Из графика можем узнать период обращения — промежуток времени, спустя который повторяются состояния системы.

$T = 3$ сут.

Запишем <u>III</u> закон Кеплера:

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G(M_1+M_2)}$$

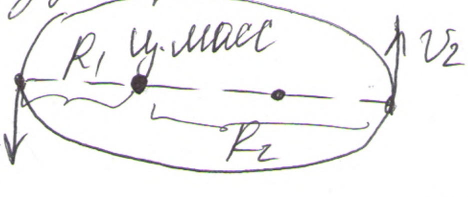
где a – ~~большая полуось~~ расстояние м/у звёздами, M_1 и M_2 – массы компонентов.

Для Земли:

$$\frac{T_\oplus^2}{a_\oplus^3} = \frac{4\pi^2}{G M_\odot} \Rightarrow$$

$$\boxed{\left(\frac{T}{T_\oplus}\right)^2 \cdot \left(\frac{a_\oplus}{a}\right)^3 = \frac{M_\odot}{M_1+M_2}}$$

~~Зв~~ В такой системе звёзды вращаются вокруг общего центра масс.



Заметим, что максимальная лучевая скорость (по модулю) будет соответствовать положению, когда одна из звёзд находится в перицентре орбиты, а другая — в апоцентре (точно сказать об этом сложнем, найдя значение эксцентриситета и сделав вывод о его величине)

<u>У звёзд максимум скоростей одновременен</u> => он в перицентре / апоцентре

Заметим, однако, что когда лучевые скорости становятся равны, они равны не нулю, как должно быть, если вся скорость у звёзд перейдёт в нормальную составляющую.

Поэтому указанные выше скорости будем измерять как модуль разности максимальной скорости и значения $\sim +21 \frac{км}{с}$.

Эту поправку можно связать с параллактическим смещением, ~~собственным движе~~ а также со дополнительной лучевой составляющей скорости по закону Хаббла.

Тогда пусть на графике ~~для~~ звезде 1 соответствует кривая, напоминающая параболу ветвями вверх, а звезде 2 – кривая, напоминающая параболу ветвями вниз. ~~Для указанного положения~~

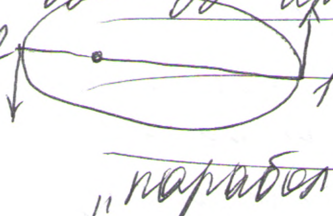
~~$v_1 = \frac{65}{69}\cdot 200 - 21 \approx 131{,}3 - 21 = 185{,}9 - 21 = 164{,}9 \frac{км}{с} \approx 165 \frac{км}{с}$~~ $167 \frac{км}{с}$ 188

~~$v_2 = \frac{33}{34}\cdot 100 + 21 \approx 120 \frac{км}{с}$~~

~~Зв. 1 – в перицентре~~

~~(то, что звёзды в перицентре, следует из закона сохр-я момента импульса)~~

Зв. 2 – в ~~апоцентре~~ перицентре.



~~Найдём, наоборот, v_{1a} и v_{2a} – это значения скорости в вершинах „парабол" с учётом отклонения в $21 \frac{км}{с}$~~

~~$v_{1a} = \frac{22}{34}\cdot 100 + 21 \approx 64 + 21 \approx 85 \frac{км}{с}$~~

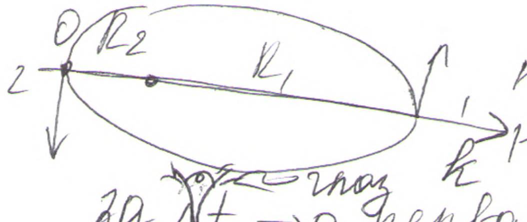
~~$v_{2a} = \frac{26}{34}\cdot 100 + 21 \approx 76{,}4 + 21 \approx 97 \frac{км}{с}$~~ $55{,}4 \frac{км}{с}$

Для указанного положения

$v_2 = \frac{33}{34}\cdot 100 + 21 \approx 120 \frac{км}{с}$

$v_1 = \frac{65}{69}\cdot 200 - 21 \approx 165 \frac{км}{с}$

При этом в точках приложения $\vec{v} \perp \vec{r}$



=> траектории в течение небольшого времени напоминают окружности.

за $\Delta t \to 0$ первая звезда стянет дугу с ц. углом $\Delta\varphi$

=> по з-ну сохр-я момента импульса (ц. масс неизменен), то вторая тоже стянет дугу с ц. углом $\Delta\varphi$

=> $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ при $\Delta t \to 0$

тогда $v_1 = \omega R_1$, $v_2 = \omega R_2$ => $\frac{v_1}{R_1} = \frac{v_2}{R_2}$; $\frac{v_1}{v_2} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{165}{120}$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{R_1}{R_2} = 1,375 = 1\frac{3}{8} = \frac{11}{8}$$

но из рисунка $\frac{R_1}{R_2} = \frac{a}{b} = \frac{11}{8}$. $e = \sqrt{1-\frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1-\left(\frac{8}{11}\right)^2} =$

$$= \sqrt{\frac{121-64}{11^2}} = \frac{\sqrt{121-64}}{11} = \frac{\sqrt{57}}{11} \approx \frac{7,5}{11} \approx 0,68.$$

знаем, что $R_{ц.м.} = R_2 = \frac{(R_1+R_2)M_1}{M_1+M_2}$ => $M_1R_2 + M_2R_2 = M_1R_1 + M_1R_2$

$$M_1 = M_2\frac{R_2}{R_1} = M_2\frac{v_2}{v_1}$$

Найдём $R_1+R_2 = a$.

