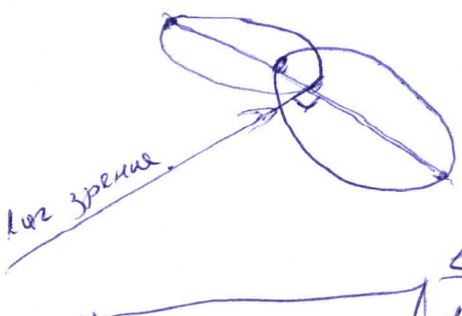
Начнём с анализа условия, а ~~вер~~ точнее поймём как расположена к нам орбита: луч зрения в плоскости орбиты, линия апсид перпендикулярна лучу зрения. Вот:



Это означает, что максимумы и минимумы на графике соответствуют ~~периодам~~ периастрам и апоастрам орбит. Функция выглядит как-то так:

Звезду с пунктирной линией назовём номер 2, с ~~с~~плошной - номер 1

Тогда $\vartheta_{п_1} = u_п = -96$ км/с

$\vartheta_{п_2} = \vartheta_п = 192$ км/с

$\vartheta_{a_1} = u_a = 75$ км/с

$\vartheta_{a_2} = \vartheta_a = -66$ км/с

(из кривой скоростей)

Это так же даёт нам однозначное представление о том куда едут звёзды.

Т.к. $\langle \frac{\vartheta}{u} \rangle = \frac{M_1}{M_2} > 1$

M_1 - более массивная, будет M,

M_2 - менее массивная, будет m,

ϑ - скорость менее массивной, u - скорость более массивной

Тогда период системы - 3 дня, т.к. за 1 период звёзды единожды проходят в периастр/апоастр.

Т.к. орбиты эллиптические, т.е. замкнутые, работают ЗСМИ и ЗСЭ для системы:

ЗСМИ: $L = m\vartheta_п \cdot a_m(1-e) + M u_п a_M(1-e) = m\vartheta_a a_m(1+e) + M u_a a_M(1+e)$

$a_m \cdot m = a_M \cdot M$:

$m a_m (\vartheta_п(1-e) - \vartheta_a(1+e)) = M a_M (u_a(1+e) - u_п(1-e))$

(эксцентриситет одинаковый)

Нсб-06

$$(\vartheta_п + U_п)(1-e) = (\vartheta_a + U_a)(1+e)$$

$$\frac{\vartheta_a + U_a}{\vartheta_п + \vartheta_п} = \frac{1-e}{1+e} = 0{,}50 \Rightarrow \quad e = 0{,}33$$

ЗСЭ:

$$E = -\frac{GMm}{2(a_м + a_m)} + \frac{m\vartheta_a^2}{2} + \frac{MU_a^2}{2} = -\frac{GMm}{a_м(1-e)+a_m(1-e)} + \frac{m\vartheta_п^2}{2} + \frac{MU_п^2}{2}$$

$$\frac{2G\frac{M}{m}}{a_м + a_m}\left(\frac{1}{1-e} - \frac{1}{2}\right) = \vartheta_п^2 - \vartheta_a^2 + (U_п^2 - U_a^2)\cdot\frac{M}{m} \quad (1)$$

В этом ур-нии неизвестны $\frac{M}{m}$ и $a_м + a_m$.
Но у нас есть ещё ~~ур-ие~~ III Закон Кеплера в обобщённом виде:

$$G(M+m)T^2 = (a_м + a_m)^3 \cdot 4\pi^2$$

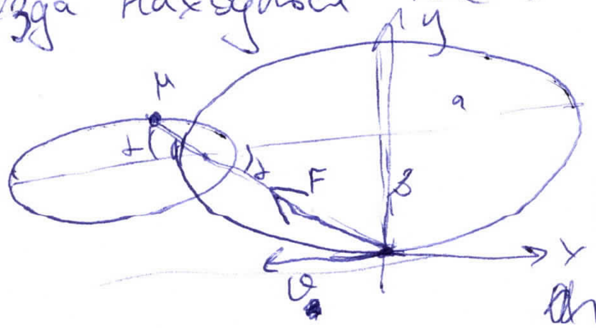
и соотношение $a_m \cdot m = a_м \cdot M$.
К сожалению этого не хватит.

