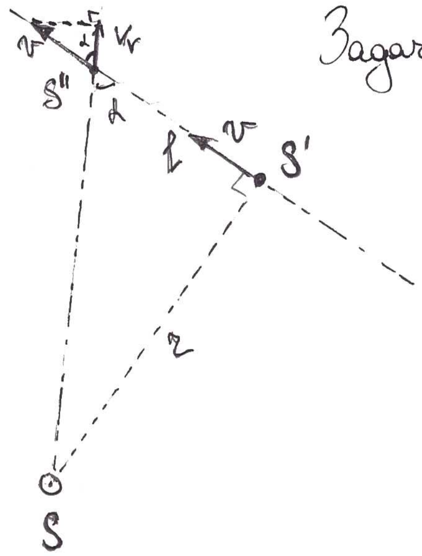
503

Шифр

1	2	3	4	5	Σ



Задача №1.

1) Найдем скорость звезды. Т.к. лучевая скорость звезды равно 0, то скорость звезды есть её тангенсальная составляющая:

$$v = \mu r = \frac{0{,}5''}{год} \cdot 30\,пк =$$

$$= \frac{2\pi}{2 \cdot 60 \cdot 60 \cdot 360} \cdot 30 \cdot 206265 \frac{а.е.}{год} = 15 \frac{а.е.}{год}$$

За 100 лет звезда удалится на $l = 1500$ а.е.

Заметим, что $l \ll r$. А значит из прямоугольного тр-ка $SS'S''$:

$$\cos\alpha = \frac{l}{\sqrt{l^2+r^2}} \approx \frac{l}{r}$$

Лучевая составляющая звезды через 100 лет:

$$V_r = v \cdot \cos\alpha = 15 \frac{а.е.}{год} \cdot \frac{\cancel{1500}^{50}}{\cancel{30} \cdot 206265} = \frac{15}{4000} \frac{а.е}{год} \approx 3{,}8 \cdot 10^{-3} \frac{а.е.}{год} =$$

$$= \cancel{3{,}8 \cdot 10^{-3}}\ \frac{15}{4} \cdot 10^{-3} \cdot \frac{1{,}5 \cdot 10^{11}}{365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60} \frac{м}{с} = \frac{15 \cdot 3 \cdot 10^5}{8 \cdot 36 \cdot 36 \cdot 24} \frac{м}{с} = \frac{15 \cdot 8 \cdot 10^3}{13 \cdot 8 \cdot 8} \frac{м}{с} \approx 18 \frac{м}{с}$$

То есть лучевая скорость звезды будет порядка $10 \frac{м}{с}$.

Смещение $\Delta\lambda$ спектральной линии $H\alpha$: | 503

~~$\Delta\lambda = \lambda \frac{V_r}{V} = 6500 Å \cdot \frac{3{,}8 \cdot 10^{-3}}{15} \approx 6500 \cdot 25 \cdot 10^{-5} \approx 2{,}2$ A~~

$$\Delta\lambda = \lambda \frac{V_r}{c} = 6500 Å \frac{10 \frac{м}{с}}{3 \cdot 10^8 \frac{м}{с}} = \frac{65}{3 \cdot 10^5} Å = 12 \cdot 10^{-5} Å$$

$\Delta\lambda \ll 0{,}1 Å$, а значит лучевую скорость звезды не получится заметить.

Задача №2.

1) Сравним абс. зв. величину звезды с Солнечной по формуле Погсона (абс. зв. величина Солнца $4{,}7^m$):

$$4{,}7^m + 0{,}6^m = -2{,}5 \lg\left(\frac{L_\odot}{L_*}\right)$$

$$-2{,}1 \approx \lg\left(\frac{L_\odot}{L_*}\right)$$

$$\frac{L_*}{L_\odot} \approx 10^{2,1} \approx 100$$

$L_* = 10^2 L_\odot$ – светимость звезды.

