сверхгигант α Скорпиона.

$R \sim 420\cdot10^6$ км $\approx 450\cdot10^6$ $D = 900\cdot10^6$ км

$L = 500$ св. лет



$\rho = \frac{D}{L} = \frac{\cancel{900}^{6}\cdot\cancel{10^6}}{500\cdot63000\cdot\cancel{150}\cdot\cancel{10^6}} = \frac{6}{500\cdot63000}$ рад.

1 пк = 206265 а.е

3,26 св. лет = 206265 а.е /:3,26

1 св. год ≈ 63000 а.е.

$206265 \,|\, 3{,}3$

$200000 \,|\, 6\cdot3$

$3{,}3\cdot6 \approx 19{,}8$

Переведём в ''.

$\frac{6\cdot206265''}{500\cdot63000} \approx \frac{3\cdot2{,}1\cdot10^5}{5\cdot6{,}3\cdot10^6} = \frac{\cancel{6{,}3}}{5\cdot\cancel{6{,}3}\cdot10} =$

$= \frac{1}{50} = 0{,}02''$

Ответ. Угловой размер ρ равен 0,02''

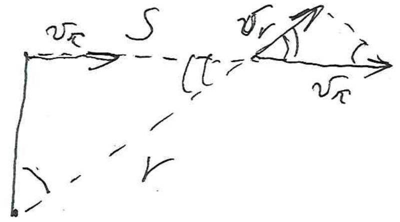
1)

Дано:
$v_r = 0$
$\mu = 0{,}5''/год$
$r_0 = 30$ пк
$T = 100$ лет
$\rho = 0{,}1$ Å

Сможет ли v_r?

Чтобы обнаружить v_r используют эффект Доплера $v_r = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}c$; Чтобы спектрометр обнаружил v_r надо чтобы $\Delta\lambda > \rho$, где ρ это точность спектрометра.

Сначала для наблюдателя на Земле звезда будет иметь только v_τ. Но после смещения за 100 лет для наблюдателя на Земле появится и v_r. Наглядно показано на рисунке:



Из этого рисунка имеем два подобных треугольника (по двум углам)

$v_\tau = 4{,}74 \cdot \mu \cdot \frac{1}{\pi} = 4{,}74 \cdot 0{,}5 \cdot 30 = (4{,}74 \cdot 10) + (5 \cdot 4{,}74)$

$= 47{,}4 + 23{,}7 = 71{,}1 \approx 70$ км/с

$S = v_\tau \cdot T = 70 \cdot 365 \cdot 100 \cdot 86400 = 70 \cdot 10^2 \cdot 37 \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 87 = 23 \cdot 10^4 \cdot 10^6 = 23 \cdot 10^{10}$ км.

$\begin{array}{r} 87 \\ \times\ 37 \\ \hline 609 \\ 261\ \ \\ \hline 3219 \end{array}$ $\begin{array}{r} 3219 \\ \times\ 71 \\ \hline 3219 \\ 22533\ \ \\ \hline 22{,}8549 \end{array} \approx 23 \cdot 10^4$

$r = \sqrt{r_0^2 + S^2} = \sqrt{(94 \cdot 10^{13})^2} = \sqrt{10^{30}}$

$r_0^2 >> S^2$, S - пренебрегаем

тогда:

$\frac{r^2}{r_0^2} = \frac{10^{30}}{94 \cdot 10^{28}} = \frac{100}{94} = 1{,}06$ $\quad \begin{array}{r|l} 100 & 94 \\ -94 & 1{,}06 \\ 600 & \\ -564 & \\ \ldots & \end{array}$

$\sqrt{\frac{r^2}{r_0^2}} = \frac{r}{r_0} = \sqrt{1{,}06} = 1{,}024$

$r = r_0 \cdot 1{,}024 \approx 30{,}5$ пк ≈ 31 пк.

