Сто - 22 Лист 1

№1

1) Формула для периода колебаний мат. маятника:

$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_э}}$, т.к длины маятников одинаковые, то различия в периодах вызваны неодинаковыми $g_э$, если на полюсе $g_{э1} = g = G\frac{M}{R^2}$, M и R масса и радиус планеты соотв., то на экваторе немалую роль играет осевое вращение планеты, ~~что~~ из-за которого возникает ускорение свободного падения $g_{э2} = g - a = g - \omega^2 R$, ω - угловая скорость вращения, т.к. действие происходит на экваторе, то движение происходит по „большому" кругу планеты и R - радиус планеты

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{g_{э1}}{g_{э2}}} = 1{,}02; \quad \frac{g_{э1}}{g_{э2}} = 1{,}0404 \approx 1{,}04$$

$$\frac{g}{g - \omega^2 R} = 1{,}04; \quad \text{т.к. } g = G\frac{M}{R^2}, \text{ то } g = g_0\frac{R_0^2}{R^2} \text{ - связь}$$

ускорений свободного падения на расстоянии R_0 и R от центра планеты

$$g' = g\frac{R^2}{(R+\Delta R)^2}; \quad T_1' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\cdot\frac{R+\Delta R}{R}, \text{ т.к. } T_1' = T_2, \text{ то}$$

$$\frac{T_1'}{T_1} = \frac{T_2}{T_1} = 1{,}02; \quad \frac{R+\Delta R}{R} = 1{,}02$$

$$\frac{\Delta R}{R} = 0{,}02 = \frac{1}{50}; \quad R = 50\Delta R; \quad \Delta R = 130 \text{ км}$$

$R = 130\cdot 50 = 6500$ км - радиус планеты

$\omega = \cancel{10\cdot 3600}\ \frac{2\pi}{10\cdot 3600}$; Угловая скорость планеты (полный оборот $10^ч$)

$\left(\cancel{a = \frac{4\pi^2}{6^4}\cdot 10^{-6}\cdot\frac{6{,}5^2\cdot 10^{12}}{(6500\cdot 10^3)^2}} = \frac{4\pi^2\cdot 6{,}5^2}{6^4}\cdot 10^6\right)$ $a = \frac{4\pi^2}{(6^2)^2\cdot 10^6}\cdot 6{,}5\cdot 10^6 = \frac{4\pi^2\cdot 6{,}5}{6^4}$ м/с²

Зная ~~угловую скор~~ ускорение вызванное вр. вокруг своей оси найдем g

$$\frac{g}{g-a} = 1{,}04$$

$g = 1{,}04(g-a)$; $0{,}04g = 1{,}04a$; $g = 25 \cdot 1{,}04a = 26a$ м/с²

$g = 26 \cdot \frac{4\pi^2 \cdot 6{,}5}{6^4}$ м/с² $\overset{\pi \approx 3}{=} \frac{2 \cdot 13 \cdot \frac{13}{2} \cdot 4 \cdot 9}{6^2 \cdot 6^2} = \frac{13^2 \cdot 6^2}{6^4} = \frac{13^2}{6^2}$ м/с²

Как известно если скорость движения превышает 1-ую космическую то тело начинает отрываться от пов-сти, тогда

$v_{max} = v_{I к} = \sqrt{G\frac{M}{R}} = \sqrt{gR} = \sqrt{26 \cdot \frac{4\pi^2 \cdot 6{,}5}{6^4} \cdot 6{,}5 \cdot 10^6}$; $\sqrt{26} \approx 5$

$\frac{2\pi \cdot 6{,}5}{6^2} \cdot 10^3 \cdot 5$; $\pi \approx 3$ $\frac{6}{6^2} \cdot 6{,}5 \cdot 10^3 \cdot 5 =$

$= \frac{6}{6^2} \cdot 6{,}5 \cdot 10^3 \cdot 5 = \frac{32{,}5 \cdot 10^3}{6}$ м/с $=$

$= 5{,}4 \cdot 10^3$ м/с

Ответ: $v_{max} = 5{,}4$ км/с

N3

У далёких галактик не наблюдается фиолетовое смещение, это связано с расширением вселенной и космологическим красным смещением, для близких галактик причиной фиолетового смещения может быть движение самой галактики или системы в пространстве в напр. наблюдателя или осевое вращение галактик.