З-н Стефана Больцмана:

$$L_* = 4\pi R_*^2 \cdot T_*^4 \sigma$$

$R_* = \sqrt{\frac{L_*}{4\pi T_*^4 \sigma}}$ – радиус звезды

Гравитационное ускорение на поверхности звезды:

$$g = \frac{GM_*}{R_*^2}$$

$M_* = \frac{gR_*^2}{G} = \frac{g L_*}{G 4\pi T_*^4 \sigma}$ – масса звезды

Орбитальный период экзопланеты: 503

$$T_{пл} = 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{GM_*}}$$

a - большая полуось орбиты экзопланеты.

$$a = \sqrt[3]{\frac{T_{пл}^2 GM_*}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{T_{пл}^2 \cdot g L_*}{16\pi^3 T_*^4 \sigma}}.$$

Перигелий орбиты должен быть больше радиуса звезды. При максимальном эксцентриситете перигелийное расстояние равно радиусу звезды:

$$a(1-e) = R_*$$

$$e = 1 - \frac{R_*}{a} = 1 - \sqrt[6]{\frac{L_*^3 \cdot \cancel{64} \cdot 4\pi^6 \cdot T_*^8 \cdot \sigma^{-2}}{\cancel{64}\pi^3 T_*^{12}\sigma^3 \cdot T_{пл}^4 g^2 L_*^2}} =$$

$$= 1 - \sqrt[6]{\frac{L_* \cdot \pi^3 \cdot 4}{T_*^4 \cdot \sigma T_{пл}^4 \cdot g^2}} = 1 - \sqrt[6]{\frac{10^2 \cdot 4 \cdot \pi^3 L_\odot}{0{,}6^4 T_\odot^4 \sigma \cdot T_{пл}^4 \cdot g^2}} =$$

$$\frac{L_\odot}{\sigma T_\odot^4} \approx 4\pi R_\odot^2, \quad R_\odot \approx 7 \cdot 10^8 \text{ м}$$

$$T_* \approx 0{,}6\, T_\odot \qquad \pi^4 \approx 10^2$$

$$= 1 - \sqrt[6]{\frac{16\pi^4 \cdot 10^2 R_\odot^2 \cdot 10^4}{6^4 T_{пл}^4 \cdot g^2}} = 1 - \sqrt[6]{\frac{\cancel{16} \cdot 10^8 (7 \cdot 10^8)^2 \cdot 10^2}{\cancel{13} \cdot 10^2 (73 \cdot 9 \cdot 10^5)^4 \cdot 7^2}} =$$

$$= 1 - \sqrt[6]{\frac{10^{24}}{73^4 \cdot 9^4 \cdot 10^{20}}} = 1 - \sqrt[6]{\frac{10^4}{73^4 \cdot 9^4}} \approx 1 - \sqrt[6]{\frac{1}{2 \cdot 10^7}} =$$

$$= 1 - \sqrt[6]{5 \cdot 10^{-8}} = 1 - 10^{-2}\sqrt[6]{50000} \approx 0{,}94$$ - макс. эксцентриситет.

Задача №3.

1) Будем считать, что Антарес - звезда главной последовательности. Звездная величина Антареса $m_A \approx 1^m$. Сравним его с звездной величиной Солнца ~~($=4{,}7^m$)~~ ($= -26{,}7^m$)

~~$$4{,}7^m - 1^m = -2{,}5 \lg\left(\frac{L_\odot \cdot r_A^2}{(10\,пк)^2\, L_A}\right)$$~~

~~$$-1{,}5 = \lg\left(\frac{L_\odot \cdot r_A^2}{(10\,пк)^2\, L_A}\right)$$~~

~~$$\frac{L_A}{r_A^2} \approx 33 \cdot \frac{L_\odot}{(10\,пк)^2}$$~~

~~L_A и r_A - светимость и расстояние до Антареса.~~

$$-26{,}7^m - 1^m = -2{,}5 \lg\left(\frac{L_\odot \cdot r_A^2}{r_\oplus^2 \cdot L_A}\right)$$

$$11 = \lg\left(\frac{L_\odot \cdot r_A^2}{r_\oplus^2 \cdot L_A}\right)$$

$L_\odot$ - светимость Солнца, $r_\oplus = 1$ а.е., L_A - светимость Антареса, r_A - расстояние до него.