~~Рассмотрим момент, когда~~

Расстояние до системы $D = \frac{1\,a.e.}{\pi''}\,(пк) = \frac{1}{0{,}05''} = 20\,пк$

(1) $$\frac{GM}{a_м + a_m}\cdot\frac{1+e}{1-e} = \vartheta_п^2 - \vartheta_a^2 + (U_п^2 - U_a^2)\frac{M}{m}.$$

Рассмотрим момент, когда $\vartheta_R = 0$. В этот момент звезда находится на малой полуоси и движется исключительно тангенциально.



В этот момент на неё будет действовать сила притяжения к второй звезде

$$F = \frac{GMm}{d^2} = m@ ; @ - ускорение.$$

Отл.

При этом F_x будет разгонять её по оси x и менять тангенциальную скорость с неким a_x, а F_y (и a_y) — менять лучевую скорость. $a_y = \frac{dv_R}{dt}$ — производная, которую очень легко найти на графике, проведя касательную. ~~Од~~ ~~Однако лучше будет~~

И при этом $\frac{a_{y1}}{a_{y2}} = \frac{a_1}{a_2} = \frac{m}{M}$, т.к. звёзды всегда на одной линии и сила действует вдоль неё. Однако лучше взять точку не $v_R = 0$, а точку пересечения графиков т.к. $v_R = 0$ и $u_R = 0$ в немного разные моменты и соответственно на разных d.

Проводим касательные и тут же строим треугольники, чтобы найти ~~так~~ отношение тангенсов:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{2{,}5}{4} = \frac{m}{M} \rightarrow M = 1{,}6\,m$$

Тогда найдём $a_m + a_M = A$:

$$\frac{1{,}6\,Gm}{A}\frac{1+e}{1-e} = (v_n - v_a)(v_n + v_a) + (u_n - u_a)(u_n + u_a)\cdot 1{,}6$$

$$\frac{3{,}2\,Gm}{A} = 10^6(28500 + 12700 \cdot 1{,}6) = 4{,}85\cdot 10^{11}$$

$$A = \frac{3{,}2\cdot 6{,}67\cdot 10^{-4}}{4{,}85\cdot 10^{11}}\cdot m \approx 3\cdot 10^{-22}\, m$$

Кеплер: $Gm\left(\frac{M}{m}+1\right)T^2 = A^3\cdot 4\pi^2$.

$$\cancel{Gm}\,T^2(1{,}6+1) = \frac{G^{2}m^{2}\cdot 4\pi^2\cdot 3{,}2^3}{10^{33}\cdot 4{,}85^3}$$

$$\frac{T}{2\pi}\sqrt{\frac{2{,}6\cdot 10^{33}\cdot 4{,}85^3}{3{,}2^3}} = Gm \rightarrow m = 1{,}3\cdot 10^{30}\text{ кг};\ M = 2\cdot 10^{30}\text{ кг}$$

Нсд-06

Теперь зная m и M легко найти a_M и a_m.

$a_M =$ $a_m =$

Т.к. звёзды принадлежат главной послед.,

$L \sim m^4 \Rightarrow L_1 = L_\odot \frac{1}{1,1} \approx 0,9 L_\odot$

$L \sim R^5$

$L_2 = L_\odot$

Звёздная величина системы: $\cancel{(L_1 + L_2)}$.

Абсол. зв. велич. Солнца $+4,7^m$. $L_\odot$ (10 пк)

У Солнца на расстоянии 20 пк будет:

$$2,512^{\Delta m} = 2^2$$

$$\Delta m = 1,5 \Rightarrow +6,2^m.$$

Значит система в максимуме имеет:

$$\left(\frac{L_1 + L_2}{L_\odot}\right) = 2,512^{6,2 - X^m} \to X^m \approx 6,5^m$$

А в минимумах либо одна звезда полностью закрывает другую (если $R_a > R_b$) или частично перекрывает

Тогда $m_{min_1} \Rightarrow \frac{L_2}{L_\odot} = 2,512^{6,2-a}$ $(R_2 > R_1;$

$$m_{in_2} = \frac{L_1 + L_2\left(\frac{R}{R}\right)^2}{L_\odot} = 2,512^{6,2-b}.$$

Не успеваю досчитать и проверить, но логика решения такая.

