544 - 1

№ 1.

Дано:

$r = 30$ пк

$\upsilon_{r_0} = 0$

$\mu_0 = 0,5''/г$

$T = 100^г$

$\Delta\lambda_0 = 0,1\ \mathring{A}$

Решение:

Найдём тангенциальную скорость звезды в настоящее время:

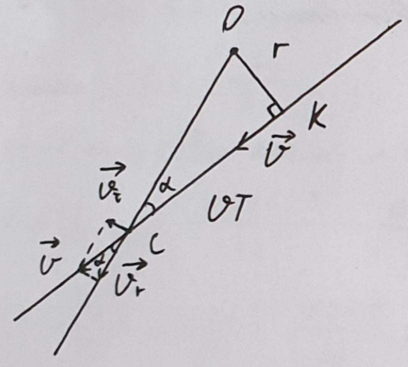
$\upsilon_{\tau_0} = 4,74\ \frac{\mu_0}{p}$, где p - параллакс звезды, $p'' = \frac{1}{r_{пк}}$

$\upsilon_{\tau_0} = 4,74 \cdot 0,5 \cdot 30 = 4,74 \cdot 15 = 71,1$ (км/с)

Теперь найдём полную скорость звезды:

$\upsilon = \sqrt{\upsilon_{\tau_0}^2 + \upsilon_{r_0}^2}$; $\upsilon = \sqrt{71,1^2 + 0^2} = 71,1$ (км/с)

Так как лучевая скорость звезды равна 0, в этот момент времени звезда движется перпендикулярно лучу зрения, то есть проходит ближайшую т-к Солнцу точку своей траектории.



Так как звезда движется прямолинейно равномерно по условию, за время T она прошла расстояние υT

Из ~~п/у~~ прямоугольного $\triangle OKC$: $tg\alpha = \frac{r}{\upsilon T}$

$r = 30$ пк $\approx 30 \cdot 3 \cdot 10^{16}$ м $= 90 \cdot 10^{16}$ м $= 900 \cdot 10^{15}$ м

$\upsilon T = 71,1$ км/с $\cdot 100^г = 71,1 \cdot 10^3 \cdot 100 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600$ м $=$

$= 711 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 36 \cdot 10^6$ м $\approx 0,22 \cdot 10^{15}$ м

$tg\alpha = \frac{900}{0,22} = \frac{90000}{22} = \frac{45000}{11} \approx 4500$

Из основного тригонометрического тождества:

$\cos^2\alpha = \frac{1}{tg^2\alpha + 1} = \frac{1}{4500^2 + 1} \approx \frac{1}{4500^2} \Rightarrow \cos\alpha = \frac{1}{4500}$

Лучевая скорость теперь (её модуль): $\upsilon_r = \upsilon_{\cos\alpha}$

$\upsilon_r = \frac{71,1 \text{ км/с}}{4500} = \frac{71100}{4500}$ м/с $= \frac{711}{45}$ м/с $\approx 14,2$ м/с

По закону Доплера: $\frac{\upsilon_r}{c} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}$, где c - скорость света;

λ - лабораторная длина волны, на которой изучается спектр звезды -

$\Delta\lambda$ - её смещение

~~Чаще всего~~ $\lambda \approx 4500\ \mathring{A}$ - оптический диапазон

$c = 3 \cdot 10^8$ м/с

Значит, $\Delta\lambda = \frac{\upsilon_r}{c} \cdot \lambda$; $\Delta\lambda = \frac{14,2}{3 \cdot 10^8} \cdot 4500 = \frac{142 \cdot 45}{3 \cdot 10^7} \approx \frac{47 \cdot 45}{10^7} = \overset{2115}{\cancel{1055}} \cdot 10^{-7} \approx 0,2 \cdot 10^{-3}$ ($\mathring{A}$)

Получили, что для того, чтобы измерить лучевую скорость звезды через время T он спектрометр должен обладать такой точностью, чтобы измерить $\Delta\lambda = 0,2 \cdot 10^{-3}\ \mathring{A} < 0,1\ \mathring{A}$ - точность данного спектрометра, то есть данный спектрометр не сможет измерить требуемое смещение спектральной линии.

Ответ: нет

544-2

N.4.

