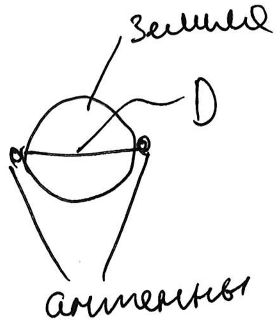
№1.

Решение:

1) Определим разрешающую способность интерферометра т.к наблюдения наземные для наибольшего расстояния между антеннами поместим их на противоположные точки Земли:



$D = D_{\oplus}$ (где $D_{\oplus}$ – диаметр Земли $\simeq 6400 \cdot 2$) км $=$ $= 12800$ км.

$\beta = \frac{\lambda}{D}$ – для радиотелескопов.

β нашей системы будет составлять:

$$\beta = \frac{\cancel{10^{-3}}\ 10^{-2}}{12800 \cdot 1000} \simeq \text{(по порядку для оценки)}$$

$$\simeq \cancel{\frac{1}{1{,}28 \cdot (10^{7+6})}} \simeq \cancel{\frac{1}{10^{13}}} \simeq \frac{1}{10^9}$$

2) Определим радиус кружка аберрации для движения Солнечной системы вокруг центра галактики:

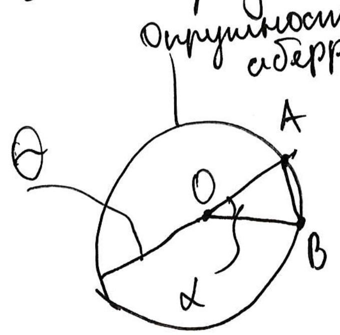
$\theta = \frac{v_s}{c}$ (где v_s – скорость обращ Солнца вокруг центра галактики $\simeq 230$ км/с)

$$\theta = \frac{230 \cdot 1000}{3 \cdot 10^8} = \frac{23}{3 \cdot 10^4} \approx \frac{2}{3} \frac{1}{10^3} \approx \frac{1}{10^3}.$$

Поймем, что, чтобы увидеть аберрацию, мы должны увидеть дугу окружности, угловая длина которой и будет составлять нашу разрешающую способность

(задача 1)

Это представимо в виде:



$\alpha = \frac{\tau}{T} \cdot 2\pi$. (где τ - искомое время, T - период обращ Солнца вокруг центра галактики)

$AB = \beta$ (O - центр окружности).

Период обращ Солнца вокруг центра галактики:

$$T = \frac{2\pi \cdot 8{,}5 \cdot 1000 \cdot 206265 \cdot 150 \cdot 10^6}{230 \cdot 3600 \cdot 24 \cdot 365} \text{ лет}$$

T составляет около 18 млрд лет.

Т.к по порядку β ~~в 100 раз меньше~~ на 5 порядков меньше α - можно считать малым и AB - принять за дугу

тогда искомое $\tau = \frac{\beta}{\theta} T = \cancel{\frac{T}{10^8} \approx 180 \text{ лет}}$.

$$\tau = \frac{10^3}{10^9} T = \frac{T}{10^6} = 18000 \text{ лет}$$

~~Ответ: 180 лет.~~

Ответ: 18000 лет.

№2

Решение:

Определим абсолютную звездную величину звезды в V диапазоне:

$$M_V = m + 5 - 5\lg r$$

(где m - видимая зв вел (по усл 4^m)
r - расстояние (100 пк))

$$M_V = 4 + 5 - 5\lg 100 = (9-10)^m = -1^m$$

Найдем абсолютную болометрическую зв. величину этой звезды

$$B - V = M_B - M_V = -1{,}5^m \text{ (по усл)}$$

$$M_B = M_V - 1{,}5^m = -2{,}5^m$$

Болометрическая зв. величина для Солнца составляет $\approx 4{,}8^m$.

