№4

Пусть $R_1(R)^t$ - радиус фронта ударной волны у более мощной Сверхновой, E_1 - энергия её взрыва

$R_2(t)$ и E_2 для менее мощной, тогда

$E_1 = 32E_2$

Пусть они встретятся, когда $t = t_0$, тогда

$R_1(t_0) + R_2(t_0) = 300$ пк $\Leftrightarrow$

Пусть $R(t) = \alpha E^{\frac{1}{5}} t^{\frac{2}{5}}$, искомое расстояние L, тогда

~~$\alpha\sqrt[5]{E_1 t_0^2} + \alpha\sqrt[5]{E_2 t_0^2} = 300$ пк~~

~~$2\alpha\sqrt[5]{E_2 t_0^2} + \alpha\sqrt[5]{E_2 t_0^2} = 300$ пк~~

~~$\alpha\sqrt[5]{E_2 t_0^2} = 100$ пк~~

$\Leftrightarrow \alpha\sqrt[5]{E_1 t_0^2} + \alpha\sqrt[5]{E_2 t_0^2} = 300$ пк

$2\alpha\sqrt[5]{E_2 t_0^2} + \alpha\sqrt[5]{E_2 t_0^2} = 300$ пк

$\alpha\sqrt[5]{E_2 t_0^2} = 100$ пк

$L = R_1(t_0) = \alpha\sqrt[5]{E_1 t_0^2} = 2\alpha\sqrt[5]{E_2 t_0^2} = 2 \cdot 100$ пк $= 200$ пк

Ответ: $L = 200$ пк

№3

Полное солнечное затмение длится около $t = 2$ мин

Посчитаем кол-во детей рождающихся в мире за минуту

$$n = \frac{160 \cdot 10^6}{365 \cdot 24 \cdot 60} = \frac{20 \cdot 10^6}{365 \cdot 3 \cdot 60} = \frac{2 \cdot 10^6}{365 \cdot 18}$$

Тогда ответом будет $N = nt = \frac{4 \cdot 10^6}{365 \cdot 18} = \frac{4 \cdot 10^5}{657} \approx \cancel{609}\ 610$ человек

$$\begin{array}{r} 365 \\ \times\ 18 \\ \hline 2920 \\ +365 \\ \hline 6570 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 400000 & 657 \\ -3942 & 608{,}8 \approx \cancel{609}\ 610 \\ \hline 5800 & \\ -5256 & \\ \hline 5440 & \\ -5256 & \\ \hline 184 & \end{array}$$

Ответ: ~~610~~ около 610 человек

Пусть радиус планеты R, плотности ядра $\rho_я$, внутреннего слоя $\rho_{внутр}$, внешнего слоя $\rho_{внеш}$ и всей планеты ρ_0, тогда ~~посчитае~~ напишем формулы для масс каждой из частей и всей планеты

$$m_я = \rho_я \cdot \frac{4}{3}\pi (0{,}3R)^3 = \rho_я \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 (0{,}3)^3$$

$$m_{внут} = \rho_{внут} \cdot \frac{4}{3}\pi ((0{,}7R)^3 - (0{,}3R)^3) = \rho_{внут} \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 ((0{,}7)^3 - (0{,}3)^3)$$

$$m_{внеш} = \rho_{внеш} \cdot \frac{4}{3}\pi \cdot R^3 (1 - (0{,}7)^3)$$

$$m_0 = \rho_0 \cdot \frac{4}{3}\pi R^3$$

При этом $m_0 = m_я + m_{внут} + m_{внеш}$

$$\cancel{m_0}\ \rho_0 \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 = \rho_я \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 (0{,}3)^3 + \rho_{внут} \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 ((0{,}7)^3 - (0{,}3)^3) + \rho_{внеш} \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 (1 - (0{,}7)^3)$$

$$\rho_0 = \rho_я \cdot (0{,}3)^3 + \rho_{\cancel{внеш}\ внут} ((0{,}7)^3 - (0{,}3)^3) + \rho_{внеш} (1 - (0{,}7)^3)$$

$$\rho_я = \frac{\rho_0 - \rho_{внут}(0{,}7)^3 + \rho_{внут}(0{,}3)^3 - \rho_{внеш}(1 - \cancel{\rho}(0{,}7)^3)}{(0{,}3)^3} = \rho_{внут} + \frac{\rho_0 - \rho_{внут}(0{,}7)^3 - \rho_{внеш}(1 - (0{,}7)^3)}{(0{,}3)^3}$$

$$\rho_я = 3000 + \frac{1530 - 3000 \cdot 0{,}343 - 600 \cdot (1 - 0{,}343)}{0{,}027} = \frac{1530 - 1029 - 394{,}2}{0{,}027} + 3000 = 3000 + \cancel{\frac{895{,}2 \cdot 1000}{27}}\ \frac{106{,}8 \cdot 1000}{27} \approx 3000 + 3956 = 6956 \text{ кг/м}^3$$

Ответ: $\rho_я \approx 6956$ кг/м³

Будем считать планету и спутник сферами с радиусами R_0 и R_c соответственно, расстояние между их центрами L. $R_з$ - радиус Земли; т.к. длина Земного экватора около 40 000 км, то

$$\left.\begin{array}{l} 2R_з\pi = 40000 \\ 2R_0\pi = 60000 \end{array}\right| \Rightarrow R_0 = 1{,}5R_з$$

Пусть спутник движется по окружности с центростремительным ускорением a, при этом считаем, что на спутник действует только сила притяж. планеты.