$$\frac{L_\odot}{r_\oplus^2} = 10^{11} \frac{L_A}{r_A^2}$$

Т.к. Солнце тоже находится на гл. последовательности ($L \sim R^2 \cdot T^4$):

$$\left(\frac{R_\odot}{r_\oplus}\right)^2 T_\odot^4 = 10^{11} \left(\frac{R_A}{r_A}\right)^2 T_A^4$$

$\frac{R_\odot}{r_\oplus}$ - есть угловой радиус Солнца, $\frac{R_A}{r_A}$ - радиус Антареса ($\frac{R_\odot}{r_\oplus} \approx 15'$)

Антарес - красная звезда (класса M или K), поэтому его температура $T_A \approx 4 \cdot 10^3 K$. $(T_\odot \approx 6 \cdot 10^3 K)$ $\boxed{503}$

шифр

$$\rho_A = \rho_\odot \frac{T_\odot^2}{T_A^2} \sqrt{10^{-11}} \approx 2 \rho_\odot \cdot 10^{-6} \sqrt{10} \approx 6 \rho_\odot 10^{-6} =$$

$$\approx 0{,}05''$$

Угловой диаметр:

$$\underline{d_A \approx 0{,}1''}.$$

Задача №4.

Синодический ~~пер~~ период астероида $T_{sin} = 93{,}5$ года.

Найдём из этого ~~период~~ орбитальный период астероида (сидерический) ($a_{AST} < a_\oplus \Rightarrow$ астероид находится на внутренней орбите):

$$\frac{1}{T_{sin}} = \frac{1}{T_{AST}} - \frac{1}{T_\oplus}$$

$$\frac{T_\oplus + T_{sin}}{T_\oplus \cdot T_{sin}} = \frac{1}{T_{AST}}$$

$$T_{AST} = \frac{T_\oplus T_{sin}}{T_\oplus + T_{sin}} = \frac{93{,}5}{94{,}5} \text{ года}$$

Из закона Кеплера:

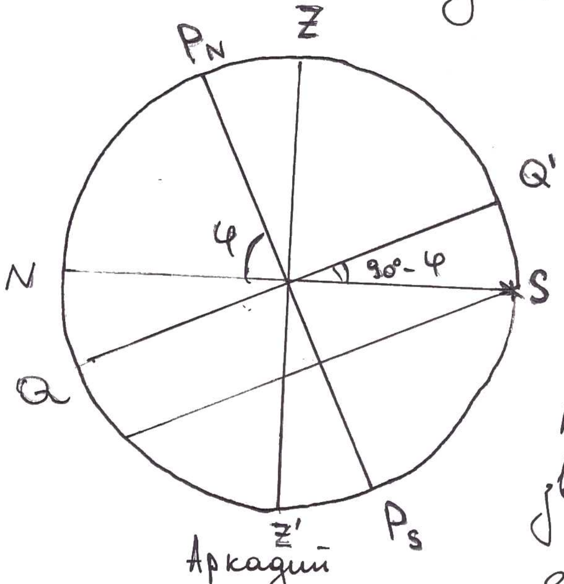
$$\frac{T_{AST}^2}{T_\oplus^2} = \frac{a_{AST}^3}{a_\oplus^3}$$

$$a_{AST} = \sqrt[3]{\left(\frac{93{,}5}{94{,}5}\right)^2} \text{ а.е.} = \sqrt[3]{\left(1 - \frac{1}{94{,}5}\right)^2} \text{ а.е.} \approx \sqrt[3]{1 - \frac{2}{94{,}5}} \text{ а.е.} \approx$$

$$\approx 1 - \frac{2}{3 \cdot 94{,}5} \text{ а.е.} \approx 0{,}999 \text{ а.е.}$$

Ответ: большая полуось $a_{ист} = 0{,}999$ а.е.