Движение галактик в пр-ве рассматривать не будем, остановимся на осевом вращении. Для оценки максимальную скорость точки находящейся в диске галактики примем равной 300 км/с (в Млечном пути это число равно 230 км/с, в других галактиках величина схожая по порядку). Тогда, при условии, что скорость направлена в наблюдателя необходимо, что бы космологический эффект „компенсировал" осевое вращение, то есть скорость удаления галактики от нас равна 300 км/с. По з-ну Хаббла $v = Hr$, H – ~~постоянная~~ параметр Хаббла

$H = 70 \frac{км/с}{Мпк}$

$r = \frac{v}{H}$; $r = \frac{300}{70} = \frac{30}{7} = 4{,}29$ Мпк

Ста - 22 Лист 3

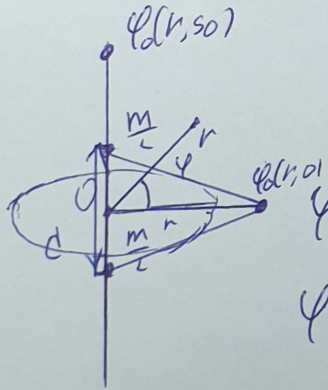
~~зн пра~~ Оценка является неплохой т.к. на деле значение параметра (~~постоянная~~) Хаббла не является измеренным с высокой точностью и ~~разн~~ разные методы его определения дают расходящиеся результаты (попытки учесть пр-венные скорости звёзд галактик или нахождение более точного зн-ния макс. круговой скорости бесполезны за счёт неопределенности в параметре Хаббла)

Ответ: $r \approx 4{,}3$ Мпк

№ 5

$$\varphi(r,\varphi) = \frac{GM_\oplus}{r}\left[1 - J_2\left(\frac{R_\oplus}{r}\right)^2 \frac{3\sin^2\varphi - 1}{2}\right]$$ – видно, что $\varphi(r,\varphi) > 0$, видимо имеется ввиду модуль потенциала далее будем также использовать модуль

1) Очевидно, что эти массы располагались симметрично отн. центра Земли иначе в разных полушарах на одинаковой по модулю широте был бы разный потенциал



Для начала такая модель должна давать такие же значения при $\varphi = 0$ и $\varphi = 90°$ по сравнению с зависимостью записанной выше

$$\varphi(r,0) = \frac{GM_\oplus}{r}\left(1 + J_2\left(\frac{R_\oplus}{r}\right)^2 \cdot \frac{1}{2}\right)$$

$$\varphi(r,90°) = \frac{GM_\oplus}{r}\left(1 - J_2\left(\frac{R_\oplus}{r}\right)\right)$$

2) Расчитаем эти же потенциалы в данной модели

$$\varphi_0(r,0) = 2 \cdot \frac{GM_\oplus}{2\sqrt{r^2 + \frac{d^2}{4}}}$$ – потенциал аддитивен

$$\varphi_0(r,0) = \frac{GM_\oplus}{r}\left(1 + \frac{d^2}{4r^2}\right)^{-\frac{1}{2}} = \frac{GM_\oplus}{r}\left(1 - \frac{d^2}{8r^2}\right)$$, будем считать, что $d^2 \ll r^2$