На основании этого запишем закон Стефана-Больцмана и формулу Погсона: (далее индекс 0 - для Солнца
1 - для звезды
все в болометр зв. вел).

$$\frac{L_1}{L_0} = \frac{\sigma R_1^2 T_1^4}{\sigma R_0^2 T_0^4}$$

и по формуле Погсона:

~~$M_1 = M_0$~~

$$M_0 - M_1 = 2{,}5\lg\left(\frac{L_1}{L_0}\right)$$

$$10^{\frac{7{,}3}{2{,}5}} = \frac{R_1^2}{R_0^2}\frac{T_1^4}{T_0^4}.$$

($M_1 = M_B$ найденной ранее
$M_0 = 4{,}8^m$
$T_0 = 5800K$
$R_0 = 670000$ км
$T_1 = 15 \cdot 10^3 K$.)

(задача 2)

(считая, что R_1 – средний радиус).

$$R_1 = \sqrt{10^{\frac{7,5}{2,5}} \frac{T_0^2}{T_1^2}} \cdot R_0 \approx$$

В приближении $R_1 = \dfrac{R_п + R_э}{2}$.

$$\approx \frac{30 \cdot 36}{225} R_0 = 4{,}8 R_0 \approx 5 R_0 \text{ (для оценки)}$$

Так как звезда является эквипотенциальной поверхностью, для нее справедливо:

$$\frac{GM}{R_п} = \frac{GM}{R_э} + \frac{v^2}{2}$$

(где $R_п$ – полярный, $R_э$ – экваториальный радиусы, v – скорость вращения на экваторе)

$$\left.\begin{aligned} &\frac{1}{R_п} = \frac{1}{R_э} + \frac{v^2}{2GM} \\ &\frac{R_э - R_п}{R_э R_п} = \frac{v^2}{2GM} \\ &R_э\, 2GM - R_п \cdot 2GM = v^2 R_э R_п \end{aligned}\right\} \Rightarrow R_п = \frac{R_э \cdot 2GM}{v^2 R_э + 2GM}$$

пусть $\dfrac{R_э}{R_п} = K$. Тогда:

$$\begin{cases} \dfrac{KR_п - R_п}{KR_п^2} = \dfrac{v^2}{2GM} \\ 2R_1 = R_п(1+K) \end{cases}$$

$$\frac{K-1}{KR_п} = \frac{v^2}{2GM}$$

$$\frac{(K-1)(K+1)}{2R_1 K} = \frac{v^2}{2GM} \Rightarrow (K^2-1)2GM = 2v^2 R_1 K.$$

$$K^2 GM - GM = v^2 R_1 K.$$

$$K^2 GM - v^2 R_1 K - GM = 0.$$

Чистовик Шифр: 214 Лист 5 из 12

(задача 2)

($M = 5 M_0$ по усл)

$$k^2 GM - v^2 R_1 k - GM = 0$$

$$D = v^4 R_1^2 + G^2 M^2 \cdot 4$$

$$k = \frac{v^2 R_1 + \sqrt{v^4 R_1^2 + G^2 M^2 \cdot 4}}{2GM}$$

(корень с $-\sqrt{D}$ не подх т.к. $v^4 R_1^2 + G^2 M^2 \cdot 4 > v^4 R_1^2$)

$$k = \frac{28 \cdot 10^{18} + \sqrt{(28 \cdot 10^{18})^2 + 4 \cdot (14 \cdot 10^{19})^2}}{2 \cdot 14 \cdot 10^{19}} =$$

$$= 0{,}2 + \frac{14 \cdot 2 \cdot 10^{19}}{2 \cdot 14 \cdot 10^{19}} = 1{,}2$$

(масса в кг, v в м/с, R_1 в м, $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \approx 7 \cdot 10^{-11}$ для оценки)

