546-1

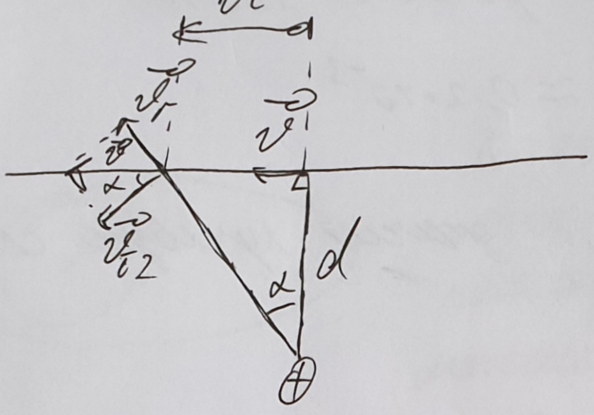
Задача 1.

$\mu = 0{,}5''/\text{год}$

$d = 30$ пк

$t = 100$ лет

$\Delta\lambda = 0{,}1\ \text{Å}$



Если лучевая скорость равна нулю, то тангенциальная компонента совпадает с полной скоростью, а значит звезда находится на минимальном расстоянии от земли. (см. рисунок)

$\vartheta = \vartheta_t = \mu \cdot d$

Из рисунка:

$tg\,\alpha = \dfrac{\vartheta t}{d} = \mu t$

$\sin\alpha = \dfrac{\vartheta_r}{\vartheta} = \dfrac{\vartheta_r}{\mu d}$

При малых α:

$\sin\alpha \simeq tg\,\alpha \simeq \alpha$

$\mu t = \dfrac{\vartheta_r}{\mu d}$; $\vartheta_r = \mu^2 d \cdot t$

$\vartheta_r = \dfrac{0{,}5^2}{\cancel{200000}^2} \cdot 3\cancel{0} \cdot \cancel{200000} \cdot 1{,}5 \cdot \cancel{10^8}^{6} \cdot \dfrac{1\cancel{00}}{365 \cdot 86164} =$

$= \dfrac{0{,}25 \cdot 4{,}5 \cdot 10^6}{2 \cdot 365 \cdot 86164} = \dfrac{45000\cancel{00}}{8 \cdot 365 \cdot 862\cancel{00}} = \dfrac{1125\cancel{0}}{73\cancel{0} \cdot 862} =$

$= \dfrac{225}{14 \cdot 860} = \dfrac{45}{14 \cdot 170} = \dfrac{9}{14 \cdot 34} = \dfrac{9}{476} \simeq$

$\simeq \dfrac{10}{500} = 0{,}02$ км/с

$\mu = 0{,}5''/\text{год} = \dfrac{0{,}5}{200000} \dfrac{\text{рад}}{\text{год}}$

$d = 30$ пк $= 30 \cdot 200000 \cdot 1{,}5 \cdot 10^8$ км

1 год $= 365 \cdot 86164$ с.

Найдём отношение лучевой скорости к скорости света:

$\dfrac{\vartheta_r}{c} = \dfrac{20}{3 \cdot 10^8} = \dfrac{2}{3} \cdot 10^{-7} = 0{,}67 \cdot 10^{-7}$

Продолжение см на стр. 2.

$\boxed{546-2}$

Т.к в задаче спрашивается оптический диапазон, то длина волны будет равна 550 Å

Найдём $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{0,1}{550} = \frac{1}{5500} \simeq 0,2\cdot10^{-3}$

Сразу видно, что $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} >> \frac{v_r}{c}$, а значит лучевую скорость обнаружить не удастся.

Задача 2.

Абсолютная звёздная величина Солнца: $m_\odot = 4,72$ mag

По з-ну Погсона:

$$m - m_\odot = -2,5\lg\left(\frac{L}{L_\odot}\right)$$

$$\frac{L}{L_\odot} = (10^{0,4})^{m_\odot - m}$$

$$\frac{T^4\cdot R^2}{T_\odot^4\cdot R_\odot^2} = (10^{0,4})^{m_\odot - m}$$

$$\left(\frac{R}{R_\odot}\right)^2 = (10^{0,4})^{5,3}\cdot\left(\frac{5800}{3400}\right)^4 \simeq 10^{2,1}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{-4} \simeq \frac{100}{16^{-1}} = 100\cdot16$$

$$\frac{R}{R_\odot} \simeq 40;\quad R = 40R_\odot$$

Найдём массу звезды:

$$g = \frac{GM}{R^2};\quad M = \frac{gR^2}{G};\quad M = \frac{0,7\cdot(\cancel{6,25}\,40\cdot700000000)^2}{6,67\cdot10^{-11}} = \cancel{\frac{7\cdot10^8\cdot10^{11}\cdot0,7\cdot40}{6,67\cdot10}} =$$

$$\frac{7\cdot10^{-1}}{6,67\cdot10^{-11}}\cdot1600\cdot49\cdot10^{16} \simeq \cancel{3\cdot10^{20}\text{ кг}} \simeq 8\cdot10^{30}\text{ кг}$$