$(1+x)^n = 1 + nx$

$$\varphi_0(r,90) = \frac{GM_\oplus}{2(r+\frac{d}{2})} + \frac{GM_\oplus}{2(r-\frac{d}{2})} = \frac{GM_\oplus}{2(r^2 - \frac{d^2}{4})}\left(r - \frac{d}{2} + r + \frac{d}{2}\right) =$$

$$= \frac{GM_\oplus r}{r^2 - \frac{d^2}{4}} = \frac{GM_\oplus}{r}\left(1 - \frac{d^2}{4r^2}\right)^{-1} = \frac{GM_\oplus}{r}\left(1 + \frac{d^2}{4r^2}\right)$$

$$\varphi_0(r,0) = \varphi(r,0) \quad 1 - \frac{1}{2}\left(\frac{\frac{d}{2}}{r}\right)^2 = 1 + J_2\left(\frac{R_\oplus}{r}\right)^2 \cdot \frac{1}{2}$$

$$-\left(\frac{d}{2}\right)^2 = J_2 R_\oplus^2$$ – уже на этом этапе видно, что результат не очень приятный

Сти -22 Лист 4

Т.к Φ - мнимое число проверим

$\varphi(r,90^\circ)=\varphi_0(r,90^\circ)$

$1+\left(\frac{d/2}{r}\right)^2=1-y\left(\frac{R_\odot}{r}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{d}{2}\right)^2=-y(R_\odot)^2$ - точно такое же

ур-ние, так как это просто теоретическая модель то

такое вполне возможно.

$d=iR_\odot 2\sqrt{y}$

$y=\cancel{4\alpha}\,1080\cdot10^{-6}$, заметим что $33^2=1089$, то есть

$y\approx 33^2\cdot10^{-6}$; $\sqrt{y}=33\cdot10^{-3}=0{,}033$

$d=0{,}066\,R_\odot\cdot i$ - результат довольно интересный

Ответ $d=0{,}066\,R_\odot\cdot i$; $d=4{,}2i$ км

$\cancel{66\cdot6341}$ $d=66\cdot6371\ i=4{,}2042\cdot10^3 i$ м $=4{,}2i$ км

~~6371~~
6
6370
66

3822
3822

42042

№4

1) Смещение линии H_α вызвано эффектом Доплера.

Т.к. в системе возможны затмения (периодическое изм. блеска) то плоскость орбиты слабо наклонена к луче зрения, и скорость в напр. почти в наблюдателя

~~Найдём скорость~~

~~$\frac{v}{c}=\frac{\Delta\lambda}{\lambda}$; $\frac{v}{c}=\frac{0{,}46}{6563}=\frac{1}{1427}$; $v=\frac{c}{14240}$~~

2) Сами белые карлики достаточно маломассивные звезды с массами порядка солнечных. При этом спектр. плотность их излучения имеет максимум ближе к ультрафиолетовой части спектра. То есть при затмении белого карлика изменение блеска

~~За один орбитальный период блеск падает 2 раза~~

~~При затмении БК компонентой и при затмении БК компоненты приём времена между ними совпадают.~~

Орбитальный период равен 1 году

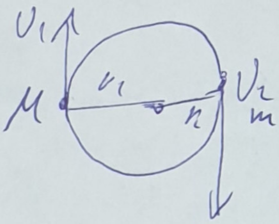
Период системы равен 2 периоду изм. блеска $T=\cancel{2}T_\oplus$, т.к.

за орб. период блеск меняется 2 раза

$\left(\cancel{\frac{M+m}{M_0} = \frac{a^3}{a_0^3}}\right)$ Третий обобщённый з-н Кеплера:

$$\frac{T^2(M+m)}{a^3} = \frac{T_\odot^2 M_0}{a_0^3};\quad \frac{M+m}{M_\odot} = \frac{a^3}{a_0^3};\quad T = T_\odot$$

Т.к. система двойная и при разных положениях 2-х звёзд в пространстве мы получаем разные лучев. скорости звёзд отн. наблюдателя.



