№1

Т.к. наблюдения наземные, то максимальная длина базы $D = 2R_з = 2\cdot 6400$ км =

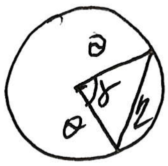
$\ell = \frac{\lambda}{D}$ $\quad \ell = \frac{\cancel{1 м}}{} = \frac{1\cdot 206265}{2\cdot 6400000} \approx \frac{\cancel{200000}}{2\cdot 64\cancel{00000}} = \frac{1}{64}''$

↑ угловое разрешение радиоинтерферометра ($\lambda = 1$ м = длина волны на радио частоте)

$\theta \approx \frac{V}{c}\cdot\sin\alpha \approx \frac{V}{c}$ $\quad \theta \approx \frac{250\cdot 1000}{3\cdot 10^8}^{\rho} = \frac{25}{3}\cdot 10^{-4}\cdot 206265'' = \frac{25\cdot 20\cdot 10^4\cdot 10^{-4}}{3}'' = \frac{25\cdot \cancel{20}^{7}}{\cancel{3}} = 25\cdot 7'' = 175''$

↑ значение абберации (Предположим, что звезда на прямой перпендикулярной плоскости Галактики, тогда $\sin\alpha = 1$)

($V = 250 \frac{км}{с}$)



Угол γ будет равен углу между начальным положением Солнца и конечным с центром в центре галактики.

По т. косинусов:

$\ell^2 = 2\theta^2 - 2\theta^2\cdot\cos\gamma$ $\quad \cos\gamma = \frac{2\theta^2 - \ell^2}{2\theta^2} = 1 - \frac{\ell^2}{2\theta^2}$, т.к. $\gamma \ll 1$, то $\cos\gamma = 1 - \frac{\gamma^2}{2}$

$\cancel{1} - \frac{\ell^2}{\cancel{2}\theta^2} = \cancel{1} - \frac{\gamma^2}{\cancel{2}}$

$\boxed{\gamma = \frac{\ell}{\theta}}$

$T = \frac{2\pi\cdot R_п}{V}$ $\quad T = \frac{2\pi\cdot 8000\cdot 206265\cdot 150000000}{250}$ с $=$

↑ период обращения Солнца вокруг центра галактики ($R_п = 8$ кпк)

$= \frac{2\pi}{250}\cdot 8\cdot 2\cdot 15\cdot \frac{10^{\cancel{15}\,8}}{\cancel{\pi\cdot 10^7}}$ лет $= \frac{\cancel{2\cdot 2}\cdot 8\cdot 15}{\cancel{25}\;6}\cdot 10^7$ лет $= 4\cdot 5\cdot 10^7$ лет $= 20\cdot 10^7$ лет $= 2\cdot 10^8$ лет

$t = \frac{T}{2\pi}\cdot\gamma = \frac{\cancel{2}\cdot 10^8}{\cancel{2}\pi}\cdot\frac{1}{64\cdot 175}$ лет $\approx \frac{10^{\cancel{8}\,6}}{\pi\cdot 60\cdot 180} \approx \frac{10^6}{\pi\cdot 6\cdot 18} \approx \frac{10^6}{\pi\cdot 100} \approx \frac{10^4}{\pi} \approx 3{,}3\cdot 10^3$ лет ≈ 3300 лет ≈ 3000 лет

↑ min время за которое можно будет обнаружить абберацию

Ответ: $t = 3000$ лет

№2

Дано:

$m = 4^m$

$d = 100$ пк

$T = 15\cdot 10^3$ K

$\mathfrak{M} = 5\,\mathfrak{M}_\odot = 10^{31}$ кг

$BL = -1{,}5^m$

$V_э = 200\ \frac{км}{с}$

$\Delta R - ?$

Оценим абсолютную зв. величину в визуальном диапазоне у звезды.

1) $M_B = m+5-5\lg d = 4+5-5\cdot\lg 100 = 4+5-10 = -1^m$

$M_ч = M_B + BL = -2{,}5^m$, Сравним с Солнцем

абс. зв. величина во всех диапазонах

$$M - M_0 = 2{,}5\lg\frac{L_\odot}{L} \qquad (L_\odot = 4\cdot 10^{26}\ Вт) \quad (M_0 = 4{,}7^m)$$

$$-2{,}5-4{,}7 = 2{,}5\lg\frac{L_0}{L}$$

$$-7{,}2 = 2{,}5\lg\frac{L_0}{L}$$

$$\lg\frac{L}{L_0} = \frac{7{,}2}{2{,}5} \approx 2{,}8 \qquad \frac{L}{L_0} = 10^{2{,}8} \approx 10^3$$

$$L = 10^3 L_0 = 4\cdot 10^{29}\ Вт$$

Предположим, что звезда излучает как абсолютно чёрное тело, тогда

$\cancel{L = 4\pi R_п^2}$.