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G(M_1+M_2)} \Rightarrow \frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM_2\left(\frac{v_2}{v_1}+1\right)}$$

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2 v_1}{GM_2(v_1+v_2)} \qquad M_2 = \frac{4\pi^2 v_1 a^3}{G(v_1+v_2)T^2}$$

Теорема о вириале: $\frac{v_1}{v_2} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{M_2}{M_1}$; $M_1 = M_2 \frac{v_2}{v_1}$

$\Pi + 2K = 0$

$K = \frac{M_2 v_2^2}{2} + \frac{M_1 v_1^2}{2} = M_2 \frac{v_2 v_1^2}{2 v_1} + \frac{M_2 v_2^2}{2} = \frac{M_2 v_2}{2}(v_1 + v_2)$

$\Pi = -G \frac{M_1 M_2}{a}$

$G \frac{M_1 \cancel{M_2}}{a} = \cancel{2} \frac{\cancel{M_2} v_2}{\cancel{2}}(v_1 + v_2)$

$a = \cancel{2G} \frac{G M_1}{v_2(v_1 + v_2)} = \frac{G M_2 \frac{v_2}{v_1}}{v_2(v_1 + v_2)} =$

$= \frac{G M_2}{v_1(v_1 + v_2)}$; $M_2 = \frac{a v_1 (v_2 + v_1)}{G}$

Тогда $\frac{4\pi^2 v_1 a^{3\,2}}{\cancel{G}(v_1 + v_2) T^2} = \frac{\cancel{a} v_1 (v_1 + v_2)}{\cancel{G}}$;

$a^2 = \frac{(v_1 + v_2)^2 T^2}{4\pi^2} \Rightarrow a = \frac{(v_1 + v_2) T}{2\pi} =$

$= \frac{285 \frac{км}{с} \cdot 3 \cdot 3600 \cdot \cancel{24}^{12}\, с}{\cancel{2} \cdot 3{,}14} = \frac{129600 \cdot 285}{3{,}14}\, км =$

$= \frac{129600 \cdot 285}{3{,}14 \cdot 150000000}\, а.е. = \frac{36936000}{3{,}14 \cdot 150000000} \approx$

$\approx \frac{11737}{150000} \approx 0{,}08\, а.е.$

Тогда $\left(\frac{T}{T_\oplus}\right)^2 \cdot \left(\frac{a_\oplus}{a}\right)^3 = \left(\frac{3}{365}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{0{,}08}\right)^3 = \frac{M_\odot}{M_1 + M_2}$

Приближённо $M_1 + M_2 = 8 M_\odot$

Тогда $\frac{M_1}{M_2} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{120}{165} = \frac{8}{11}$.

$M_1 = \frac{8}{19} \cdot 8 M_\odot \approx$

$\approx 3{,}8 M_\odot$

$M_2 \approx \frac{11}{19} \cdot 8 M_\odot \approx 4{,}2 M_\odot$

Рассмотрим параллактическое смещение.

TOM-02

$\alpha \to 0$, $\alpha = const$

Можем записать вследствие малости углов:

$\alpha R = r\pi$.

$\alpha = \frac{v}{R} \Rightarrow v = r\pi$

$r = \frac{v}{\pi}$.

Солнце вращается вокруг центра Галактики.

Найдём расстояние до системы. v – скорость Солнца. $v \approx 200 \frac{км}{с}$ или $\approx 1493 \frac{а.е}{год}$

$$r = \frac{1493 \frac{а.е}{год}}{0{,}05''/год} = \frac{1493}{0{,}05} пк \left(\frac{1 а.е}{1''рад} = 1 пк\right) \approx$$

≈ 30000 пк.

Для главной последовательности $L \sim M^{3,5}$

тогда $L_1 = L_\odot \cdot 3{,}8^{3,5}$

$L_2 = L_\odot \cdot 4{,}2^{3,5}$

Тогда по формуле Погсона Сравним с Солнцем.

$$\frac{\frac{L_i}{4\pi r_i^2}}{S_0} = 10^{0,4(m_\odot - m_i)}$$

$$\left(\frac{M_i}{M_\odot}\right)^{3,5} \cdot \left(\frac{a}{r_i}\right)^2 = 10^{0,4(m_\odot - m_i)}$$

Рассмотрим случай, когда расстояние от i-й звезды до нас r_i. Найдём m_i. S_0 – солнечная постоянная

$$\frac{L_i}{S_0} = \frac{\left(\frac{M_i}{M_\odot}\right)^{3,5} L_\odot}{S_0} =$$

$$= \left(\frac{M_i}{M_\odot}\right)^{3,5} \cdot \frac{L_\odot}{L_\odot} \cdot 4\pi a^2$$

$$\lg\left(\frac{M_i a}{M_\odot r_i}\right)\cdot 7 = \cancel{0,4}\ \frac{2}{5}(m_\odot - m_i)$$

$$\frac{35}{2}\lg\left(\frac{M_i a}{M_\odot r_i}\right) = m_\odot - m_i,\quad m_i = m_\odot - \frac{35}{2}\lg\left(\frac{M_i a}{M_\odot r_i}\right)$$

$$\cancel{m_1 = -27{,}3^m - \frac{35}{2}\lg 3{,}8 - \frac{35}{2}\lg\frac{1}{30000\cdot 206265}} =$$

$$= -27{,}3 - 17{,}5\lg 3{,}8 + 17{,}5\lg(6000000000) =$$

$$= -27{,}3 + 17{,}5\cdot 9 + 17{,}5\lg 6 - 17{,}5\lg 3{,}8 =$$

$$= -27{,}3 + 129{,}5 - 17{,}5\lg$$