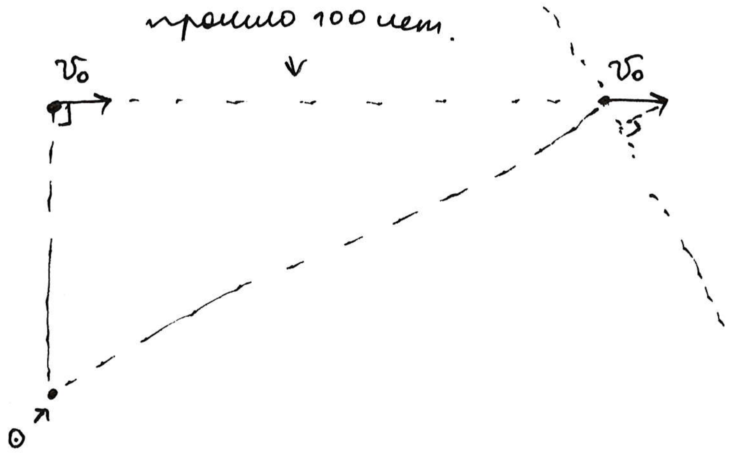
159

№1

$r = 30$ пк
$v_r = 0$
$\mu = 0{,}5''$/год
$\Delta t = 100$ лет
0,1 Å

v_r ??

То, что лучевая скорость (v_r) равна нулю означает, что вся скорость звезды направлена ⊥ лучу зрения, т.е. $v_0 = v_\tau$ (тангенциальная скорость). Нарисуем картинку.

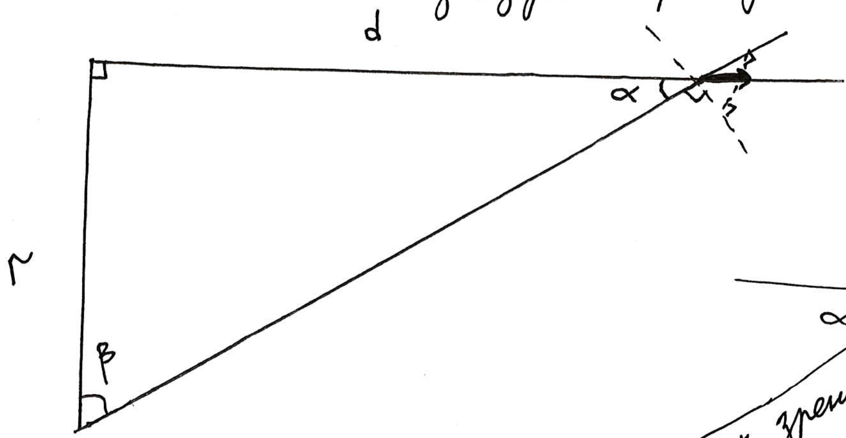


Скорость звезды не изменилась, однако мы теперь видим эту самую скорость под другим углом. Но абсолютно точно можно найти v_0.

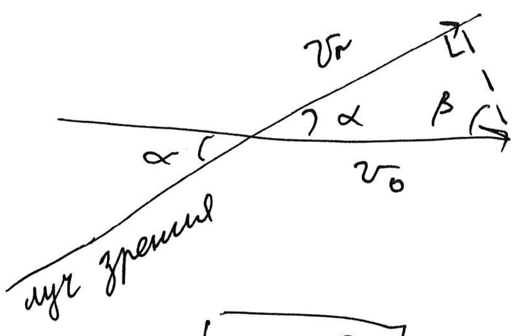
$$0{,}5 = \frac{206265 v_0}{r} \qquad v_0 = \frac{0{,}5 \cdot r}{206265}\left[\frac{пк}{год}\right] = 0{,}5 \cdot r\ [а.е./год] =$$

$$= 0{,}5'' \cdot 30\,пк = 15\ \frac{а.е.}{год}.\ (v_0)$$

Тогда за 100 лет звезда пройдёт $d = v_0 \cdot \Delta t = 15 \cdot 100 = 1500$ а.е.



