Задача 4.

Код: СТА-19

Дано:
$R(t) \sim E^{0,2} \cdot t^{0,4}$
$S = 300$ пк.
$E_2 = 32E_1 = 32E$.
S_2 - ?

Решение.

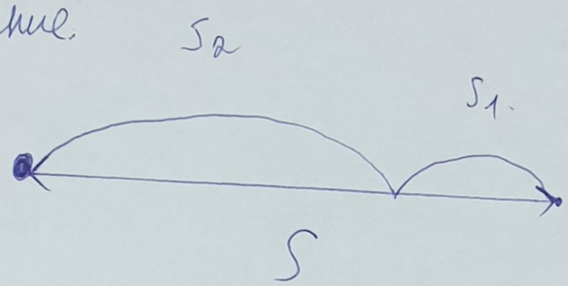


рис. 1.

Понятно, что если фронт ударной волны распространяется в виде сферы, то неважно под каким углом, ~~на~~ например, располагаются сверхновые, а также ~~такой~~ фронт во все стороны распространяется одинаково, значит такая ситуация эквивалентна ситуации, как на рис. 1. Понятно, что $R(t)$ — "скорость" распространения фронта. Найдем эти скорости распространения для 2-ой и 1-ой сверхновых.

$\cancel{R(t)_2 \sim E_2 \cdot t^2}$

$R(t)_2 \sim E_2^{0,2} \cdot t^{0,4}$

$R(t)_2 \sim E_1^{0,2} \cdot 32^{0,2} \cdot t^{0,4}$

$R(t)_1 \sim E_1^{0,2} \cdot t^{0,4}$

Понятно, что пути, пройденные фронтами прямопропорциональны скоростям распространения $\Longrightarrow$

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{R(t)_2}{R(t)_1} = 32^{0,2}$$

$$S_1 = \frac{S_2}{32^{0,2}}$$

Как видно из рис. 1, $S_1 + S_2 = S \Longrightarrow$

$$S_2 + \frac{S_2}{32^{0,2}} = S.$$

$32^{0,2} S_2 + S_2 = S \cdot 32^{0,2}$

Коб:
СТА-19

$S_2 (1 + 32^{0,2}) = S \cdot 32^{0,2}$

$S_2 = S \cdot \frac{32^{0,2}}{1+32^{0,2}}$

$32 = (4\sqrt{2})^2$

$\cancel{S_2 = S \cdot 4^{0,2} \cdot \sqrt{2}}$

$S_2 = S \cdot \frac{4^{0,4} \cdot 2^{0,2}}{1 + 4^{0,4} \cdot 2^{0,2}}$

$S_2 = \frac{2^1}{1+2^1} S = \frac{2}{3} S \Rightarrow$

$S_2 = \frac{2}{3} \cdot 30 \text{пк} = 20 \text{ПК}$

Ответ: $S_2 = 20 \text{ПК}$

Код: .

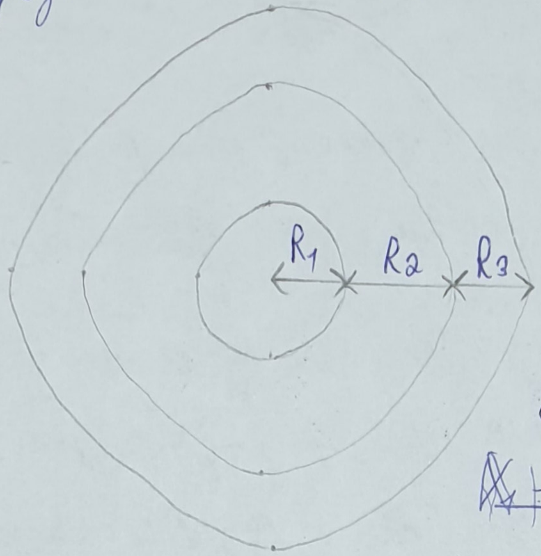
СТА – 19

Задача 2.

Дано:
$R_1 = 0,3R$
$R_2 = 0,4R$
$R_3 = 0,3R$
$\rho_2 = 3000\ кг/м^3$
$\rho_3 = 600\ кг/м^3$
$\rho_{ср} = 1500\ кг/м^3$
$\rho_1 - ?$

Решение:

Представим планету в разрезе:



Так как R_2 простирается до $0,7R$, а начинается от $R_1 = 0,3R$, $R_2 = 0,7R - 0,3R = 0,4R$.