Нсб-06

XXIX Санкт-Петербургская астрономическая олимпиада

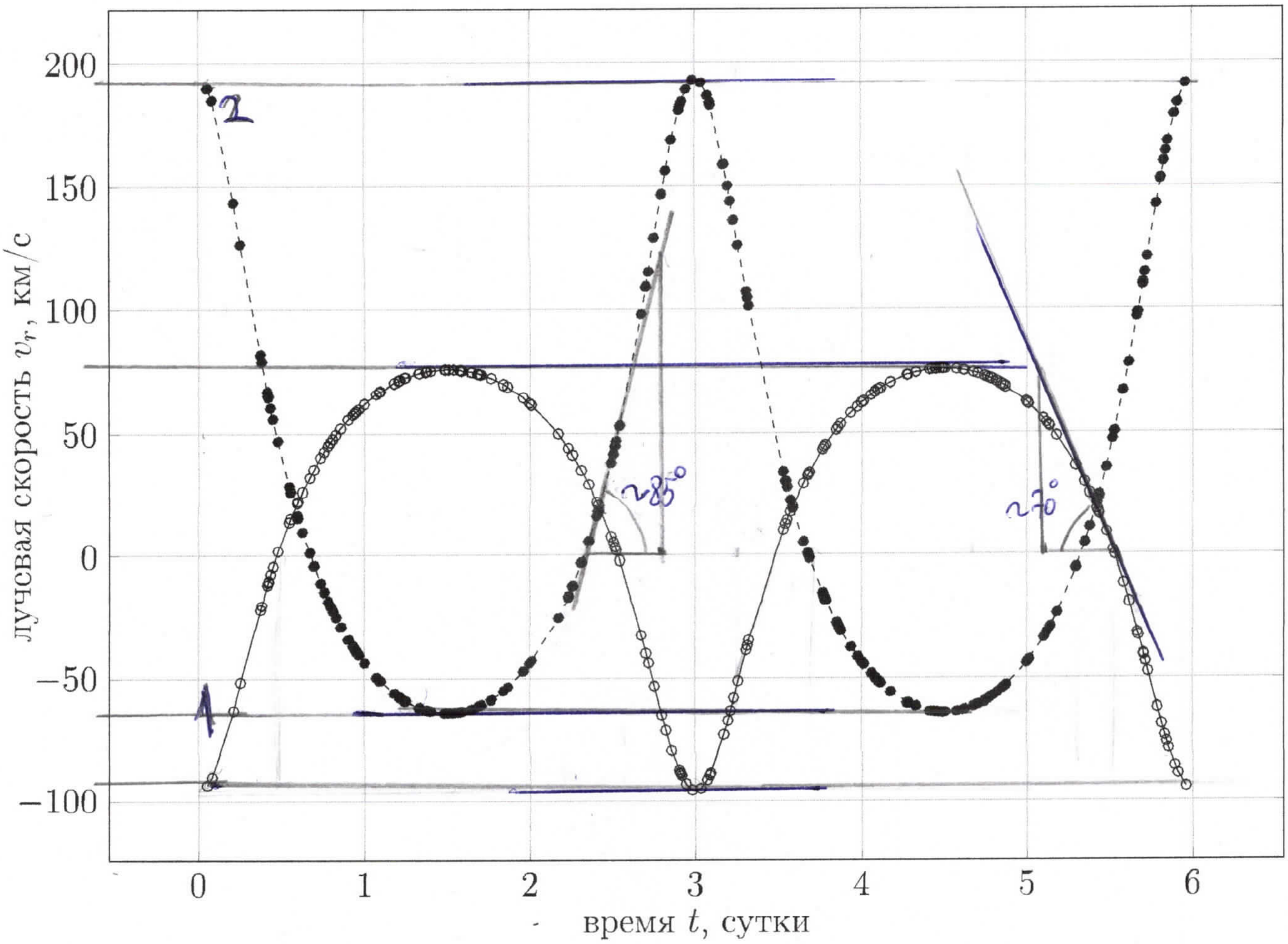
практический тур

2022

13 марта

11 класс

Вам дана кривая лучевых скоростей двойной системы, состоящей из двух звезд Главной последовательности. Луч зрения лежит в плоскости орбиты, линия апсид (соединяющая периастры и апоастры орбит) перпендикулярна лучу зрения. Найдите параметры системы: массы звезд, период и большую полуось системы, эксцентриситет орбиты. Определите видимые звездные величины системы в максимуме и минимумах блеска. Годичный параллакс системы равен $\pi = 0''.05$, звезды считайте сферически симметричными, эффектами прогрева и потемнения диска к краю можно пренебречь.



Страница 5 и 5