№1



$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, где $T_1$ – период колебаний на северном полюсе.

$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g-a}}$, $T_2$ – период колебаний на экваторе

$$\begin{cases} T_2 = 1{,}02\,T_1, \\ T_1' = T_2; \end{cases}$$ $T_1'$ – период колебаний на полюсе на высоте 130км.

$$\begin{cases} 2\pi\sqrt{\frac{l}{g-a}} = 1{,}02\cdot 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}, \\ 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}} = \cancel{1{,}02}\, 2\pi\sqrt{\frac{l}{g-a}}; \end{cases}$$ $g'$ – ускорение свободного падения на высоте 130км.

$$1{,}02\cdot 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}}$$

$$\frac{1{,}02}{\sqrt{g}} = \frac{1}{\sqrt{g'}}$$

$$\frac{1{,}0404\cdot R^2}{GM} = \frac{(R+h)^2}{GM}$$, где $h = 130$км

$$1{,}0404R^2 = R^2 + 2Rh + h^2$$

$$0{,}0404R^2 - 2Rh - h^2 = 0$$

$$0{,}0404R^2 - 260R - 130^2 = 0$$

$$D = 260^2 + 4\cdot 130^2\cdot 0{,}0404 = 260^2(1+0{,}0404) = \cancel{1{,}02+2}\ (1{,}02\cdot 260)^2$$

$$R = \frac{260 + 260\cdot 1{,}02}{2\cdot 0{,}0404} = \frac{260\cdot 2{,}02\cdot 100}{8{,}08} = \frac{260}{4}\cdot 100 = 6500 \text{ км}$$

Второй корень уравнения будет отрицательным, чего быть не может ($R>0$).

$$2\pi\sqrt{\frac{l}{g-a}} = 1{,}02\cdot 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{g - \frac{4\pi^2 R}{T^2}}} = \frac{1{,}02}{\sqrt{g}}$$

$$\frac{1}{g - \frac{4\pi^2\cdot 6500000}{10^2\cdot 3600^2}} = \frac{1{,}0404}{g}$$

$$\frac{1}{g - \frac{4\pi^2\cdot 13}{36^2\cdot 2}} = \frac{1{,}0404}{g}$$

$$\frac{1}{g-\frac{\pi^2\cdot 13}{18\cdot 36}}=\frac{1{,}0404}{g}$$

$$g=1{,}0404g-\frac{1{,}02^2\cdot\pi^2\cdot 13}{18\cdot 36}$$

$$0{,}0404g=\frac{1{,}02^2\cdot\pi^2\cdot 13}{18\cdot 36}$$

$$g=5{,}1\ м/с^2$$

$v_I=$

Максимальной скоростью движения по поверхности ~~бу~~ является первая космическая скорость ($v=\sqrt{\frac{GM}{R}}=\sqrt{g\cdot R}$)

$$v=\sqrt{g\cdot R}=\sqrt{5{,}1\cdot 6500000}=\cancel{1000}^{100}\sqrt{51\cdot 65}=100\cdot\sqrt{3315}=5800\ м/с$$

Ответ: $v=5800$ м/с.

№3

Фиолетового смещения не будет наблюдаться, когда галактика не сможет ~~двигаться~~ в сторону Солнечной системы.

Т.к. скорость галактики ~~не пре~~ обычно не превышает 1000 км/с, то ~~фиолетового~~ фиолетового смещения не будет на расстоянии $r=\frac{v}{H}$, где $H$ – постоянная Хаббла ($H=68\ \frac{км}{с\cdot Мпк}$)

$$r=\frac{v}{H}=\frac{1000}{68}=14{,}7\ Мпк$$

Ответ: начиная с расстояния $r=14{,}7$ Мпк.