$\frac{30}{31} \approx 0{,}95$

$r_0 = 30 \cdot 206265 \cdot 150 \cdot 10^6 =$
$= 30 \cdot 2{,}1 \cdot 10^5 \cdot 150 \cdot 10^6 =$
$= 63 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{13} = 94 \cdot 10^{13}$

$2{,}3^2 = 5{,}76$ $\quad 1{,}023 < 1{,}024 < 1{,}025$
$2{,}5^2 = 6{,}25$ $\quad 5{,}76 < 6 < 6{,}25$
$\sqrt{1{,}06} \approx 1{,}024$

Из подобия треугольников:

$\cancel{\frac{r_0}{r} = \frac{v_r}{v_\tau} \Rightarrow v_r = \frac{r_0}{r}}$ $\quad \frac{r}{r_0} = \frac{v_\tau}{v_r} \Rightarrow v_r = \frac{v_\tau r_0}{r} = 70 \cdot 0{,}95 \approx 66$ км/с

$7 \cdot 90 = 630$
$7 \cdot 5 = 35$ $\Rightarrow 665$

$v_r = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}c \Rightarrow \Delta\lambda = \frac{v_r \lambda_0}{c} = \frac{66 \cdot 5500}{3 \cdot 10^5} = \frac{66 \cdot 55}{3000} = \frac{3630}{3000} = 1{,}21$ Å

($\lambda_0 = 5500$ Å т.к. обычно берут середину)

$\begin{array}{r} 66 \\ \times\ 55 \\ \hline 330 \\ 330\ \ \\ \hline 3630 \end{array}$ $\quad \begin{array}{r|l} 3630 & 3000 \\ -3000 & 1{,}21 \\ \hline 6300 & \\ -6000 & \\ \hline 3000 & \\ -3000 & \\ \hline 0 & \end{array}$

$\Delta\lambda \vee \rho$

$1{,}21$ Å $> 0{,}1$ Å

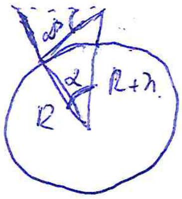
Ответ: Да, прибор сможет зафиксировать v_r.

567 – 4

5) Дано:
$\varphi_1 = 62°$
$\varphi_2 = 44°$
$\lambda_1 = 31°$
$\lambda_2 = 43°$
$h = 805$ м

h - ? Δt ?

Т.к Аркадий видит объект на горизонте ($h_3 = 0$), а Василий находится южнее на $\Delta\varphi = 62° - 44° = 18°$, то h_3 для наблюдателя на Земле на широте $\varphi_2 = 43°$ будет равна $18°$. Но т.к Василий на горе, необходимо найти разницу в градусах между мате- ~~матическим и видимым горизонтом~~ матическим и видимым горизонтом. Обозначим этот угол за $\angle\beta$.



– нужно найти β.

Т.к треугольники подобны, (по двум углам) то $\beta = \alpha = \arccos\left(\frac{R}{R+h}\right)$
$R >> h$ поэтому $\frac{R}{R+h} \approx 0{,}97 \div 0{,}99$ тогда $\cos(\alpha) \approx 0{,}96$
Наблюдатель на горе $(\cos(0) = 1)$
будет видеть объект на $0{,}96°$ выше. Тогда $h_B = 0{,}96° + 18° = 18{,}96°$
Тогда Василий увидит звезду на высоте $18{,}96°$ над горизонтом
$\Delta t = \lambda_1 - \lambda_2 = \frac{43}{15}ч - \frac{31}{15}ч = \frac{12}{15}ч = 0{,}8ч = \frac{8 \cdot 60}{10} = 48м$
$\Delta t = 48м$

Василий увидит раньше, т.к он находится восточнее.
Ответ: $h_B = 18{,}96°$, Василий увидит раньше на 48 минут

4)
Дано:
$a < 1$ а.е

Атоны – метеориты внутри орбиты Земли

1 – орбита Атона
2 – орбита Земли.