При такой конфигурации линия H_α расщепляется на 2 и они максимально удалены друг от друга и в этой ситуации справедливо: $\frac{2\Delta\lambda}{\lambda}c = v_1+v_2 = v$

Будем считать что звёзды движутся по круговым орбитам отн. центра масс, тогда с одинаковой угловой скоростью, т.е.

$$\frac{v_1}{r_1} = \frac{v_2}{r_2} \qquad r_1+r_2 = a$$

.O

$$r_1 = \frac{a\cdot m}{M+m},\quad r_2 = \frac{aM}{M+m}$$

$$\frac{v_1}{am} = \frac{v_2}{aM} \qquad v_1 M = v_2 m$$

$$v_1 = \frac{2\pi r_1}{T};\quad v_2 = \frac{2\pi r_2}{T} \qquad M v_1 = (v-v_1)m$$

$$\cancel{v_1 = 2\pi} \qquad M = \frac{(v-v_1)m}{v_1}$$

$$v_1 = \frac{2\pi}{T}\cdot\frac{am}{M+m};\quad \cancel{a = a_0\sqrt[3]{M+m}} \quad a = a_0\sqrt[3]{\frac{M+m}{M_0}}$$

$$v_1 = \frac{2\pi m}{T}\cdot\frac{(M+m)^{-\frac{2}{3}}}{\sqrt[3]{M_0}}a_0$$

$$M = \frac{\left(v - \frac{2\pi m}{T}\frac{(M+m)^{-\frac{2}{3}}}{\sqrt[3]{M_0}}\right)T\sqrt[3]{M_0}}{a_0\, 2\pi\, (M+m)^{-\frac{2}{3}}} = \frac{\left(v\cdot\sqrt[3]{M_0}\,T(M+m)^{\frac{2}{3}} - 2\pi m a_0\right)}{a_0 2\pi}$$

$$2\pi a_0(M+m) = v\sqrt[3]{M_0}\,T(M+m)^{\frac{2}{3}}$$

$$\sqrt[3]{M+m} = \frac{v\sqrt[3]{M_0}\,T}{2\pi a_0} = \frac{v}{v_\odot}\sqrt[3]{M_0} \qquad \frac{M+m}{M_\odot} = \left(\frac{v}{v_\odot}\right)^3$$

$$T = T_\odot;\quad \frac{T_\odot}{2\pi a_0} = \frac{1}{v_\odot};\qquad v = \frac{0{,}92}{6563}\cdot c = \frac{c}{7134} = \frac{c}{7{,}1}$$

$$= \frac{3\cdot10^{5}}{7{,}1}$$

Ста-22

Лист 6

$$\frac{M+m}{M_\odot} = \left(\frac{3\cdot 10^{5}}{30\cdot 10^{3}\cdot 7{,}1}\right)^3 = \left(\frac{10}{7{,}1}\right)^3 = 1{,}4^3 = 2{,}74$$

как известно масса белого карлика пределом Чандрасекара и она не превосходит 1,4 $m_\odot$, тогда

$M < 1{,}34 \cdot m_\odot$, но при некоторых массах звезда не сможет стать белым карликом по крайней мере и масса и времени, так что $m > 0{,}4 m_\odot$ - приблизительно

$\frac{M}{m_\odot} \in (1{,}34; 2{,}04)$

Ответ: $1{,}34\, m_\odot < M < 2{,}04\, m_\odot$

Предположим что в каждой системе возрасты звёзд равны. Светимость звезды характеризуется её радиусом и температурой (цветом)

Гиганты имеют приблизительно равный радиус $\Rightarrow$ для равенства светимостей они должны иметь одинаковый цвет, аналогично с карликами

Значит что остаётся 4 возможных комбинаций

КГ + КГ и ГК + ГК КГ - красный гигант; ГК - голубой гигант

КГ + ГК и КГ + ГК - невозможно т.к. время жизни КГ меньше времени становления

ГК + КК и ГК + КК - невозможно т.к. время жизни карлика голубой звезды как красный карлик меньше времени за которое звезда станет голубым гигантом

ГК + ГК и КК + КК — Невозможно, т.к. светимость из 2-х КК вряд ли будет различима вселенной в видимом диапазоне

Остаётся пара КГ+КГ + ГК+ГК - пара голубых карликов старше, т.к. вообще время жизни КГ довольно мало, а чтобы стать ГК нужно довольно много времени.