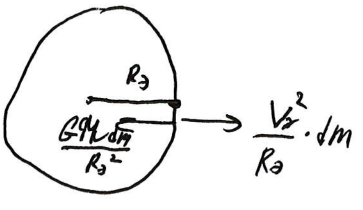
Т.к. звезда не будет иметь форму шара, а форму эллипсоида вращения,

$$L = 4\pi\cdot R_п\cdot R_э\cdot\sigma\cdot T^4$$

полярный радиус; экваториальный радиус.

$\left(T = 15\cdot 10^3\ K,\ \sigma = 5{,}67\cdot 10^{-8}\ \frac{Вт}{K^4\cdot м^2}\right)$

2)



По второму з. Ньютона:

$$a_ц\,dm = \frac{G\mathfrak{M}\,dm}{R_э^2} \qquad \frac{V_э^2}{\cancel{R_э}} = \frac{G\mathfrak{M}}{R_э^{\cancel{2}}}$$

dm – пробная масса

$$R_э = \frac{G\mathfrak{M}}{V_э^2}$$

$$R_э = \frac{6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot 10^{31}}{(200\cdot 1000)^2} = \frac{6{,}67\cdot 10^{20}}{4\cdot 10^{10}} = \frac{6{,}67}{4}\cdot 10^{10}\ м = 1{,}6\cdot 10^{10}\ м$$

3) $L = 4\pi\cdot R_п\cdot R_э\,\sigma T^4$ $\quad R_п = \frac{L}{4\pi\cdot R_э\cdot\sigma T^4}$ $\quad R_п = \frac{\cancel{4}\cdot 10^{29}}{\cancel{4}\cdot\pi\cdot 1{,}6\cdot 10^{10}\cdot 5{,}67\cdot 10^{-8}\cdot(15\cdot 10^3)^4} =$

$\cancel{4\cdot 10^{29} = 4\cdot\pi\cdot R_п}$

$$= \frac{10^{29}}{\pi\cdot 1{,}6\cdot 5{,}67\cdot 15^4\cdot 10^{12}\cdot 10^{10}\cdot 10^{-8}} = \frac{10^{29}}{\pi\cdot 1{,}6\cdot 5{,}67\cdot 15^4\cdot 10^{14}} = \frac{10^{15}}{15^4\cdot 5{,}67\cdot 1{,}6\cdot\pi} = \frac{10^{15}}{50625\cdot 5{,}67\cdot 1{,}6\cdot\pi} =$$

$$= \frac{10^{15}\cdot 10^{-4}}{5\cdot 5{,}67\cdot 1{,}6\cdot 3{,}1} = \frac{10^{11}}{5\cdot 5{,}67\cdot 4{,}8} \approx 10^9\ м \qquad R_п \approx 10^9\ м$$

$\Delta R = R_э - R_п = 1{,}6\cdot 10^{10} - 10^9 = 10^9(16-1)\ м = 15\cdot 10^9\ м = 1{,}5\cdot 10^{10}\ м$, очень вытянутые звезды :)

Ответ: $\Delta R = 1{,}5\cdot 10^{10}\ м$

№3

Дано:

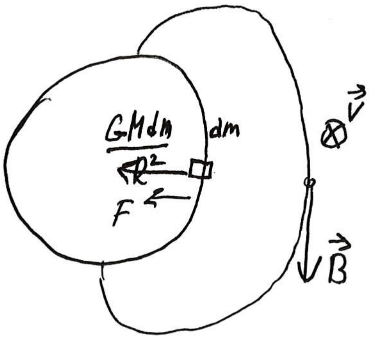
$E = 800$ эВ

$M = 1{,}4\, M_{\odot} = 1{,}4 \cdot 2 \cdot 10^{30}$ кг $= 2{,}8 \cdot 10^{30}$ кг

$q = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл

$R = 10$ км

$B - ?$



$$\frac{GMdm}{R^2} \pm F = \frac{V^2}{R} dm$$

$$F = q \cdot V \cdot B$$

Т.к. поглощение происходит на $E \approx 800$ эВ, значит электроны „~~забирают~~" ~~эту~~ поглощают эту энергию, значит:

$$\cancel{E = \frac{dm \cdot V^2}{2} - \frac{G M dm}{R}} \qquad \cancel{V^2 = \frac{E + G\frac{M dm}{R}}{2\, dm}}$$

$$E = \frac{dm V^2}{2} - \frac{G M dm}{R}$$

$dm \sim 10^{-32}$ кг

$R = 10 \cdot 10^3$ м

$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$

$M = 2{,}8 \cdot 10^{30}$

$E = 800$ эВ

Пренебрежём слагаемым связанным с потенциальной энергией, т.к. он слишком мал по сравнению с кинетической, тогда

$$E = \frac{dm V^2}{2} \qquad V = \sqrt{\frac{2E}{dm}}$$

$$V = \sqrt{\frac{2 \cdot 800 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}{10^{-32}}} = 1{,}6 \cdot \sqrt{\frac{10^{-19} \cdot 10^{3}}{10^{-32}}} = 1{,}6 \cdot \sqrt{10^{32-19+3}} = 1{,}6 \sqrt{10^{16}} = 1{,}6 \cdot 10^8 \frac{м}{с}$$

