Задача №1.

Вспомним, ~~что~~ как выглядит формула периода колебаний математического маятника.

$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$. Теперь запишем отношение периодов маятников в разных точках планеты:

$\frac{T_{эк}}{T_{пол}} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{L}{g-a_ц}}}{2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}} = \sqrt{\frac{g}{g-a_ц}} = 1{,}02$, где $a_ц$ – центробежная сила. R – радиус планеты. Тогда можно

записать условие для равенства периодов маятников на экваторе и на полюсе на высоте $h = 130$ км:

$$2\pi\sqrt{\frac{L}{g\cdot\frac{R^2}{(R+h)^2}}} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g-a_ц}} \Rightarrow g\cdot\frac{R^2}{(R+h)^2} = g - a_ц.$$

$$\frac{g}{g-a_ц} = 1{,}0404 \Rightarrow \frac{a_ц}{g} = 0{,}04 \Rightarrow \frac{R^2}{(R+h)^2} = 1 - 0{,}04 = 0{,}96 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0{,}04R^2 = 1{,}92Rh + 0{,}96h^2 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} R = h(24-10\sqrt{6}) < 0 \\ R = h\times(24+10\sqrt{6}) = 3185 \text{ км}. \end{array}\right.$$

$$g = \frac{GM}{R^2} \quad \vartheta_I = \sqrt{\frac{GM}{R}} \Rightarrow \vartheta_I = \sqrt{gR}$$

$$a_ц = \cancel{3185 \text{ км} \cdot 4\pi} \ \omega^2 R = 3185 \text{ км}\cdot\frac{4\pi^2}{T^2} = 3185000\cdot\frac{4\cdot 9}{36^2\cdot 10^2\cdot 100^2}$$

$$= 0{,}09 \text{ м/с}^2 \Rightarrow g = 25{,}1\,a_ц = 2{,}26 \text{ м/с}^2 \Rightarrow \vartheta = \sqrt{\cancel{GM}\,gR} \approx 2675 \text{ м/с}$$

Это скорость движения относительно центра планеты (если её фостигнуть, то мы ~~о~~ оторвёмся от поверхности и нужны будут двигатели). Т.к. ответ нужен относительно поверхности, то нужно добавить максимальную скорость поверхности.

При недостатке места для записи попросите дополнительный бланк ответов

Задача №1 (продолжение)

Максимальная скорость поверхности - на экваторе:

$v_n = \frac{2\pi R}{T} = 531$ м/с.

Ответ: 3,2 км/с.

Задача №3

Фиолетовое смещение может возникать из-за пекулярных скоростей галактик и собственных скоростей ~~[illegible]~~ вращения звёзд в галактике. Пекулярные скорости малы по сравнению с Хаббловской и ~~[illegible]~~ скоростью вращения звёзд, так что их можно пренебречь. Оценить максимальную скорость вращения звёзд вокруг центра галактики можно, но ~~[illegible]~~ в спиральных галактиках (где скорости больше чем в эллиптических) после некоторого радиуса скорость остаётся относительно постоянной. В Млечном пути она порядка 220 км/с, и именно такой её считать будем. Если нет фиолетового смещения, то эти 220 км/с компенсируются Хаббловским расширением:

$v = HL \Rightarrow L = \frac{220 \text{ км/с}}{68 (\text{км/с}) : \text{Мпк}} = 3,2$ Мпк

Ответ: 3,2 Мпк

Задача №7.

Отношение температур голубой звезды и температуры красной звезды более 3, значит чтобы скомпенсировать разницу светимостей из-за температуры нужно увеличить звезду в $\sqrt{3^4}=9$ (минимум), что делает ее не карликом (если была карлика). Таким образом карлики одного цвета, и гиганты тоже.

Задача №4.

Обозначим массу одной звезды за M, а другой за m. Большую полуось их орбиты за a. Рассмотрим наиболее быструю звезду.

$$v=\sqrt{\frac{Gm^2}{a(M+m)}} \qquad T=\sqrt{\frac{4\pi^2a^3}{G(M+m)}}$$

$$v^6T^2=\frac{G^3m^6}{a^3(M+m)^3}\cdot\frac{4\pi^2a^3}{G(M+m)}=\frac{G^2m^6}{(M+m)^4}$$

$$\frac{v^3T}{2\pi G}=K=\frac{m^3}{(M+m)^2}.$$

Длина волны 6563 Å смещается на 0,46 Å, значит $v=\frac{0{,}46\,Å}{6563\,Å}\cdot3\cdot10^5$ км/с ≈ 21 км/с

$$\frac{T}{2\pi}=\frac{0{,}5\text{ лет}}{2\pi}=\frac{0{,}25\cdot\pi\cdot10^7\,c}{\pi}=2{,}5\cdot10^6\,c\Rightarrow K\approx3{,}5\cdot10^{27}\text{ кг}=$$

$=1{,}2\cdot10^{-3}M_\odot$. Масса белого карлика может варьироваться от 0,8 $M_\odot$ (более легкие звезды не успели превратиться в БК), до 1,3 $M_\odot$ (предел Чандрасекара). Допустим m — масса БК.

$$m^3=K(M+m)^2\Rightarrow M=\sqrt{\frac{m^3}{K}}-m$$

Задача №4 (продолжение).

Тогда минимальная масса компоньона порядка ~~...~~ $\cancel{6}$ 20,5 $M_\odot$, максимальная порядка 430 $M_\odot$ (что сильно больше, чем все ныне известные звезды, но теоретически такое возможно).

В другом случае (M - масса БК). Нужно найти верхнюю и нижнюю границу.

$k = \frac{m^3}{(M+m)^2}$ $kM^2 + 2kMm + km^2 = m^3$. Минимально возможное m равно 0,08 $M_\odot$ (самая маленькая звезда). ~~Он~~ Тогда найдём M:

$$M = \sqrt{\frac{m^3}{k}} - m = 0{,}57 M_\odot.$$

Значит ~~такая~~ минимальное m несколько больше. Если подставить $m = 0{,}1 M_\odot$, то получится M близкое к 0,8 $M_\odot$. Тогда это и есть минимальное значение.

Ответ: от 0,1 $M_\odot$ до 430 $M_\odot$.