Задача №5

Дано:
$\varphi_A = 62°$
$\lambda_A = 31°$
$h = 885$ м
$\varphi_B = 44°$
$\lambda_B = 43°$

Δt — ?
h_{max} — ?

Решение.
Для начала найдём разницу насколько раньше Василий по сравнению с Аркадием увидит объект. Увидит раньше потому что λ_B находится восточнее λ_A

$\Delta\lambda = \lambda_B - \lambda_A$ $\quad \Delta\lambda = 43 - 31 = 12°$

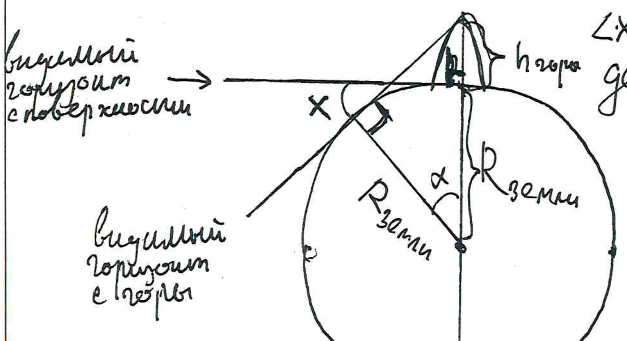
Мы знаем что разница в 15° долготы равняется разнице во времени в 1 час. Составим пропорцию

15° — 1 час
12° — x часов $\quad x = \frac{12}{15} = 0{,}8$ часов $\quad x = 0{,}8 \cdot 60 = 48$ минут

Василий увидит объект на 48 минут раньше чем Аркадий.
Теперь найдём насколько выше над видимым горизонтом увидит этот объект Василий. Увидит выше, потому что объект наблюдался на юге, а φ_B находится южнее φ_A

$\Delta\varphi = \varphi_A - \varphi_B$ $\quad \Delta\varphi = 62 - 44 = 18°$

Т.е если бы Василий наблюдал объект как Аркадий у поверхности земли, то максимальная высота над видимым горизонтом равнялась бы разности широт, т.е 18°. Но т.к. Василий находится на горе, то для него видимый горизонт будет ниже, следовательно максимальная высота объекта над ним выше. Изобразим чертеж



$\angle x$ — это та самая разница высот при наблюдении с горы и поверхности
Из чертежа видно, что $\angle x$ равен $\angle\alpha$
Найдём $\angle\alpha$ $\quad \cos\alpha = \frac{R}{R+h}$ $\quad R_{земли} \sim 6370$ км

$\cos\alpha = \frac{6370}{6370{,}855} \simeq 0{,}999\ldots$ Тогда $\angle\alpha$ равен от 1° до 0,95° Возьмём $\angle\alpha$ равным за 0,95°

Тогда $h_{max} = 18° + 0{,}95° = 18{,}95°$

Ответ. Василий увидит объект на максимальной высоте равной 18,95° над видимым горизонтом. Василий увидит объект на 48 минут раньше чем Аркадий.

Задача 3. Антарес — находится в созвездии Скорпиона, одна из ярчайших звёзд на ночном небе

Задача 4.

Дано
t_1 = январь 2003
t_2 = июль 2097
$a < 1$ а.е
a – ? ($\pm 10^3$ а.е)

Решение

Астероиды семейства Этона – астероиды околоземной орбиты, большая часть орбиты вращения которых находится внутри земного. Поэтому их $a < 1$ а.е.

Найдём время между двумя максимальными сближениями
Δt = июль 2097 – январь 2003 ≈ 94,5 года

За это время земля сделала 94 полных оборота

Найдём период обращения астероида в земных годах

$T_{аст} = \frac{94}{94,5} \approx 0,9947...$

$$\begin{array}{r|l} 9400 & 945 \\ -8505 & 0,9947... \\ \hline 8950 & \\ -8505 & \\ \hline 4450 & \\ -3780 & \\ \hline 6700 & \\ -6615 & \end{array}$$

По III закону Кеплера

$\frac{T_{аст}^2}{T_{земли}^2} = \frac{a_{аст}^3}{a_{аст}^3} \Rightarrow T_{аст}^2 = a_{аст}^3 \quad a_{аст} = \sqrt[3]{T_{аст}^2}$

$T^2 = 0,9894....$

$$\begin{array}{r} \times\, 0,9947 \\ 0,9947 \\ \hline 69629 \\ 39788 \\ 89523 \\ 89523 \\ \hline 0,98942809 \end{array}$$

$a^3 = \sqrt[3]{0,9894}$

Т.к. a астероида близко к Земной, найдём подходящий ответ методом подбора

1) $0,999^3 = 0,9960...$ – не подходит ×

$$\begin{array}{r} \times\, 0,999 \\ 0,999 \\ \hline 8991 \\ 8991 \\ 8991 \\ \hline 0,998001 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\, 0,998001 \\ 0,998 \\ \hline 7984008 \\ 8982009 \\ 8982009 \\ \hline 0,996004998 \end{array}$$