Задача №5



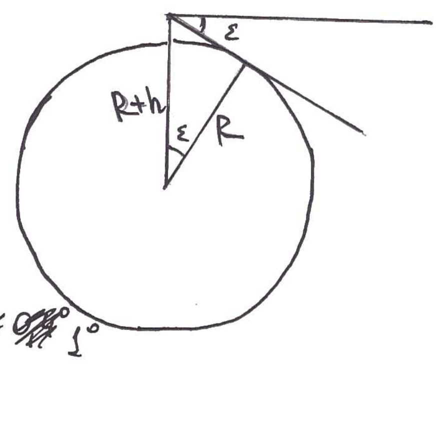
1) Т.к. звезда находится на юге и видна на горизонте ~~значит~~ в Северном полушарии, то звезда совершает свою верхнюю кульминацию. Отсюда склонение звезды:

$$\delta = -90^\circ + \varphi_A = -28^\circ.$$

2) ~~Для Василия~~ Если бы Василий не был бы на возвышенности то высота верхней кульминации звезды была бы:

$$h'_{вк} = \varphi_B - \varphi_A = 18^\circ.$$

Но т.к. Василий в горах, происходит понижение горизонта на угол ε:



$$\sin\varepsilon \approx \varepsilon = \frac{\sqrt{(R+h)^2 - R^2}}{R+h} =$$

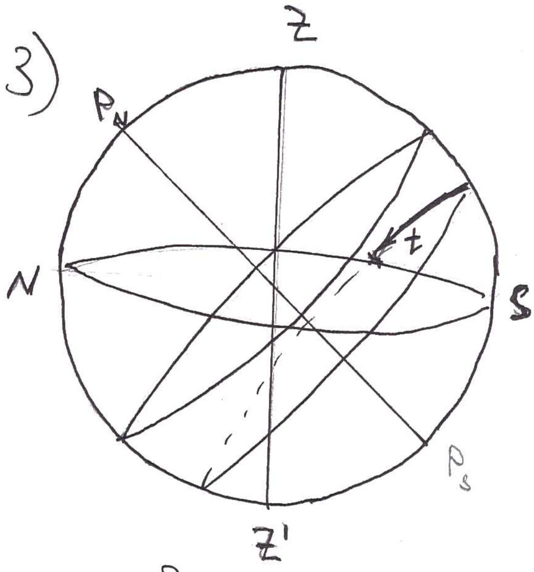
$$= \sqrt{\frac{h(2R+h)}{(R+h)^2}} = \sqrt{\frac{2h}{R}} =$$

$$\approx \sqrt{\frac{2}{7} \cdot 10^{-3}} \approx \sqrt{3} \cdot 10^{-2} \approx 1{,}8 \cdot 10^{-2} = \cancel{\frac{1{,}8 \cdot 10^{-2}}{2\pi}} \approx 1^\circ$$

В итоге Василий увидит звезду на макс. высоте:

$h_s = 19°$.

3)



Василий

Часовой угол восхода звезды в небе Василия:

$$\cos t = -\operatorname{tg}\varphi_B \cdot \operatorname{tg}\delta \approx \frac{\sqrt{3}}{3} \approx 0{,}6$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} > \cos t > \frac{1}{2}$$

$$t \approx 50°.$$

Как только светило появилось на горизонте в небе Василия (он восточнее и южнее $\Rightarrow$ увидит звезду раньше), то через $\approx 3{,}5^h$ она пройдет верхнюю кульминацию. Аркадий же увидит звезду только в верхней кульминация, а между кульминациями в пунктах Аркадия и Василия пройдёт время:

$$\Delta T = \frac{\lambda_B - \lambda_A}{360°} \cdot 24^h = 0{,}8^h$$

То есть Василий увидит объект раньше на $4{,}3^h$.