~~Найдём ∠α~~



см. 2

159

②

Если спектрометр обладает точностью 0,1 Å, это вовсе не значит, что на величинах меньше 0,1 Å он „слепой". Было бы гораздо проще полагать, что он воспринимает минимальное смещение 0,1 Å, ведь тогда даже если бы вся скорость звезды была бы лучевой, он ничего бы не показал (вычисления в черновике, просто поверьте). Однако мне кажется логичным считать, что его „зона видимости" начинается на 0,06 Å (может 0,05 Å?), ведь уже тогда он покажет, что лучевая скорость есть, пускай и напишет 0,1 Å. И это сильно усложняет задачу.

$\frac{v}{c} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}$ $\quad v_r = v_0 \cos\alpha$ $\quad tg\,\alpha = \frac{r}{d}$

$d \ll r \Rightarrow \beta$ - малый угол $\Rightarrow tg\,\beta \approx \beta = \frac{d}{r}$

$\frac{v_r}{v_0} = \sin\beta \approx \beta$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{v_r}{v_0} \approx \frac{d}{r}$ $\quad v_r = \frac{d}{r} \cdot v_0$

$v_0 = 1{,}5 \frac{а.е.}{год}$ $\quad c = \frac{1}{3{,}26} \frac{пк}{год} = \frac{206265}{3{,}26} \frac{а.е.}{год}$ $\quad$ $\boxed{\text{см. ③}}$ →

159 $\quad v_r = \frac{d}{r} v_0$

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v_r}{c} = \frac{\frac{d v_0}{r}}{c} = \frac{d v_0}{r c} = \frac{1500 \text{ а.е.} \cdot 15 \frac{\text{а.е.}}{\text{год}}}{30 \cdot 206265 \text{ а.е.} \cdot \frac{206265}{3,26} \frac{\text{а.е.}}{\text{год}}}$$

$$\Delta\lambda = 5500 \text{ Å} \cdot \frac{15^2 \cdot 10^2 \cdot 3,26}{30 \cdot 206265^2} = \frac{5,5 \cdot 10^3 \cdot 1,5^2 \cdot 10^2 \cdot 10^2 \cdot 3,26}{3 \cdot 10 \cdot 2,06265^2 \cdot 10^{10}} =$$

$$= \frac{5,5 \cdot 1,5^2 \cdot 3,26 \cdot 10^7}{3 \cdot 2,06265^2 \cdot 10^{11}} = \frac{4,1 \cdot 10^8}{10^{12} \cdot 1,3} = 3,15 \cdot 10^{-4} \text{ Å}$$

Это, разумеется, до 0,1 Å никак округлить не получится :. А значит обнаружить v_r не получится даже через 100 лет :

Ответ: нельзя.