$R_3 = R - (R_1 + R_2) = 0,3R$

$R = R_1 + R_2 + R_3$

Найдем объем ядра:

~~$V_1 = R_1 \rho_1 \cdot 0,3$~~

$$V_1 = \frac{4}{3}\pi R_1^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 0,3^3 R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 0,027 R^3$$

Понятно, что объем полосы R_2 есть разность объема шара с $R_4 = R_1 + R_2 = 0,7R$, и V_1:

$$V_2 = \frac{4}{3}\pi R_4^3 - \frac{4}{3}\pi R_1^3 = \frac{4}{3}\pi(0,7^3 R^3 - 0,027R^3) = \frac{4}{3}\pi \cdot (0,343R^3 - 0,027R^3) =$$

$$= 0,316 R^3 \cdot \frac{4}{3}\pi$$

Аналогично, объем полосы R_3 есть разность объема всей планеты и объема шара с R_4:

$$V_3 = \frac{4}{3}\pi R^3 - \frac{4}{3}\pi R_4^3 = \frac{4}{3}\pi(R^3 - 0,343R^3) = \frac{4}{3}\pi \cdot 0,657 R^3$$

Найдем массы всех трех полосок:

$m_1 = V_1 \cdot \rho_1$

$m_2 = V_2 \cdot \rho_2$

$m_3 = V_3 \cdot \rho_3$

Запишем ур-ие для средней плотности планеты:

Код:
СТА-19

$$\rho_{ср} = \frac{m_1 + m_2 + m_3}{V_1 + V_2 + V_3}$$

$$\rho_{ср} = \frac{\cancel{\frac{4}{3}\pi R^3}\left(0{,}027 \cdot \rho_1 + 0{,}316 \cdot \rho_2 + 0{,}657 \cdot \rho_3\right)}{\cancel{\frac{4}{3}\pi R^3}}$$

$$\rho_1 = \frac{\rho_{ср} - 0{,}316\rho_2 - 0{,}657\rho_3}{0{,}027};$$

$$\rho_1 = \frac{1530\,кг/м^3 - 948\,кг/м^3 - 394{,}2\,кг/м^3}{0{,}027} =$$

≈ 20866 кг/м^3 ($20866 \cdot 3 = 62598$, а шкале – 62600).

Ответ: $\rho_1 = 20866$ кг/м^3

4/10

Задача 3

Код: СТА-19

Дано:

$N = 100 \cdot 10^6$

$a_☾ = 3 \cdot 10^7$ км

$R_⊕ = 6371$ км

$\rho_☾ = 0{,}5'' = \frac{1}{7200}°$

И — ?

Решение:

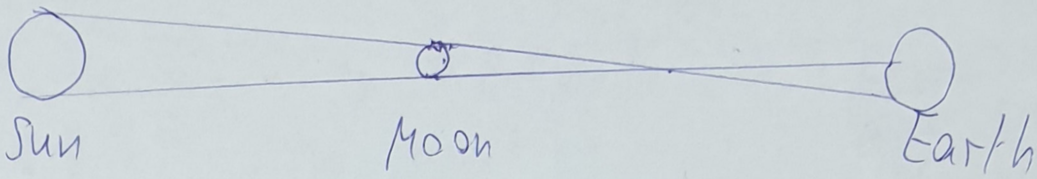
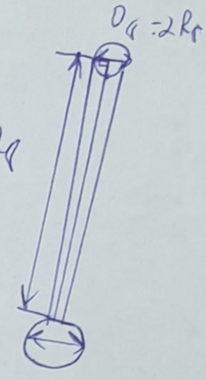


Рисунок не соответствует масштабу и реале. Он нужен схематичен. Понятно, что нужно оценить, какую часть поверхности Земли затронет данное явление.



Так как угловые размеры Солнца и Луны совпадают, то вся часть поверхности Земли, с которой можно наблюдать это явление будет видеть черный диск, и нам нужно оценить, какое кол-во времени будет продолжаться это явление.