Дано:
$T_1 = 01.2003$
$T_2 = 07.2097$

$a - ?$

Решение:
Найдём синодический период астероида, зная даты его двух последовательных одноимённых конфигураций с Землёй.

$$S = T_2 - T_1$$

$$S = 07.2097 - 01.2003 = 6\text{ мес} + 01.2097 - 01.2003 = 6\text{ мес} + 94^{г} = 94{,}5^{г}$$

$S = 94{,}5^{г}$
$T_0 = 1^{г}$ – период обращение Земли вокруг Солнца.
Найдём период обращение астероида вокруг Солнца T. Возможны 2 ситуации:

1. Астероид и Земля движутся навстречу друг другу в орбитальном движении:

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T} + \frac{1}{T_0} \Rightarrow \frac{1}{T} = \frac{1}{S} - \frac{1}{T_0} \Rightarrow T = \frac{T_0 \cdot S}{T_0 - S} < 0 \text{ – невозможно}$$

2. Астероид и Земля движутся в одну сторону в орбитальном движении:

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \Rightarrow \frac{1}{T} = \frac{1}{S} + \frac{1}{T_0} \Rightarrow T = \frac{T_0 \cdot S}{T_0 + S}$$

$$T = \frac{1^{г} \cdot 94{,}5^{г}}{1^{г} + 94{,}5^{г}} = \frac{945}{955}\,г = \cancel{\frac{125}{137}} = \frac{189}{191}\,г = \frac{189}{191} T_0$$

По III закону Кеплера (сравниваем с Землёй):

$$\frac{T^2}{T_0^2} = \frac{a^3}{a_0^3}; \quad \left(\frac{189}{191}\right)^2 = \left(\frac{a}{a_0}\right)^3 \Rightarrow a = a_0 \sqrt[3]{\left(\frac{189}{191}\right)^2}$$

Из этого следует, что $a_0 - a = \sqrt[3]{\left(\frac{191-189}{191}\right)^2} a_0 = \cancel{\sqrt[3]{\frac{4}{13X^2}}} = \sqrt[3]{\left(\frac{2}{191}\right)^2} a_0 \approx \sqrt[3]{\left(\frac{1}{95}\right)^2}\, a_0$

$$a_0 - a = \sqrt[3]{\frac{1}{9025}}\, a_0 \approx \frac{1}{21} a_0 \Rightarrow a = a_0 - \frac{1}{21} a_0 = \frac{20}{21} a_0 \approx 0{,}952 a_0 = 952 \cdot 10^{-3} a_0$$

Ответ: $a = 952 \cdot 10^{-3} a_0$

N.5.

Дано:
$\varphi_1 = 62°$ – Аркадий
$\lambda_1 = 31°$
$\varphi_2 = 44°$ – Василий
$\lambda_2 = 43°$
$H = 885$ м

$h - ?$
$\tau - ?$

Решение:
Так как для Аркадия по условию объект не поднимается выше точки юга, то для него в этой точке происходит верхняя кульминация этого объекта:

$h_{B1} = 90° - \varphi_1 + \delta$ – кульминирует к югу; δ – склонение ~~звезды~~ объекта; $h_{B1} = 0$

$$\delta = -90° + h_{B1} + \varphi_1 = 62° - 90° = -28°$$

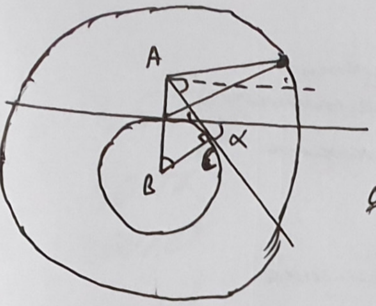
Тогда если бы Василий находился у подножия горы, то для него ~~звезда~~ объект кульминировала бы на высоте: $h_{B_2} = 90° - |\varphi_2 - \delta|$

$$h_{B2} = 90° - |44° + 28°| = 90° - 72° = 18°$$

Но Василий находится на горе, поэтому для него объект кульминирует выше h_{B2}.

544-3

№5. продолжение



Так как $H \ll R_\oplus$ ($R_\oplus$ - радиус Земли) $R_\oplus = 6400$ км, можем считать, что для Василия на горе объект выше, чем у подножия горы на угол α

~~$\cos\alpha = \frac{R_\oplus}{...}$~~

$$\frac{H}{R_\oplus} = \frac{885}{6400} \cdot 10^{-3} = \frac{177}{1280} \cdot 10^{-3} \approx \frac{175}{1280} \cdot 10^{-3} = \frac{35 \cdot 10^{-3}}{256} \approx \frac{7}{51} \cdot 10^{-3} \approx$$

$$\approx \frac{1}{7000}$$

$BC = R_\oplus$

$AB = R_\oplus + \frac{1}{7000} R_\oplus = \frac{7001}{7000} R_\oplus$

По теореме Пифагора из прямоугольного $\triangle ABC$, $AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = R_\oplus \sqrt{\frac{7001^2}{7000^2} - \frac{7000^2}{7000^2}} = \frac{R_\oplus}{7000} \sqrt{1 \cdot 14001} \approx \frac{10 R_\oplus}{7000} \sqrt{140}$

$$AC \approx \frac{12}{700} R_\oplus = \frac{6}{350} R_\oplus = \frac{3}{175} R_\oplus \approx \frac{3}{174} R_\oplus = \frac{1}{58} R_\oplus$$