По III-му закону Кеплера:

$$\frac{T^2\cdot M}{T_\oplus^2\cdot M_\odot} = \left(\frac{a}{a_0}\right)^3;\quad a = a_0\cdot\left(\left(\frac{T}{T_\oplus}\right)^2\cdot\frac{M}{M_\odot}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$a = a_0\cdot\left(\left(\frac{73}{365}\right)^2\cdot4\right)^{\frac{1}{3}} = a_0\cdot\left(\frac{4}{25}\right)^{\frac{1}{3}} \simeq a_0\cdot\left(\frac{1}{6}\right)^{\frac{1}{3}} \simeq 1,8a_0$$

Продолжение см. на стр. 3.

546 - 3

Чтобы найти максимальный эксцентриситет, условием должно быть то, что орбита экзопланеты не коснётся звезды:

То есть и фокальный параметр и перицентр должны находиться на расстоянии, меньшем, чем R.

$P = a(1-e^2)$

$a_p = a(1-e)$

$a_p < P$

$a(1-e_{max}) = R$

$1 - e_{max} = \frac{R}{a}$; $e_{max} = 1 - \frac{R}{a}$; $e = 1 - \frac{40 \cdot 700000}{1{,}5 \cdot 10^8} = 1 - \frac{28 \cdot 10^6}{1{,}5 \cdot 10^8} \approx 1 - \frac{2 \cdot 10^7}{10^8} =$

$= 1 - \frac{2}{10} = 1 - \frac{1}{5} = 1 - 0{,}2$

$e = 0{,}8$

Ответ: $e = 0{,}8$.

546-4

Задача 3.

Т.к мы не знаем ничего из условия про данную звезду, будем вспоминать, что мы о ней знаем.

Антарес - это звезда созвездия Скорпиона, достаточно яркая и имеет оранжевый цвет. Именно цвет поможет нам решить задачу. Поэтому вспомним диаграмму Герцшпрунга-Рассела, а именно характерестики звёзд оранжевого цвета. Мы будем знать отношения светимостей с Солнцем и температуру.
Также важно отметить, что будем считать, что звезда главной последовательности.
Звёзды класса К имеют оранжевый цвет

Значит:

$$\frac{L}{L_\odot} = 0{,}1$$

$$T = 4000\,K$$

Из законов Стефана-Больцмана:

$$\frac{L}{L_\odot} = \frac{R^2}{R_\odot^2} \cdot \left(\frac{T}{T_\odot}\right)^4 = 0{,}1\ ;\ \left(\frac{R}{R_\odot}\right)^2 = 0{,}1 \cdot \left(\frac{T_\odot}{T}\right)^4 ;\ R^2 = 0{,}1 \cdot \left(\frac{T_\odot}{T}\right)^4 \cdot R_\odot^2$$

$$R = R_\odot \cdot \left(\frac{T_\odot}{T}\right)^2 \cdot \sqrt{0{,}1}\ ;\ R = 695000 \cdot \left(\frac{6000}{4000}\right)^2 \cdot \frac{1}{\sqrt{10}} \approx 695000 \cdot \frac{2{,}25}{3} =$$

$$\approx 232000 \cdot 2{,}25 = 522000\ км.$$

Диаметр найден, осталось найти расстояние до звезды.

Продолжение см. на стр. 5.