см. 4

159

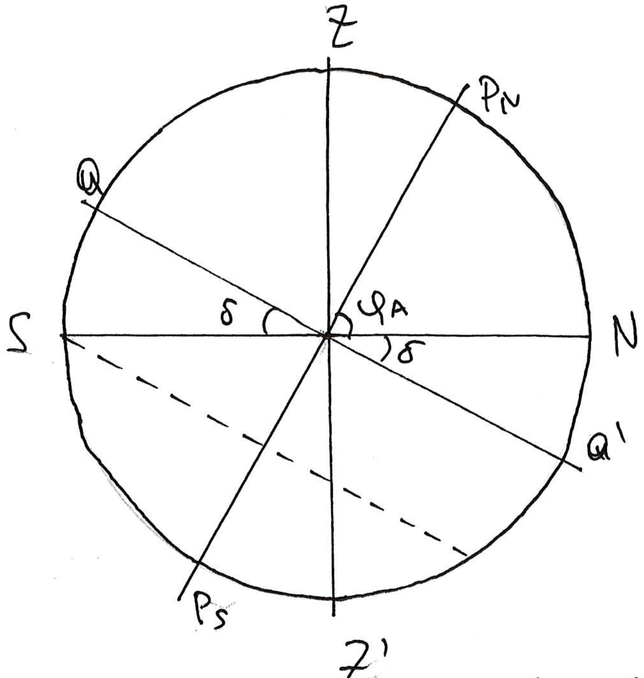
№5

4

$\varphi = 62°$
S
$\lambda = 31°$ } Аркаша

$\varphi = 44°$
$\lambda = 43°$ } Васёк
$h = 885$ м

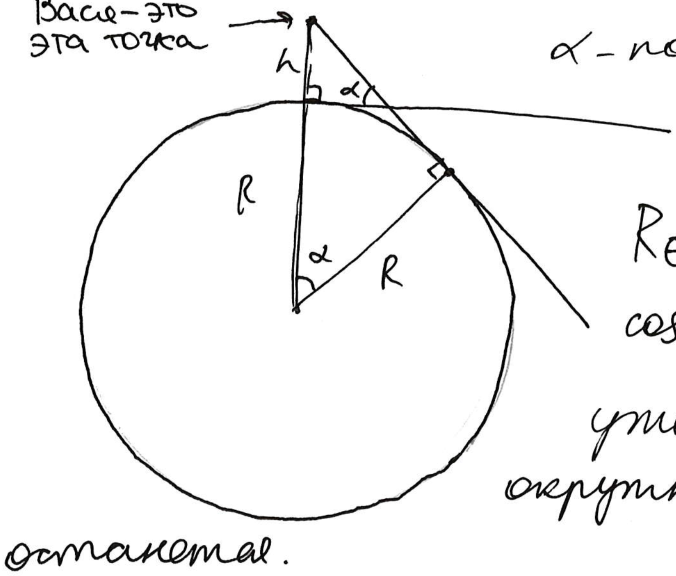
$h_{max\ Вас.} = ?$
$\Delta t = ?$



Аркаша, очевидно, находится в Северном полуш. и для него всё кульминирует на Юге. Тогда $\varphi_A = 90° + \delta$ (из рисунка)

$\delta = \varphi_A - 90° = 62° - 90° = -28°$

Теперь переходим к Васе. Он забрался высоко и у него будет неплохое понижение горизонта.