найдем разность радиусов:

$$\Delta R = R_n k - R_n = R_n(k-1) = 0{,}2 R_n$$

$$R_n + R_n k = R_n(1+k) = 2R_1 = 10 R_0$$

$$R_n = 10 R_0$$

($M_0 = 2 \cdot 10^{30}$ кг, $R_0 = 700000$ км, $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{Нм^2}{кг^2}$)

$$k = \frac{140 \cdot 10^{18} + \sqrt{(140 \cdot 10^{18})^2 + 4 \cdot 25 \cdot (14 \cdot 10^{19})^2}}{2 \cdot 5 \cdot 14 \cdot 10^{19}} =$$

$$= 0{,}1 + \frac{140 \cdot 10^{19}}{140 \cdot 10^{19}} = 1{,}1$$

Разность радиусов: $\Delta R = R_з - R_n = R_n(k-1) =$

$= 0{,}1 R_n.$

(задача 2)

$$\frac{R_Э + R_П}{2} = R_1 ч$$

$$2R_1 = R_П(K+1)$$

$$R_П = \frac{2R_1}{K+1} \Rightarrow \Delta R = \frac{2R_1(K-1)}{(K+1)} = 2R_1 \cdot \frac{0,1}{1,1} \approx R_0 \simeq$$

$$\simeq 700000 \text{ км}$$

Ответ: 700000 км.

№4

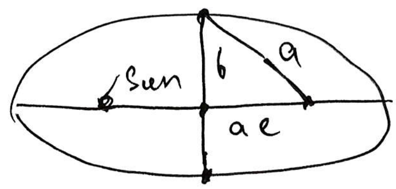
Решение:

Так как расстояние (угловое) для любой точки на орбите одинаковое (между звездой и кометой) (это можно заключить из большого кол-ва аппаратов) справедливо следующее:

по которой перемещается кома относительно наблюдателя на орбите. Параллактическим смещением звезды на фоне 33° можно пренебречь.

Тогда для самой комы орбита в проекции — окружность с угловым радиусом в 33°.

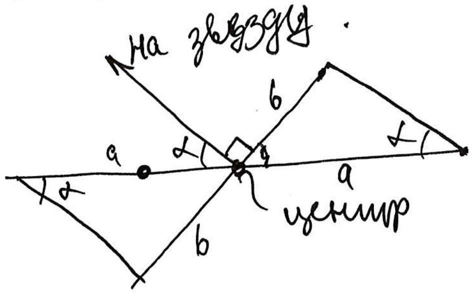
Расс-им исходный эллипс:



Эллипс проецируется в окружность с радиусом равным b (угловому).

$b = \sqrt{a^2 - a^2e^2} = a\sqrt{1-e^2}$.

То есть



$\alpha = \arcsin\left(\frac{b}{a}\right) = \arcsin\left(\sqrt{1-e^2}\right)$

Условие выполняется если центр орбиты, кома и опорная звезда лежат на одной прямой.

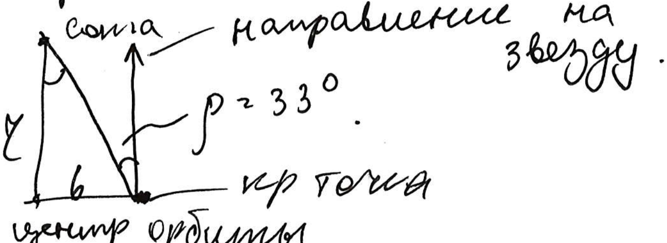
(задача 4)

Тогда эклиптическая широта звезды составит $\alpha = \arcsin(\sqrt{1-e^2}) =$

$= \arcsin(0{,}8) \approx 55^\circ$

а расстояние до кометы определится ее параллаксом данной орбиты:

