CTE- 18

1. $\frac{T_э}{T_п}=1,02$

$\frac{T_э}{T_п'}=1$

$\Delta r=130$ км

$\tau=10$ ч

$v_{max}-?$

Движение без двигателей означает, что объект передвигается с 1 космической скоростью относительно планеты, на расстоянии, равном радиусу этой планеты.

$v_I=\sqrt{G\frac{M}{r}}$, где M - масса планеты, r - её радиус.

Период математического маятника определяется следующим образом: $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$. На полюсе, ввиду отсутствия вращения на нём, $g_п=g_0=G\frac{M}{r^2}$. На экваторе, в свою очередь, ускорение g будет меньше, т.к. из-за вращения планеты в системе отсчёта, связанной с маятником, на маятник будет действовать центробежная сила, вызывающая нормальное ускорение $a_n=\frac{v^2}{r}$, которое противоположно по направлению g_0.

$g_э=g_0-a_n=G\frac{M}{r^2}-\frac{v^2}{r}$.

Тогда $T_п=2\pi\sqrt{\frac{l}{G\frac{M}{r^2}}}=2\pi\sqrt{\frac{l\cdot r^2}{GM}}$; $T_э=2\pi\sqrt{\frac{l}{G\frac{M}{r^2}-\frac{v^2}{r}}}$; $T_п'=2\pi\sqrt{\frac{l}{\frac{GM}{(r+\Delta r)^2}}}=$

$=2\pi\sqrt{\frac{l(r+\Delta r)^2}{GM}}$. (1)

По условию задачи: $\begin{cases}\frac{T_э}{T_п}=1,02; (2)\\ \frac{T_э}{T_п'}=1; (3)\end{cases} \Rightarrow \frac{T_п'}{T_п}=1,02$.

Учитывая (1), получаем: $\frac{T_п'}{T_п}=\sqrt{\frac{(r+\Delta r)^2}{r^2}}=\frac{r+\Delta r}{r}=1,02$;

Отсюда $\frac{\Delta r}{r}=0,02$, и $r=\frac{\Delta r}{0,02}=\frac{130}{2\cdot10^{-2}}=6,5\cdot10^3$ (км) $=6,5\cdot10^6$ (м)

Скорость вращения (линейная) точки, которая находится на расстоянии r от центра планеты, определяется так: $v=\frac{2\pi r}{\tau}$.

$v=\frac{2\cdot3,14\cdot6,5\cdot10^{\cancel{6}\,2}}{3,6\cdot\cancel{10^3}\cdot\cancel{10}}\approx\frac{6,3\cdot6,5\cdot10^2}{3,6}\approx6,3\cdot2\cdot10^2\approx1200$ (м/с) $=1,2\cdot10^3$ (м/с)

Тогда $a_n=\frac{v^2}{r}=\frac{1,44\cdot10^6}{6,5\cdot10^6}\approx\frac{1,4}{7}=\frac{1}{5}=0,2$ (м/с²)

Из (1) и (3) получаем, что $\frac{T_э}{T_п'}=\sqrt{\frac{G\frac{M}{(r+\Delta r)^2}}{G\frac{M}{r^2}-\frac{v^2}{r}}}=1\Rightarrow G\frac{M}{(r+\Delta r)^2}=\frac{GM}{r^2}-\frac{v^2}{r}\Rightarrow$

$\Rightarrow\frac{v^2}{r}=GM\left(\frac{1}{r^2}-\frac{1}{(r+\Delta r)^2}\right)=GM\left(\frac{2r\Delta r+\Delta r^2}{r^2(r+\Delta r)^2}\right)$. Подставляя значения $r,\Delta r, a_n$, получим:

$M=\frac{0,2\cdot6,5^2\cdot10^{12}\cdot6,6^2\cdot10^{12}}{6,7\cdot10^{-11}(2\cdot6,5\cdot10^6\cdot0,13\cdot10^6+1,7\cdot10^{10})}\approx\frac{0,2\cdot10^{35}\cdot6,5^2\cdot6,6^2}{6,7\cdot1,7(10^{12}+10^{10})}\approx\frac{0,2\cdot10^{35}\cdot40^2}{10^{13}}=0,2\cdot10^{22}\cdot16\cdot10^2=3\cdot10^{24}$ (кг) продолжение задачи 1.

Тогда, зная массу и радиус планеты, найдём v_I.

$$v_I = \sqrt{G\frac{M}{r}} = \sqrt{6{,}7\cdot 10^{-11}\frac{3\cdot 10^{24}}{6{,}5\cdot 10^{6}}} \approx \sqrt{3\cdot 10^{-11}\cdot 10^{18}} = \sqrt{3\cdot 10^{7}} = 10^3\cdot\sqrt{30} \approx 5{,}5\cdot 10^3\ (м/с)$$

Тогда можно сказать: с учетом того, что сама поверхность вращается, скорость объекта относительно неё будет максимальна, если он будет двигаться в направлении, противоположном направлению вращения, вдоль экватора. Скорость движения поверхности равна $v = 1{,}2\cdot 10^3$ (м/с), а скорость движения объекта без двигателей относительно неподвижной системы отсчета, равна $v_I = 5{,}5\cdot 10^3$ (м/с). Тогда по правилу сложения скоростей максимальная скорость корабля относительно поверхности планеты $v_{max} = v_I + v = (5{,}5+1{,}2)\cdot 10^3 = 6{,}7\cdot 10^3$ (м/с)

Ответ: 6,7 км/с.