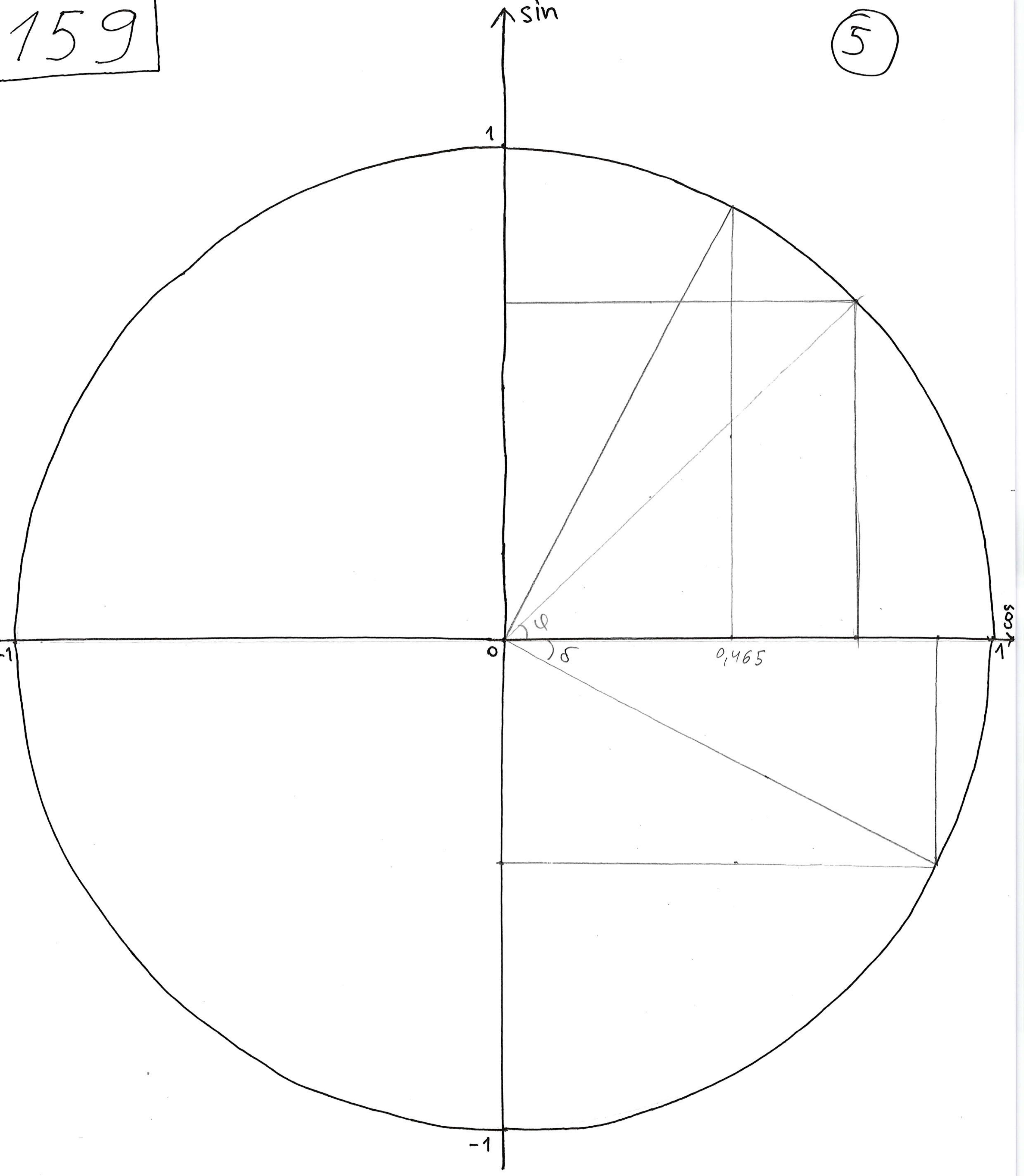
α – понижение горизонта

$\alpha = \arccos\left(\frac{R}{R+h}\right)$

$R_{\oplus} \approx 6400$ км

$\cos\alpha = \frac{6400000}{6400885}$ = почти 1. Но я уже начертила на след. листе окружность, поэтому ~~и~~ она там и останется.

5



При делении получается очень много (почти 1), поэтому окружность, видимо, не понадобится. А жаль. Посчитать, конечно, сложно. Однако, учитывая печальный опыт прошедшего региона, я помню, что

159 | понижение горизонта в 6 угловой радиус Солнца обеспечивает гора высотой около 700-800м. Поэтому, прикидывая, гора высотой 885м обеспечит понижение горизонта в 16'-17', пускай будет 16,5'.

Тогда для Василия h_{max} составит $90-\varphi_B+\delta+16,5'_\varphi = 90^\circ-44^\circ+(-28^\circ)+16,5' = 90^\circ-44^\circ-28^\circ+16,5' =$
$= 18^\circ 16,5'$.

Безусловно, Василий увидит этот объект раньше. Это произойдёт раньше на $\Delta\lambda$ и на часовой угол восхода объекта
Тут можно пренебречь понижением горизонта.
~~$\cos z = \sin\varphi \sin\delta$~~
$\cos t = -\operatorname{tg}\varphi \operatorname{tg}\delta$

Ага! вот тут-то округлость и понадобится!

$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\sin\varphi}{\cos\varphi} = \frac{0,68}{0,73} \approx 0,93$ $\quad \operatorname{tg}\delta = \frac{\sin(\delta)}{\cos(\delta)} = \frac{-0,45}{0,89} \approx -0,5$

$\cos t = 0,93 \cdot 0,5 = 0,465$ $\quad t = \arccos(0,465) \approx 62,5^\circ$

Итого: Василий увидит раньше примерно на: $\frac{43^\circ-31^\circ}{15^\circ} + \frac{62,5^\circ}{15^\circ} = \frac{12^\circ}{15^\circ} + \frac{62,5^\circ}{15^\circ} = 0,8 + 4,1(7) = 4,9(7)^h$

7

Ответ. $h_{max} = 18^\circ 16,5'$
$\Delta t \approx 4,9(7)^h$

159

№2

Формула Погсона:

$$\frac{L_1}{L_\odot} = 10^{0,4(M_\odot - M_1)} \quad \& \quad L = 4\pi R^2 \sigma T^4$$