2) $0,998^3 = 0,9940...$ – не подходит ×

$$\begin{array}{r} \times\, 0,998 \\ 0,998 \\ \hline 7984 \\ 8982 \\ 8982 \\ \hline 0,996004 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\, 0,996004 \\ 0,998 \\ \hline 7968032 \\ 8964036 \\ 8964036 \\ \hline 0,994011992 \end{array}$$

3) $0,997^3 = 0,9920$ – не подходит ×

$$\begin{array}{r} \times\, 0,997 \\ 0,997 \\ \hline 6979 \\ 8973 \\ 8973 \\ \hline 0,995009 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\, 0,995009 \\ 0,997 \\ \hline 6965063 \\ 8955081 \\ 8955081 \\ \hline 0,992023973 \end{array}$$

4) $0,996^3 = 0,9880...$ – наиболее подходящий

$$\begin{array}{r} \times\, 0,996 \\ 0,996 \\ \hline 5976 \\ 8964 \\ 8964 \\ \hline 0,992016 \end{array} \qquad \begin{array}{r} \times\, 0,992016 \\ 0,996 \\ \hline 5952096 \\ 8928144 \\ 8928144 \\ \hline 0,988047936 \end{array}$$

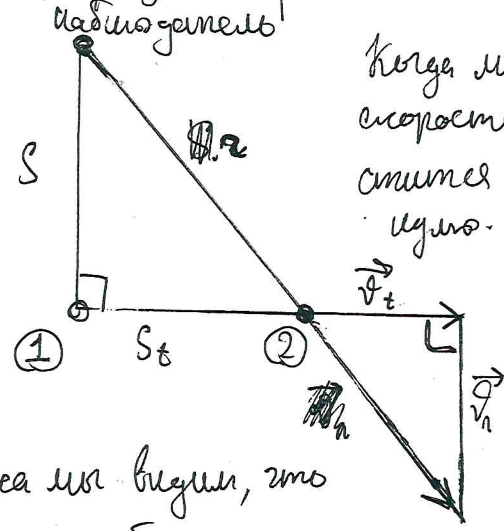
Ответ. $a = 0,996 (\pm 0,001)$ а.е.

573-3

Задача 1.

Дано
$S = 30$ пк
$\vartheta_r = 0$
$\mu = 0,5''/год$
$t = 100$ лет
$a = 0,1$ Å

Изобразим чертёж



Когда мы наблюдаем звезду в точке 1, её лучевая скорость $\vartheta_r = 0$, но когда через время t она сместится в точку 2 её ϑ_r уже не будет равна нулю.

$$\vartheta_r = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} c \Rightarrow \Delta\lambda = \frac{\vartheta_r \cdot \lambda_0}{c}$$

$\lambda_0 = 5500$ Å – т.к. в эффекте Доплера обычно берут диапазон жёлтого цвета.

$$\vartheta_t = 4,74\frac{\mu}{\pi} \quad \vartheta_t = 4,74 \cdot 0,5 \cdot 30 = 4,74 \cdot 15 \approx 71,1 \approx 71 \left(\frac{км}{с}\right)$$

$$\begin{array}{r} \times\, 4,74 \\ 15 \\ \hline 2370 \\ 474 \\ \hline 71,10 \end{array}$$

$$S_t = \vartheta_t \cdot t = 71,1 \cdot 100 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60.$$

$$\begin{array}{r} \times\, 60 \\ 60 \\ \hline 3600 \end{array} \quad \begin{array}{r} \times\, 3600 \\ 24 \\ \hline 14400 \\ 7200 \\ \hline 86400 \end{array} \quad \begin{array}{r} \times\, 86400 \\ 365 \\ \hline 432000 \\ 518400 \\ 259200 \\ \hline 31536000 \end{array} \quad \begin{array}{r} \times\, 3153600000 \\ 71,1 \\ \hline 31536 \\ 31536 \\ 220752 \\ \hline 224222960000 \end{array}$$

$31536000 \cdot 100 = 3153600000$ (с)

224222960000 (км) $\approx 30,6$ пк

Из чертежа мы видим, что треугольники подобны.