№4

$\frac{v}{c}=\frac{\Delta\lambda}{\lambda_{H_\alpha}}$, где $v$ – ~~ско~~ орбитальная скорость, $\Delta\lambda$ – полуамплитуда.

$$v=\frac{0{,}46}{6563}\cdot 3\cdot 10^8=21\ км/с$$

Т.к. два тела – звёзды, то падение блеска системы будет наблюдаться 2 раза за период

$T=2\cdot\Delta t=2\cdot 0{,}5=1$ год (период обращения системы)

$v=\frac{2\pi a}{T}$; $a=\frac{vT}{2\pi}$

$$\frac{T^2(M+m)}{a^3}=\frac{4\pi^2}{G}$$

$$\frac{T^2(M+m)\cdot 2^3\cdot \pi^3}{v^3\cdot T^3} = \frac{4\pi^2}{G}$$

$$\frac{(M+m)\cdot 2\pi}{v^3\cdot T} = \cancel{2}\,\frac{1}{G}$$

$$M+m = \frac{v^3\cdot T}{G\cdot 2\pi} = \frac{21000^3\cdot 365{,}25\cdot 3600\cdot 24\cdot 1}{6{,}67\cdot 10^{-11}\cdot 2\pi} = 7\cdot 10^{29}\text{ кг}$$

Т.к. минимальная масса звезды 0,09 $M_\odot$, то масса звезды-компаньона варьируется ~~в~~ от 0,09 $M_\odot$ до ~~$M+m-M_\odot$~~ $M+m-0{,}09M_\odot$

~~$M+m-M$~~ $M+m-0{,}9M_\odot = 7\cdot 10^{29} - 0{,}9\cdot 2\cdot 10^{30} = 7\cdot 10^{29} - 1{,}8\cdot 10^{29} = 5{,}2\cdot 10^{29}$ кг

Ответ: от $1{,}8\cdot 10^{29}$ кг до $5{,}2\cdot 10^{29}$ кг.

№2

Так как светимости двух карликов и двух гигантов совпадают, ~~то~~, и голубой карлик — гипотетическая звезда, то мы имеем два голубых гиганта и два красных карлика.

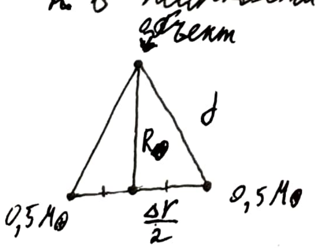
Системы голубой гигант - голубой гигант, красный карлик - красный карлик, ~~голубой гигант - красный карлик~~

Более вероятны, чем система голубой гигант - красный карлик, так как двойные звёзды стремятся иметь компоненты одинаковой массы ($0{,}2<\frac{M_1}{M_2}<1$). Красные карлики старше голубых гигантов.

Ответ: Система 1: голубой гигант — голубой гигант,
Система 2: красный карлик — красный карлик,
Старше система 2.

№5

Рассмотрим объект на расстоянии $R_\oplus$ от центра Земли ~~в плоскости экватора~~ на широте $\varphi = 90°$.




$$\frac{GM_\oplus}{R_\oplus}\cdot\left(1-J_2\left(\frac{R_\oplus}{R_\oplus}\right)^2\cdot\frac{3\sin\varphi-1}{2}\right) = 2\cdot\frac{\cancel{GM_\oplus}}{2\cdot d}\,GM_\oplus$$

$$\frac{1}{R_\oplus}\left(1-J_2\cdot 1\right) = \frac{\cancel{GM_\oplus}\cdot 1}{\sqrt{R_\oplus^2+\frac{\Delta r^2}{4}}}$$

$$\frac{1-J_2}{R_\oplus} = \frac{1}{\sqrt{\frac{4R_\oplus^2+\Delta r^2}{4}}}$$

$$\left(\frac{1-J_2}{R_\oplus}\right)^2 = \frac{\cancel{4}\, 4}{4R_\oplus^2 + \Delta r^2}$$

$$\cancel{4R_\oplus^2 =}$$

$$4R_\oplus^2 + \Delta r^2 = \frac{4R_\oplus^2}{(1-J_2)^2}$$

$$\Delta r = \sqrt{\frac{4R_\oplus^2}{(1-J_2)^2} - 4R_\oplus^2} = 2R_\oplus\sqrt{\frac{1}{(1-J_2)^2} - 1} = 2\cdot 6400 \cdot \sqrt{\frac{1}{(1-1{,}08\cdot 10^{-3})} - 1} =$$

$$= 2\cdot 6400 \cdot 0{,}047 = 600 \text{ км}$$

Ответ: $\Delta r = 600$ км.