$\frac{b}{r} = \cancel{\sin}\, tg(33^\circ)$



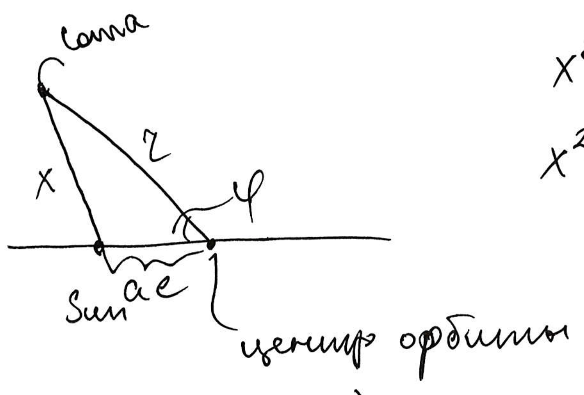
$r = \frac{b}{tg\, 33^\circ} = \frac{a\sqrt{1-e^2}}{tg\, 33^\circ} =$

$= \frac{0{,}25\cdot 0{,}8}{tg\, 33^\circ}$ а.е. $\approx \frac{0{,}25\cdot 0{,}8\cdot 8}{5} = 0{,}05\cdot 0{,}8\cdot 8$ а.е $=$

$= \frac{1}{20}\cdot\frac{8}{10}\cdot 8 = \frac{64}{200} = 0{,}32$ а.е

~~Ответ: 1) 55° 2) 0,32 а.е.~~

Но это расстояние от центра орбиты до кометы, учитывая это:



$x^2 = a^2e^2 + r^2 - 2r\cdot a\cdot e\cos\varphi.$

$x^2 = (0{,}25\cdot 0{,}6)^2 + (0{,}32)^2 - 2\cdot 0{,}32\cdot 0{,}25\cdot 0{,}6\cdot \sqrt{1-(0{,}8)^2} =$

$= (0{,}25\cdot 0{,}6)^2 + (0{,}32)^2 - 2\cdot 0{,}32\cdot 0{,}25\cdot 0{,}6\cdot 0{,}6.$

(x – расстояние от Солнца до кометы)

~~$x \approx \sqrt{0{,}006}$ а.е. ≈ 0~~

~~$x \approx 0{,}08$ а.е~~

$x \approx 0{,}25$

Ответ:
1) 55°
2) ~~0,08 а.е~~ 0,25 а.е

№3

Решение:

Т.к m_e по порядку много меньше e движение электрона можно описать для движения в магнитном поле звезды

пусть он ~~является~~ образует около звезды по окружности равной ее радиусу.

Тогда справедливо следующее:

$$F_л = |e|Bv = \frac{m_e v^2}{R}$$

$$v = \frac{|e|BR}{m_e}$$

$$B = \frac{v m_e}{|e|R}$$

где (m_e – масса электрона, e – его заряд, R – радиус звезды, v – скорость полета электрона)

Энергии фотонов $8\cdot10^2$ эВ $= 8\cdot10^2\cdot1{,}6\cdot10^{-19}$ Дж

соотв $\nu = \frac{8\cdot10^2\cdot1{,}6\cdot10^{-19}}{h} = \frac{8\cdot10^2\cdot1{,}6\cdot10^{-19}}{6{,}62\cdot10^{-34}}$ Гц $=$

$= \frac{8\cdot1{,}6\cdot10^{-17}}{6{,}62\cdot10^{-34}} \approx 2\cdot10^{17}$ Гц. $\lambda = \frac{3\cdot10^8}{2\cdot10^{17}} = \frac{3}{2}\cdot10^{-9}$ м $= 1{,}5\cdot10^{-9}$ м.