Тогда $\frac{\vartheta_r}{S} = \frac{\vartheta_t}{S_t} \Rightarrow \vartheta_r = \frac{\vartheta_t \cdot S_t}{S}$

$$\vartheta_r = \frac{71 \cdot 30,6}{30} \approx 69$$

$$\begin{array}{r} \times\, 23 \\ 5,5 \\ \hline 115 \\ 115 \\ \hline 126,5 \end{array}$$

$$\Delta\lambda = \frac{\cancel{69}^{23} \cdot 5500}{\cancel{3} \cdot 10^5} = \frac{23 \cdot 5,5 \cdot 10^3}{10^5} = \frac{23 \cdot 5,5}{10^2} = \frac{126,5}{100} \approx 1,26 \text{ Å}$$

$1,26$ Å $> 0,1$ Å

Ответ. Да, лучевую скорость можно будет обнаружить, т.к. $1,26$ Å $> 0,1$ Å

573-4

Задача 2.

Дано:

$t = 73$ сут.

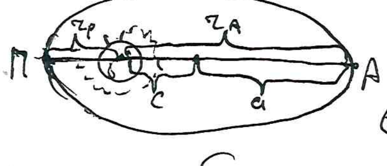
$M_{зв} = -0{,}6^m$

$T = 3{,}4 \cdot 10^3$ (K)

$g = 0{,}7$ м/с^2

e − ?

Изобразим чертеж



$r_p = a(1-e)$ − когда планета ближе всего к звезде

$r_A = a(1+e)$ − когда планета дальше всего от звезды

$e = \frac{c}{a}$; e наименьшее, когда a минимальна.

r_p не может быть меньше чем $R_{звезды}$

$R_{зв} = a(1-e)$ Найдём радиус звезды из формулы:

$L = \sigma T^4 \cdot 4\pi R_{зв}^2$. $R_{зв}^2 = \frac{L}{\sigma T^4 \cdot 4\pi}$ светимость L найдём из формулы:

$L = 10^{0{,}4(M_c - M_{зв})}$, где M_c − это абсолютная звёздная величина Солнца $M_c \approx 4{,}8^m$

$L = 10^{0{,}4 \cdot 5{,}4}$

$$R_{зв}^2 = \frac{10^{2{,}16}}{5{,}6 \cdot 10^{-8} \cdot (3{,}4)^4 \cdot 10^{12} \cdot 4 \cdot 3{,}14} = \frac{10^2}{5{,}6 \cdot 10^{-8} \cdot (3{,}4)^4 \cdot 10^{12} \cdot 4 \cdot 3{,}14} = \cancel{\ldots} = \cancel{\ldots}$$

$$R_{зв}^2 = \frac{10^{2{,}16}}{10^{-19} \cdot 25} \approx \frac{144}{25 \cdot 10^{-19}} \approx 5{,}76 \cdot 10^{20} (м) \approx 6 \cdot 10^{20} (м)$$

Когда в формуле $R_{зв} = a(1-e)$, мы нашли $R_{зв}$, остаётся найти большую полуось a. Её можно найти с помощью III обобщённого закона Кеплера:

$$\frac{T_1^2 \cdot (M_{зв} + m_п)}{T_2^2 \cdot (M_c + m_{земли})} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$ Если пренебречь массами планет по сравнению с массой звезд $\Rightarrow \frac{T_1^2 \cdot M_{зв}}{T_2^2 \cdot M_c} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$ $M_{солнца} \approx 2 \cdot 10^{30}$ (кг) т.к. $T_2 = 1$ год, а $a_2 = 1$ а.е. $\Rightarrow \frac{T_1^2 \cdot M_{зв}}{M_c} = a_1^3$

Теперь необходимо найти массу звезды $M_{зв}$. Её мы найдём с помощью формулы ускорения свободного падения

$$g = \frac{GM_{зв}}{R_{зв}^2} \Rightarrow M_{зв} = \frac{gR_{зв}^2}{G} \quad M_{зв} = \cancel{\ldots} = \frac{0{,}7 \cdot 6 \cdot 10^{20}}{6{,}6 \cdot 10^{-11}} \approx \frac{0{,}7 \cdot 10 \cdot 10^{20}}{11 \cdot 10^{-11}} = \frac{7}{11} \cdot 10^{31} = 0{,}6 \cdot 10^{31} = 6 \cdot 10^{30}$$

$G \approx 6{,}6 \cdot 10^{-11}$ − грав. пост.

$$a = \sqrt[3]{T^2 \cdot \left(\frac{M_{зв}}{M_c}\right)} \quad a = \sqrt[3]{\left(\frac{73}{365}\right)^2 \cdot \frac{6 \cdot 10^{30}}{2 \cdot 10^{30}}} = \sqrt[3]{0{,}04 \cdot \frac{6 \cdot 10^{30}}{2 \cdot 10^{30}}} = \sqrt[3]{0{,}04 \cdot 3} = \sqrt[3]{0{,}12} \approx 0{,}5 \text{ а.е.}$$

После чего находим эксцентриситет e

$R = a(1-e)$ $e = 1 - \frac{R}{a}$ $e = 1 - 0{,}3 = 0{,}7$

Ответ: $e \approx 0{,}7$