Значит, $tg\alpha = \frac{AC}{BC} = \frac{1}{58}$

~~$\alpha \ll 1$ рад~~ Так как α - малый угол, по формулам приблизительного вычисления:

$$\alpha \approx \frac{1}{58} \text{рад} = \frac{206265''}{58} \approx \frac{206265}{60}'' = \frac{41253}{12}'' \approx \frac{13751}{4}'' \approx \frac{13750}{4}'' = \frac{6875}{2}'' = \frac{6874}{2}'' \approx 3437''$$

$$\alpha = \frac{3437'}{60} \approx \frac{3438'}{60} = \frac{1719'}{30} \approx \frac{1718'}{30} = \frac{859'}{15} \approx \frac{858'}{15} = \frac{286'}{5} \approx \frac{285'}{5} = 57'$$

Значит, максимальная высота, на которой Василий может увидеть объект равна (его верхняя кульминация):

$h = h_{B2} + \alpha$; $h = 18°57'$

Так как $\varphi_2 > \varphi_1$, и небесная сфера вращается по часовой стрелке с Северного полюса мира, Василий увидит объект раньше Аркадия.

Угловая скорость вращения небесной сферы на склонении данной звезды:

$\omega = \frac{2\pi}{T_\oplus} \cdot \cos\delta$, где $T_\oplus \approx 24^h$

$\omega = \frac{2\pi}{T_\oplus} \cdot \cos 28° \approx \frac{1{,}7\pi}{T_\oplus}$

В момента, когда Василий увидит объект небесная сфера должна провернуться на $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 + \lambda$; $\Delta\lambda = 45° - 31{,}57° = 12°57' \approx 13°$

$\tau = \frac{\Delta\lambda}{\omega} = \frac{\Delta\lambda\, T_\oplus}{1{,}7\pi}$, $\tau = \frac{12°57' \cdot 3600 \cdot 24^h}{206265 \cdot 1{,}7 \cdot 3} \approx \frac{13 \cdot 3600 \cdot 24^h}{206265 \cdot 2 \cdot 3} \approx A^h$

$15° = 1^h$
$1° = 4^m$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow \tau = 52^m$

Ответ: $h = 18°57'$; $\tau = 52^m$

544-4

№2.

Дано:

$P = 73^d$

$M^* = -0{,}6^m$

$T = 3400K$

$g = 0{,}7\ м/с^2$

$R_0 = R_⊕ = 6400$ км

e - ?

Решение:

По закону Погсона и из определения светимости и абсолютной звёздной величины найдём светимость звезды в светимостях Солнца:

$$\frac{L}{L_⊙} = 2{,}512^{M_⊙^* - M^*}$$, где $M_⊙^* = +4{,}72^m$ – абсолютная звёздная величина Солнца

$$\frac{L}{L_⊙} = 2{,}512^{4{,}7+0{,}6} \simeq 2{,}5^{5{,}3} \simeq 2{,}5^5 \simeq 100$$

$L = 100 L_⊙$

По закону Стефана-Больцмана: $R_e = \sigma T^4$ – энергетические светимости звезды и Солнца

$R_{e⊙} = \sigma T_⊙^4$ $T_⊙ = 5800K$ – температура Солнца.

$$\frac{R_e}{R_{e⊙}} = \left(\frac{T}{T_⊙}\right)^4; \quad \frac{R_e}{R_{e⊙}} = \left(\frac{3400}{5800}\right)^4 \approx \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$$

$R_e = \frac{1}{16} R_{e⊙}$

По определению энергетической светимости: $\cancel{R_e}$ $\frac{L}{L_⊙} = \frac{R_e}{R_{e⊙}} \cdot \left(\frac{R}{R_⊙}\right)^2$; $R_⊙$ – радиус Солнца

$$100 = \frac{1}{16} \cdot \left(\frac{R}{R_⊙}\right)^2 \qquad 10 = \frac{1}{4} \cdot \frac{R}{R_⊙} \Rightarrow R = 40 R_⊙$$

По III обобщённому закону Кеплера: (сравниваем с „Землёй - Солнцем")

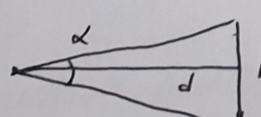
$$\frac{P^2 M'}{P_0^2 M_0} = \left(\frac{a}{a_0}\right)^3$$, где M' масса звезды; a – большая полуось орбиты экзопланеты

Из определения гравитационного ускорения на поверхности:

$$M = \frac{gR^2}{G} \qquad M_⊕ = \frac{g_0 R^2}{G} \Rightarrow \frac{M}{M_⊕} = \frac{g}{g_0} = \frac{1}{14} \Rightarrow M = \frac{1}{14} \cdot 6 \cdot 10^{24}\ кг \approx 5 \cdot 10^{23}\ кг$$

№3.

α - ?



α – малый угол, поэтому из формулы приближённого вычисления

$$\alpha = \frac{r}{d}$$