Оценим λ_{max} из закона смещения Вина:

для звезды (нейтронной) массой $1{,}4\, M_\odot$, близкой к пределу Чандрасекара оценочная температура составляет ~~примерно~~ около ~~100 тыс К~~.

$$\frac{1{,}4\cdot5800\cdot7\cdot\cancel{2}\cdot100000}{10} = 50000000\ К.$$

(задача 3)

Тогда $\lambda_{max} = \frac{2,3\cdot 10^{-3}}{5\cdot 10^{8}} \approx \cancel{2,3\cdot 10^{-8}\text{ м}}\ \frac{1}{2}\cdot 10^{-11}$

Тогда т.к линии поглощения наблюдается на $\lambda = 1,5\cdot 10^{-9}$ м по эффекту Доплера:

$$\frac{\lambda_{max}-\lambda}{\lambda_{max}} = \frac{2,3\cdot 10^{-8} - 1,5\cdot 10^{-9}}{2,3\cdot 10^{-8}} = \frac{v}{c} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}$$

$$\left(1-\frac{1,5}{23}\right)c = v \approx 0,9c.$$

Тогда

$$B = \frac{0,9c\, m_e}{|e|\, R} = \frac{0,9\cdot 10^{8}\cdot 3\cdot 9,1\cdot 10^{-34}}{1,6\cdot 10^{-19}\cdot 10000} =$$

$$= \frac{0,9\cdot 3\cdot 9,1}{1,6\cdot 10^{7}\cdot 10000} \approx 10^{-10}\text{ Тл}.$$

Ответ: 10^{-10} Тл.

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c} \Rightarrow v = c\,\frac{(0,5\cdot 10^{-11})(-1) + 2,3\cdot 10^{-8}}{2,3\cdot 10^{-8}} = c(1-0,005) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow B = \frac{v\, m_e}{|e|\, R} = \frac{c\cdot 0,995\cdot 9,1\cdot 10^{-34}}{1,6\cdot 10^{-19}\cdot 10000} \approx \frac{3\cdot 10^{8}\cdot 9,1\cdot 10^{-15}}{1,6\cdot 10000} =$$

$$= \frac{3\cdot 9,1}{1,6}\cdot 10^{-11} \approx 2\cdot 10^{-10}\text{ Тл}$$

Ответ: $2\cdot 10^{-10}$ Тл

№5

Решение:

звезда класса G2V – схожа с Солнцем

т.к блеск системы в минимуме составил 97% исходного блеска звезды, так мы можем оценить соотношение радиусов планеты и звезды

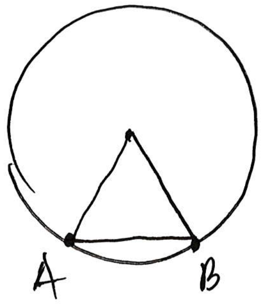
(далее O – индекс звезды
п – индекс планеты)

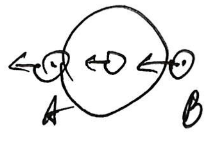
$$0{,}97 \ell = \frac{\pi R_0^2 - \pi R_n^2}{\pi R_0^2} = 1 - \left(\frac{R_n}{R_0}\right)^2 \Rightarrow \frac{R_n}{R_0} = \sqrt{0{,}03} \approx$$

$$\approx \cancel{0{,}056}\ 0{,}055.$$

Из времени транзита мы можем оценить большую полуось орбиты планеты, считая ее круговой.

$$AB \approx \cancel{1{,}1 D_0 = D_0 + 2R_n}\ 1{,}05 D_0 = D_0 + 2R_n$$





Т.к 3^h – небольшое число будем считать AB – дугой

Тогда $\tau = \dfrac{AB}{\sqrt{\dfrac{GM_0}{a_n}}}$ (где a_n – большая полуось, M_0 – масса звезды)

Тогда a_n выражается как:

$$\frac{\tau^2 GM_0}{(AB)^2} = a_n.$$

принимая звезду эквивалентной Солнцу получим:

$$\frac{(3\cdot 3600)^2\cdot 6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot 2\cdot 10^{30}}{(700000\cdot 10^3\cdot 1{,}05)^2} = a_n \text{ (в м).}$$

(задача 5)

$a_n \approx 1$ а.е

Физической причиной увеличение блеска в середине транзита может послужить наличие атмосферы у планеты, которая находится в разных фазах освещенности в разные моменты транзита.