$W_☾ \approx 13°/d$ — угловая скорость Луны. Понятно, что "угловая скорость Солнца" равна:

$W_⊙ = 1°/d$.

$$W_☾ = \frac{13°}{24ч} = \frac{13°}{24 \cdot 3600с} = \frac{13°}{24 \cdot 60м} \approx \frac{1}{120}°/мин.$$

$$W_⊙ = \frac{1°}{24 \cdot 60м} \approx \frac{1}{1440}°/мин$$

Так как $W_⊙$ будет ~~фгу~~ фигурировать, то её надо учитывать. Понятно, что:

$$T = \frac{\rho_☾}{W_☾ + W_⊙} = \frac{\frac{1}{7200}°}{\frac{1}{120}°/мин + \frac{1}{1440}°/мин} = \frac{24}{13} мин \approx 1{,}8 мин.$$

5/10

Понятно, что такое кол-во времени явление будет наблюдаться в конкретной точке местности, а в целом во ~~всех~~ всей

Id: СТ 19

Местами, где она сможет наблюдаться. Понятно, что самым оптимальным вариантом будет тот случай, когда "темная область" проходит по всему Земному диаметру. Найдем площадь темного пятна:

$$\cancel{S_T = 2\pi R_\oplus^2 \cdot p_\theta = \frac{2\pi \cdot 6371 км}{7200} \approx \frac{6 \cdot 6371 км}{3600} \frac{6,371}{1,2} \approx}$$

$$\cancel{\approx 5,2}$$

$$S_T = \pi R_\oplus^2 \cdot p_\theta = \frac{\pi \cdot 6371 км^2}{7200} = \frac{6371 км^2}{1200} \approx$$

$$\approx \frac{4119}{9,12} \approx 41190 км^2$$

Понятно, что нам нужен диаметр малого пятна:

$$D = 2R_\oplus \cdot p_\theta = \frac{2 \cdot 6371 км}{\cancel{7200}\ 3600} \approx \frac{6,371}{3,6} \approx 1,8 км.$$

$$n = \frac{2\pi R_\oplus}{2\pi \frac{D}{2}} = \frac{2\pi R_\oplus}{2R_\oplus \cdot p_\theta \cdot \pi} = 7200.$$

$$T_0 = n \cdot T = 7200 \cdot 1,8 мин = 12960 мин.$$

Найдем, также кол-во детей, которые рождаются в одну минуту:

$$u = \frac{N}{\cancel{86400}\ 1 г} = \frac{160 \cdot 10^6}{365 \cdot 24 \cdot 60 мин} = \frac{160000000}{365 \cdot 24 \cdot 60} \approx$$

$$\approx \frac{10960}{36} = \frac{5480}{18} = \frac{2740}{9} \approx 304 \frac{1}{мин}$$

$$\cancel{n = \frac{T_0}{u} =}$$

$$u = T_0 \cdot u \approx 400000.$$

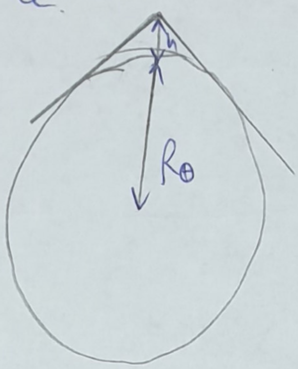
Задача 5.

Код: СТА-19

Дано:
$h = 442 м$
$R_\oplus = 6371 км$
$\varphi = 25^\circ$

$\Delta T - ?$

Решение:



Понятно, что Дубай находится примерно возле моря, поэтому достаточно найти разницу светового дня

Можно найти отношение дуг, которые проходит Солнце для наблюдателя в небосводе и для наблюдателя на ~~Зем~~ земле:

$$\varphi_1 = 180^\circ$$

$$\varphi_2 = \frac{h + R_\oplus}{R_\oplus} \cdot 180^\circ = \frac{6371442 м}{6371 км} \approx 1{,}900006.$$

Так как Дубай находится не в тропиках, а в умеренных широтах, то нельзя однозначно сказать о продолжительности светового дня в любой день, поэтому лучше всего взять точку весеннего равноденствия, когда ~~весь~~ Солнце половина под горизонтом и половина над. ⇒

$$T_1 = 12^h = 33200\ с.$$

$$\varphi_2 \cdot T_1 = \Delta T = 240\ с$$

Ответ: $\Delta T = 240 с$

7/10

Задача 1

Код: Ст1-19

Дано:

$L_Э = 60000 км$

$R_⊕ = 6371 км$

$\rho = \rho, 5'' = \frac{1}{7200}$

$M_⊕ = 6 \cdot 10^{24} кг$

$R_П - ?$

$e_1 - ?$

Решение:

Запишем II-ой з-н Ньютона и з-н всемирного тяготения:

$$\begin{cases} F = G\frac{M \cdot m}{R^2} \\ F = m \cdot a \end{cases}$$

$$a = G\frac{M_i}{R_i^2}$$ — ускорение свободного падения.