Найдём расстояние из закона Погсона

546-5

Пусть M - абсолютная, а m - видимая величины:

$$m-M=-2,5\lg\left(\left(\frac{10пк}{d}\right)^2\right)$$

$$m-M_\odot=-2,5\lg\left(0,1\cdot\left(\frac{10пк}{d}\right)^2\right)$$

$$M-M_\odot=-2,5\lg(0,1); \quad M=5,72^m$$

$$\cancel{2,5\lg(0,1)=2,5\lg\left(\left(\frac{10}{d}\right)^2\right)-2,5\lg\left(0,1\cdot\left(\frac{10}{d}\right)^2\right)}$$

~~Заменим~~ $\cancel{\left(\frac{10пк}{d}\right)^2=x}$

$\cancel{1=\lg(x)-\lg(0,1x)}$

~~По св-вам логарифма~~:

$\cancel{\lg 0,1x=\lg 0,}$

Т.к он достаточно яркий, для оценки возьмём, что его видимая величина 0^m

$$\left(\frac{10пк}{d}\right)^2=(10^{0,4})^{5,72}; \quad d=\frac{10пк}{\sqrt{(10^{0,4})^{5,72}}}=\frac{10пк}{10^{1,14}}=\cancel{10^{2}}пк$$

$$=\frac{10}{10\cdot10^{0,1}}\approx\sqrt{10}\approx3пк$$

$$d\approx3пк$$

$$\varrho=\frac{5,22000}{3\cdot1,5\cdot10^8}''=\frac{5\cancel{22}000}{4,500\cancel{00000}}=\frac{5,22}{4,5}\cdot10^{-2}\approx0,012''$$

Ответ: $0,012''$

546-6.

Задача 4.

Так как речь идёт об астероиде, а не планете, то возможен вариант, что он вращается в противоположную сторону относительно Земли.

Но такой вариант невозможен, ведь мы бы видели максимальное сближение примерно каждый год.
То есть астероид будет совсем немножко обгонять Землю.
Синодический период равен 94 годам: $S=94$

$$\frac{1}{S}=\frac{1}{T}-\frac{1}{T_\oplus}; \quad \frac{1}{T}=\frac{1}{S}+\frac{1}{T_\oplus}; \quad T=\frac{ST_\oplus}{S+T_\oplus}; \quad T=\frac{94}{95} \text{ года.}$$

По III-му з-ну Кеплера:

$$\left(\frac{T}{T_\oplus}\right)^2=\left(\frac{a}{a_0}\right)^3; \quad a=a_0\cdot\left(\frac{T}{T_\oplus}\right)^{\frac{2}{3}};$$

$$a=a_0\cdot\left(\frac{94}{95}\right)^{\frac{2}{3}}=a_0\cdot\left(1+\frac{1}{94}\right)^{-\frac{2}{3}}=a_0\left(1-\frac{2}{3\cdot 94}\right)=$$

~~После очень долгого решения на черновике~~

$$=a_0\left(1-\frac{1}{3\cdot 47}\right)=a_0\left(1-\frac{1}{141}\right)$$

$$\frac{1}{141}\approx\frac{2}{300}=\frac{2}{3}\cdot 10^{-2}=0{,}67\cdot 10^{-2}\approx 0{,}007$$

$$a=a_0\cdot 0{,}993$$

Ответ: $0{,}993a_0$

546-7

Задача 5.

Т.к Аркадий смотрит на юг, происходит верхняя кульминация. Если объект слегка выглядывает, то его высота равна нулю.

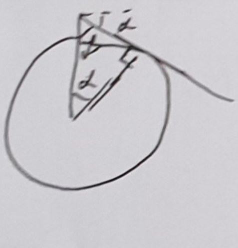
Влиянием атмосферы пренебрегают, значит рефракции нет.

$90^\circ - \varphi + \delta = 0$

$\delta = \varphi - 90^\circ$; $\delta = -28^\circ$

Рассмотрим понижение горизонта на высоте 885 м.

$\sin\beta = \frac{R_\oplus}{R_\oplus + h}$



$\sin\alpha \approx \alpha = \frac{\sqrt{(R+h)^2 - R^2}}{R+h}$

$\alpha = 50'$

$h_{max} = 90^\circ - \varphi + \delta$ (для горизонта у подножия); $h_{max} = 18^\circ$

$H_{max} = h_{max} + \alpha$; $H_{max} = 18^\circ 50'$

Рассмотрим момент касания горизонта на Ладожском озере. $t = 0$ (часовой угол)

Разница местных времён будет равняться разнице долгот и разнице звёздных времён. $T_i = t_i + \alpha$

$S - T = S_1 - T_1$

$s - s_1 = T - T_1 = t - t_1$

$43 - 31 = t - 0$; $t = 12^\circ$

Это говорит о том, что верхняя кульминация случилась раньше на 12° у Василия

Продолжение см на стр. 8.

546-8

$$12 \cdot \frac{24}{360} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5} = 0{,}8^{ч} = 48^{м}$$

Василий увидит раньше объект на $48^{м}$.