↑ меньше чем $3 \cdot 10^8 \frac{м}{с}$

$V = 1{,}6 \cdot 10^8 \frac{м}{с}$, тогда

$$\frac{GMdm}{R^2} + qVB = \frac{V^2}{R} dm \quad \text{или} \quad \frac{GMdm}{R^2} - qVB = \frac{V^2}{R} dm$$

$$qVB = \frac{V^2}{R} dm - \frac{GMdm}{R^2} \qquad qVB = \frac{GMdm}{R^2} - \frac{V^2 dm}{R}$$

$$B = \frac{\frac{V^2 dm}{R} - \frac{GMdm}{R^2}}{qV} \qquad B = \frac{\frac{GMdm}{R^2} - \frac{V^2 dm}{R}}{qV}$$

$$B = \frac{1{,}6^2 \cdot 10^{16} \cdot 10^{-32}}{10^4 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 1{,}6 \cdot 10^8} - \frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 2{,}8 \cdot 10^{30} \cdot 10^{-32}}{10^8 \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 1{,}6 \cdot 10^8} =$$

$$= 10^{-9} - 6 \cdot 10^{-2} < 0$$

$$B = 6 \cdot 10^{-2} - 10^{-9} \approx 0{,}06 \text{ Тл}$$ как-то маловато

Ответ: $B = 0{,}06$ Тл

I 194

№5

G2V

⇓

$T_з = 6000\,K$

$t = 6^h\ 3^h$

$T = 2^m$

Возможно, что причиной увеличения блеска было покрытие пятна на звезде планетой, тогда запишем выражения для энергии

$$1F = \sigma T_з^4 (S_з - S_{пят}) + \sigma T_{пят}^4 S_{пят}$$
$$0{,}97F = \sigma T_з^4 (S_з - S_{пят} - S_{пл}) + \sigma T_{пят}^4 S_{пят} + \sigma T_{пл}^4 S_{пл}$$
$$0{,}98F = \sigma T_з^4 (S_з - S_{пл}) + \sigma T_{пл}^4 S_{пл}$$

$$\frac{R_з}{R_{пят}} = \frac{t}{T} = \frac{3 \cdot 60}{2} = 90 \quad \Downarrow \quad \frac{S_з}{S_{пят}} = 90^2 = 8100$$

$$1F = \sigma T_з^4 \cdot 8099 S_{пят} + \sigma T_{пят}^4 S_{пят}$$
$$0{,}97F = \sigma T_з^4 (8099 S_{пят} - S_{пл}) + \sigma T_{пят}^4 S_{пят} + \sigma T_{пл}^4 S_{пл}$$
$$0{,}98F = \sigma T_з^4 (8100 S_{пят} - S_{пл}) + \sigma T_{пл}^4 S_{пл}$$

(1) $$0{,}97F = \sigma T_{пят}^4 S_{пят} + 0{,}98F - \sigma T_з^4 \cdot S_{пят} \Rightarrow 0{,}01F = \sigma S_{пят}(T_з^4 - T_{пят}^4)$$

(2) $$0{,}97F = 1F - \sigma T_з^4 S_{пл} + \sigma T_{пл}^4 S_{пл} \Rightarrow 0{,}03F = \sigma T_з^4 S_{пл} - \sigma T_{пл}^4 S_{пл}$$

(3) $$\cancel{0{,}98F = -\sigma T_з^4 S_{пл} + \sigma T_{пл}^4 S_{пл}}$$

(3) $$0{,}98F = \cancel{\sigma T_з^4 S_{пл}} - 0{,}03F + \sigma T_з^4 \cdot 8100 S_{пят} - \cancel{\sigma T_з^4 S_{пл}} \Rightarrow 1{,}01F = \sigma T_з^4 \cdot 8100 S_{пят}$$
$$\Downarrow$$
$$S_{пят} = \frac{1{,}01F}{\sigma T_з^4 \cdot 8100}$$