Так как ускорение свободного падения на экваторе равно земному, то:

$$\cancel{G}\frac{M_⊕}{R_⊕^2} = \cancel{G}\frac{M_П}{R_П^2}$$, где $M_П$ — масса планеты, $R_П$ — радиус планеты

Выразим радиус планеты через длину экватора:

$$2\pi R_П = L_Э$$

$$R_П = \frac{L_Э}{2\pi} = \frac{60000 км}{2 \cdot 3{,}14} = \frac{30000 км}{3{,}14} \approx 9553 км.$$

$$M_П = \frac{R_П^2}{R_⊕^2} \cdot M_⊕ = \frac{9553^2}{6371^2} \cdot 6 \cdot 10^{24} кг =$$

$$\approx 1{,}5^2 \cdot 6 \cdot 10^{24} кг = 13{,}5 \cdot 10^{24} кг = 1{,}35 \cdot 10^{25} кг.$$

Запишем сидерический период обращения Луны:

$$T = 29{,}46^d \approx 29{,}5^d$$

8/10

Будем считать орбиту круговой, поэтому пусть a_1 — радиус такой орбиты, тогда: Код: СТА-19

$$T = \frac{2\pi a_1}{v_1}$$, где v_1 — вторая космическая скорость для такой планеты на расстоянии a_1 от центра, поэтому:

$$T = \frac{2\pi a_1}{\sqrt{2G\frac{M_П}{a_1}}} = \frac{2\pi a_1 \cdot \sqrt{a_1}}{\sqrt{2GM_П}}$$

$$T^2 = \frac{2\pi^2 a_1^2 \cdot a_1}{GM_П}$$

$$a_1 = \sqrt[3]{\frac{T^2 \cdot G \cdot M_П}{2\pi^2}} =$$

$$= \sqrt[3]{\frac{(29,5 \cdot 24 \cdot 3600c)^2 \cdot 6,672 \cdot 10^{-11} \cdot 1,35 \cdot 10^{25} т}{2 \cdot 3,14^2}}$$

Как можем заметить, такой путь для нахождения a_1 абсолютно нетривиален, значит выразим a_1 через $a_б$:

$$\frac{a_1}{a_б} = \sqrt[3]{\frac{M_П}{M_⊕}} = \sqrt[3]{\frac{1,35 \cdot 10^{25} кг}{6 \cdot 10^{24} кг}} = \sqrt[3]{\frac{13,5}{6}} =$$

$$= \sqrt[3]{2,2} \approx \sqrt[3]{2} \approx 1,25$$

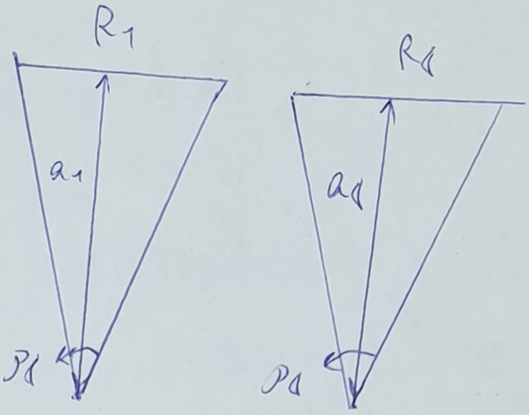
$$a_1 = 1,25 \cdot a_б = 3,75 \cdot 10^7 км$$

9/10

Гдд: СТА-19

Понятно, что если совпадает угловой размер, то верно соотношение.

$$\frac{R_1}{a_1} = \frac{R_☾}{a_☾}$$



$$R_1 = R_☾ \cdot \frac{a_1}{a_☾} =$$

$= 1{,}25 \cdot R_☾ =$

$= 1{,}25 \cdot 1732$ км $= 2165$ км. — Это будет сфера с таким радиусом

Ответ: $R_1 = 2165$ км, $l_1 = 3{,}75 \cdot 10^7$ км

10 ~~9~~ /10