совмещая со Стефаном-Больцманом:

$$\frac{4\pi R_1^2 \sigma T_1^4}{4\pi R_\odot^2 \sigma T_\odot^4} = 10^{0,4(M_\odot - M_1)} = 10^{0,4(4,8+0,6)} = 10^{2,16} \approx 10^2 =$$

$$= \left(\frac{R_1}{R_\odot}\right)^2 \left(\frac{T_1}{T_\odot}\right)^4 = \left(\frac{R_1}{R_\odot}\right)^2 \left(\frac{34\cancel{00}}{55\cancel{00}}\right)^4 = \left(\frac{R_1}{R_\odot}\right)^2 \cdot 0,13$$

$$R_1^2 = \frac{10^2}{0,13} \cdot 7^2 \cdot 10^{16} = \frac{10^{20} \cdot 7^2}{13} = 3,8 \cdot 10^{20} \ (м^2)$$

$$g = \frac{Gm}{R^2} \qquad m = \frac{gR^2}{G} = \frac{0,7 \cdot 3,8 \cdot 10^{20}}{6,7 \cdot 10^{-11}} \approx 0,4 \cdot 10^{31} \text{ кг} \approx 4 \cdot 10^{30} \text{ кг.}$$

III з. Кеплера.

$$\frac{T_1^2 M_1}{T_\oplus^2 M_\odot} = \frac{a_1^3}{a_\oplus^3} \qquad a_1^3 = \frac{T_1^2 M_1}{T_\oplus^2 M_\odot} a_\oplus^3 = 0,04 \cdot 2 \cdot a_\oplus^3 = 0,08 \cdot a_\oplus^3.$$

$$a_1 \approx 0,2 a_\oplus$$

Допустим, планета „чиркает" по поверхности своей звезды в q.

$$q = \sqrt{3,8 \cdot 10^{20}} \text{ м} \approx 1,9 \cdot 10^{10} \text{ м} = \frac{1,9 \cdot 10^{10}}{1,5 \cdot 10^{11}} = 0,13 \text{ а.е.}$$

$$0,2(1-e) = 0,13$$

$$e = 1 - \frac{0,13}{0,2} = 0,35$$

Ответ. 0,35. 8

159

№4.

8

От одного до другого макс. сближения проходит 2097-2003 = 94 года + ещё полгода с января по июль, итого: 94,5 года.
Т.к. орбита астероида по условию почти круговая, я так прямо и возьму $e=0$.
94,5 года — это синодический период, причём абсолютно очевидно, что он вращается с Землёй в одну сторону (иначе было бы $S<1$ года), а также, что орбиту Земли мы также принимаем здесь круговой (январь - почти перицентр, июль - почти апоцентр).

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_\oplus} \qquad S = \frac{1}{\frac{1}{T_1} - 1} \leftarrow \text{(в годах)}$$

$$\frac{1}{\frac{1}{S} + \frac{1}{T_\oplus}} = T_1 = \frac{1}{\frac{1}{94,5} + 1} = \frac{1}{0,0105 + 1} \approx 0,99 \text{ (года)}$$

В сравнении с Землёй III закон Кеплера:

$$T^2 = a^3$$

$a = \sqrt[3]{\cancel{0,9801}}\ \sqrt[3]{0,97911025}$ ← это $0,9895^2$. А если бы мы возводили в куб, понадобилось бы число побольше, около 0,9995 (а.е.)

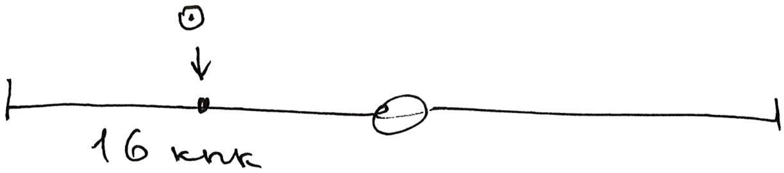
Ответ. 0,9995 а.е.

9

159

№3

Ну, если мы видим Антарес довольно хорошо, то он, по крайней мере, в Млечном пути.



Оценим расстояние до Антареса: я думаю, 10 кпк нормально.

Радиус у него побольше, чем у Солнца раз в 10. Тогда

$$\rho = \frac{206265 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 10^5 \cdot 10}{10^4 \cdot 206265 \cdot 1,5 \cdot 10^8} \approx \frac{10^6}{10^{12}} \cdot 9,5 = 9,5 \cdot 10^{-6}{}''$$

Впрочем, атмосфера размоет это до 1'', а в условии мы наблюдаем именно с Земли. ~~Ан~~ Угловой размер <u>любой</u> звезды (кроме Солнца) при наблюдении с Земли < 1''. Тогда, ответ такой: Ответ: 1) С учётом атмосферы = 1''.

2) Без учёта атмосферы, $\approx 10^{-5}{}''$.

Зависит от того, что имел ввиду автор.