---

2. Известно, что карлики не могут иметь голубой цвет, значит, оба карлика являются красными, а оба гиганта — голубыми. Тогда возможны 2 варианта распределения звезд в двойные системы:

1) гол. гигант + гол. гигант ; кр. карлик + кр. карлик

2) гол. гигант + кр. карлик ; гол. гигант + кр. карлик

Как известно, голубые гиганты являются молодыми звездами, и время их жизни мало. В свою очередь, красные карлики имеют большой возраст, и время их жизни намного больше, чем у голубых гигантов. Отсюда мы можем сделать вывод, что вероятность образования двойной системы голубой гигант — красный карлик очень мала ввиду условий развития вселенной: трудно представить, чтобы возле старой звезды образовалась настолько мощная звезда-гигант голубого цвета.

Значит, вариант 2 двойных систем не подходит.

В 1 же варианте исходя из того, что светимости гигантов и карликов попарно равны, мы можем сказать, что возраст голубых гигантов примерно равен между собой, и возраст карликов тоже, что является реальным, когда, к примеру, две звезды начали образовываться из одного газо-пылевого облака. Значит, 1 вариант является верным, и тогда возраст каждой системы будет равен возрасту звёзд, входящих в неё.

Как упоминалось ранее, красные карлики являются старыми звездами, а голубые гиганты — молодыми. Значит, двойная система из двух красных карликов будет старше, чем двойная система из голубых гигантов.

Ответ: голубой гигант будет в системе с голубым гигантом, красный карлик с красным карликом, т.е. будет двойная система гол. гигант — гол. гигант, красный карлик — красный карлик. Старше будет двойная система, состоящая из красных карликов.

3. Если у галактик не наблюдается фиолетовое смещение, хотя гипотетически они могут к нам приближаться, то это означает, что их лучевая скорость компенсируется Хаббловским расширением Вселенной. Как известно, скорость Хаббловского расширения равна $v_H = H\cdot r$, где H — постоянная Хаббла, примерно равная $75\left(\frac{км/с}{Мпк}\right)$, r — расстояние до галактики в Мпк.

~~Для нее~~ Примем, что лучевая скорость галактик не может превышать по модулю значение $|v_л| = 150$ (км/с), что является вполне применимым для галактик Местной группы.

Тогда, исходя из условия, что $v_H = |v_л|$, получим: $75\cdot r = 150$;
$r = \frac{150}{75} = 2$ (Мпк) — примерно с такого расстояния у галактик уже не будет наблюдаться фиолетовое смещение.

Ответ: около 2 Мпк.

4. ~~Ор~~ Луч зрения лежит в орбитальной плоскости, а значит максимальное расхождение линии H_α соответствует скорости движения звезды по круговой орбите. Полуамплитуда равна 0,46 Å, а значит амплитуда равна 0,92 Å. Известно, что $\lambda_{H\alpha} = 6563$ Å, тогда по принципу Доплера

$$v_0 = \frac{\Delta\lambda_{H\alpha}}{\lambda_{H\alpha}}\cdot c = \frac{0,92}{6563}\cdot 3\cdot 10^8 = \frac{9200}{6563}\cdot 3\cdot 10^4 \approx 1,4\cdot 3\cdot 10^4 = 42\cdot 10^3 \text{ (м/с)}$$

$$\begin{array}{r|l} 9200 & 6563 \\ 6563 & 1,401 \\ 26370 & \\ 26252 & \\ 11800 & \\ 6563 & \\ 5237 & \end{array}$$

В двойной системе падение блеска будет фиксироваться дважды за период обращения звезд друг относительно друга, т.е. если мы „заморозим" одну из звезд, то вторая сделает один оборот вокруг неё за время, равное удвоенному периоду падения блеска,

$T_0 = 2T_п = 2 \cdot 0,5 = 1$ (год).

Зная период обращения и скорость одной из обращающихся звезд, найдем расстояние между компонентами:

$$\vartheta_0 = \omega R = \frac{2\pi}{T_0} \cdot R \quad (1)$$

Известно, что орбитальная скорость Земли примерно $\vartheta_⊕ \approx 30$ (км/с), а период равен 1 году; расстояние от Солнца до Земли $a_⊕ = 1$ а.е.