(4) $$0{,}01\cancel{F} = \cancel{\sigma} \frac{1{,}01\cancel{F}}{\cancel{\sigma} T_з^4 \cdot 8100}(T_з^4 - T_{пят}^4)$$

$$\cancel{0{,}01 = \frac{1{,}01}{8100} - \frac{1{,}01\, T_{пят}^4}{T_з^4 \cdot 8100}}$$

$$\cancel{\frac{T_{пят}^4}{T_з^4} = \frac{\frac{1{,}01}{8100} - 0{,}01}{1{,}01} \cdot 8100 = \frac{1{,}01 - 8100 \cdot 0{,}01}{1{,}01}}$$

$$0{,}01 = \frac{1{,}01}{T_з^4 \cdot 8100}(T_з^4 - T_{пят}^4)$$
$$(T_з^4 - T_{пят}^4) = \frac{0{,}01 \cdot T_з^4 \cdot 8100}{1{,}01}$$

$$T_{пят}^4 = T_з^4 - \frac{0{,}01 \cdot 100 \cdot 81\, T_з^4}{1{,}01} = T_з^4 \cdot \left(1 - \frac{0{,}81}{1{,}01}\right) = T_з^4\left(1 - \frac{81}{101}\right)$$

$$T_{пят}^4 = T_з^4 \cdot \frac{1}{5}$$

$\Rightarrow$ $$T_{пят} = T_з \cdot \sqrt{\frac{1}{5}}$$

$$T_{пят} \approx 10^3 \cdot \sqrt[4]{259} = 10^3 \cdot \sqrt{16} = 4000\,K$$

Ответ: $T_{пят} = 4000\,K$

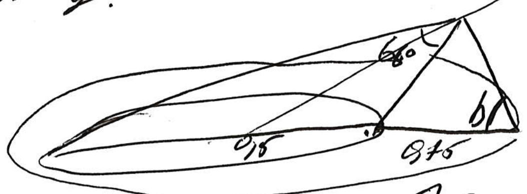
194

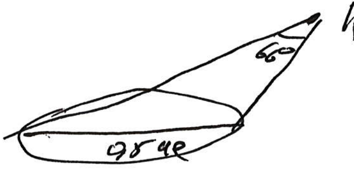
№4

Дано:
N=20
a=0,25
e=0,6
α=33°

d-?
b-?

Необходимо спроектировать эллипс на некоторую плоскость так, чтобы он был виден в качестве круга, для этого кометы должны находиться на линии, проведённой из центра эллипса, находящейся в той же плоскости, что и линия апсид.

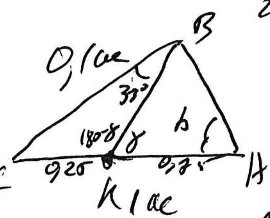




Орбита Земли

Мы можем найти расстояние до кометы по методу параллакса

$\alpha'' = \frac{d_{ae}}{0,25}\cdot 206265$ $d_{ae} = \frac{\alpha''\cdot 0,25}{206265} = \frac{\alpha^\circ\cdot 0,25}{57,3}$ $d_{ae} = \frac{33^\circ\cdot 0,25}{57,3} = \frac{33}{4\cdot 57,3} = \frac{33}{229,2} \approx \boxed{0,1 ae}$



$\frac{0,25}{\sin 33^\circ} = \frac{0,1}{\sin\gamma}$ $\cos\gamma = \sqrt{1-\frac{1}{25}} = \frac{\sqrt{24}}{5}$

$\sin\gamma = \frac{\sin 33\cdot 0,1}{0,25} \approx \frac{\frac{1}{2}\cdot 0,1}{0,25} = \frac{0,1}{0,5} = \frac{1}{5}$

$\angle C = 180-33-180+\gamma = \gamma-33^\circ$

$\frac{AB}{\sin\gamma} = \frac{1}{\sin(\gamma+b)}$

$\frac{0,1}{\sin\gamma} = \frac{BK}{\sin C} = \frac{BK}{\sin(\gamma-33^\circ)}$

$BK = \frac{0,1\cdot(\sin\gamma\cos 33 - \cos\gamma\cdot\sin 33)}{\sin\gamma} = 0,5\cdot\left(\frac{1}{5}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{24}}{5}\cdot\frac{1}{2}\right) = 0,5\cdot\left(\frac{\sqrt{3}}{10} - \frac{\sqrt{24}}{10}\right) = \frac{\sqrt{3}(1-2\sqrt{2})}{20}$

$\frac{BK}{\sin b} = \frac{1}{\sin(\gamma+b)}$

$\sin b = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{24}}{20}\cdot(\sin\gamma\cdot\cos b + \cos\gamma\cdot\sin b)$

$\sin b = \frac{\sqrt{3}-\sqrt{24}}{20}\left(\frac{1}{5}\cos b + \frac{\sqrt{24}}{5}\cdot\sin b\right)$