~~$\vartheta_0 = \frac{2\pi}{}$~~ Тогда найдём из (1) R, сравнив ~~эту звез~~ движение этой звезды с движением Земли вокруг Солнца:

$$\begin{cases} \vartheta_0 = \frac{2\pi}{T_0} \cdot R; \\ \vartheta_⊕ = \frac{2\pi}{T_⊕} \cdot a_⊕; \end{cases} \Rightarrow \frac{\vartheta_0}{\vartheta_⊕} = \frac{T_⊕}{T_0} \cdot \frac{R}{a_⊕} \Rightarrow R = \frac{\vartheta_0}{\vartheta_⊕} \cdot \frac{T_0}{T_⊕} \cdot a_⊕ = \frac{42}{30} \cdot \frac{1}{1} \cdot 1 = \frac{21}{15} = \frac{7}{5} = 1,4 \text{ (а.е.)}$$

По III закону Кеплера, сравнивая обращение двойной системы и Земли вокруг Солнца: $\frac{T_0^2}{T_⊕^2} \frac{M_к + M_з}{M_⊙} = \frac{R^3}{a_⊕^3} \Rightarrow M_к + M_з = M_⊙ \cdot \left(\frac{R}{a_⊕}\right)^3 \cdot \left(\frac{T_⊕}{T_0}\right)^2$, $M_к$ – масса карлика, $M_з$ – масса второй звезды.

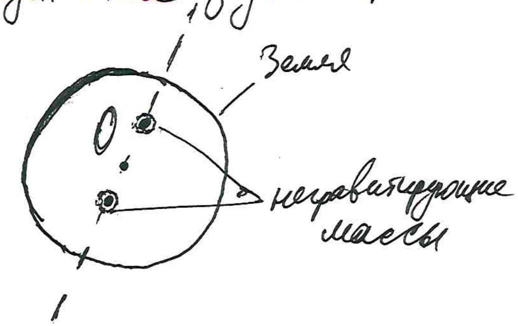
$$M_к + M_з = M_⊙ \left(\frac{1,4}{1}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{1}\right)^2 = M_⊙ \cdot \frac{7^3}{5^3} = M_⊙ \cdot \frac{49 \cdot 7}{25 \cdot 5} \approx M_⊙ \cdot 2 \cdot \frac{7}{5} = 2,8\, M_⊙$$

Как известно, масса белых карликов колеблется от $0,6 M_⊙$ до $1,4 M_⊙$. Значит, масса звезды-компаньона заключена в пределах $M_з \in [1,4 M_⊙; 2,2 M_⊙]$.

Ответ: от $1,4 M_⊙$ до $2,2 M_⊙$.

№5. Будем считать, что ~~в~~ данной модели ученых эти точечные источники масс располагались друг от друга на расстоянии l. Т.к. Земля сплюснута с обоих полюсов почти одинаково, то расстояние от центра настоящей Земли до каждого из источников будет одинаковым.

продолжение задачи 5.



O – центр Земли

Рассмотрим потенциалы модели 1961 года и современной модели для точки экватора.

Т.к. обе массы в модели 1961 года равноудалены от ~~экватора~~ центра Земли, то и расстояние до экватора от них будет одинаковым, к примеру, r'.

Тогда потенциал, создаваемый в этой точке по модели 1961 года, равен $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 = G\frac{M_\oplus}{2r'} + G\frac{M_\oplus}{2r'} = G\frac{M_\oplus}{r'}$.

По современной же модели $V(r = 6380\,(\text{км});\ \varphi = 0°) = \frac{GM_\oplus}{r}\left[1 - J_2\left(\frac{R_\oplus}{r}\right)^2 \frac{3\sin^2 0° - 1}{2}\right] =$

$= \frac{GM_\oplus}{r}\left[1 - J_2\left(\frac{6371}{6380}\right)^2 \frac{3\cdot 0 - 1}{2}\right] = \frac{GM_\oplus}{r}\left[1 + \frac{J_2}{2}\left(\frac{6371}{6380}\right)^2\right] \approx \frac{GM_\oplus}{r}\left[1 + \frac{J_2}{2}\right]$

Приравнивая потенциал модели 1961 года и современной, получаем:

$G\frac{M_\oplus}{r'} = \frac{GM_\oplus}{r}\left[1 + \frac{J_2}{2}\right] \Rightarrow r' = \frac{r}{1 + \frac{J_2}{2}} = \frac{6380}{1 + \frac{1{,}08\cdot 10^{-3}}{2}} = \frac{6380}{1 + 0{,}54\cdot 10^{-3}} = \frac{638000000}{100054} \approx$

≈ 6377 (км)

```
638000000 | 100054
600324    | 6376,55
 376760
 300162
  765980
  700378
   656020
   600324
    559960
    500270
     566900
     500270
      66630
```

Пусть расстояние от центра масс двух негравитирующих масс до одной из них равно d.

Тогда по теореме Пифагора $r'^2 = R_\oplus^2 + d^2$;

$d = \sqrt{r'^2 - R_\oplus^2} = \sqrt{(6377 - 6371)(6377 + 6371)} = \sqrt{6 \cdot 12748} =$

$= \sqrt{2\cdot 3\cdot 2\cdot 6374} = 2\cdot\sqrt{3\cdot 6374} \approx 2\cdot\sqrt{3\cdot 6400} = 2\sqrt{192\cdot 10^2} \approx 2\cdot\sqrt{196\cdot 10^2} =$

$= 2\cdot 14\cdot 10 = 280$ (км)

Тогда расстояние между двумя массами $l = 2d = 2\cdot 280 = 560$ (км).

Ответ: около 560 км.

5

CTE- 18