Из равенства сил тяжести на полюсах планеты и Земли

$$g = \frac{G\cdot M_0}{R_0^2} = \frac{G\cdot M_0}{2{,}25R_з^2} \Rightarrow M_0 = \frac{2{,}25gR_з^2}{G}$$ где M_0 - масса планеты

$$a = G\cdot\frac{M_0}{L^2} = \frac{G\cdot 2{,}25gR_з^2}{GL^2} = \frac{2{,}25gR_з^2}{L^2}$$

При этом $a = \omega^2 L$, где ω - угловая скорость спутника $\omega = \frac{2\pi}{T}$, где T - период обращения спутника, а значит период обращения Луны

$$\frac{4\pi^2}{T^2}L = \frac{2{,}25gR_з^2}{L^2} \Rightarrow L = \sqrt[3]{\frac{2{,}25T^2R_з^2g}{4\pi^2\cancel{L^2}}}$$

~~$L = \sqrt[3]{2{,}2}$~~ За T будем брать сидерический период обращения Луны вокруг Земли, т.к. нас интересует время между одинаковыми точками орбиты спутника

$$L = \sqrt[3]{\frac{2{,}25\cdot(27{,}5\cdot24\cdot60\cdot60)^2\cdot10\cdot6400^2\cdot10^6}{4\cdot3{,}14^2}} = \sqrt[3]{\frac{2{,}25(27{,}5\cdot24\cdot36)^2\cdot10^{15}\cdot64^2}{4\cdot3{,}14^2}} =$$

$$= \sqrt[3]{\frac{2{,}25(27{,}5\cdot6\cdot9)^2\cdot10^{15}\cdot2^{18}}{3{,}14^2}} = 2^6\cdot10^5\cdot\sqrt[3]{\frac{2{,}25\cdot(27{,}5\cdot2)^2\cdot36}{3{,}14^2}} = 2^6\cdot10^5\cdot3^2\cdot$$

$$\cdot\sqrt[3]{\frac{2{,}25\cdot 55^2}{3{,}14^2}}=2^6\cdot 10^5\cdot 3^2\cdot\sqrt[3]{\frac{225\cdot 55^2}{314^2}\cdot 10^{2}}=2^5\cdot 10^6\cdot 3^2\sqrt[3]{\frac{3^2\cdot 11\cdot 5}{314^2}\cdot 10^2}=$$

$$\cancel{=2^5\cdot 10^6\cdot 3^2\cdot\sqrt[3]{\frac{9900\cdot 5}{314^2}}=2^5\cdot 10^6\cdot 3^2\cdot\sqrt[3]{\frac{9900\cdot 5}{98596}}\approx 2^5\cdot 10^6\cdot 3^2\cdot\sqrt[3]{0{,}5}=}$$

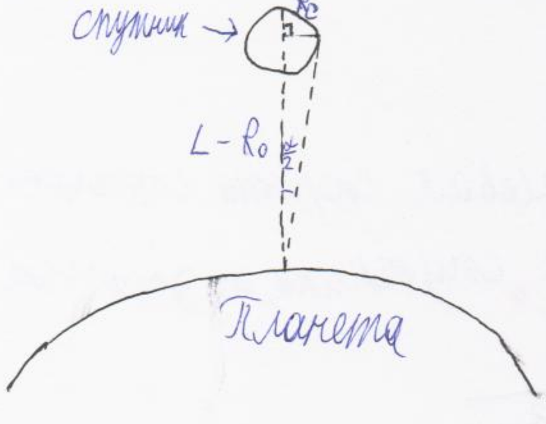
$$\cancel{=2^5\cdot 10^5\cdot 3^2\cdot\sqrt[3]{100}}$$

$$=2^5\cdot 10^6\cdot 3^2\cdot\sqrt[3]{\frac{9900\cdot 55}{314^2}}=2^5\cdot 10^6\cdot 3^2\cdot\sqrt[3]{\frac{9900\cdot 55}{98596}}\approx 2^5\cdot 10^6\cdot 3^2\cdot\sqrt[3]{5{,}5}=$$

$$=2^4\cdot 10^6\cdot 3^2\sqrt[3]{44}\approx 2^4\cdot 10^5\cdot 3^2\cdot 35=10^6\cdot 2^3\cdot 3^2\cdot 7=$$

$$=10^6\cdot 8\cdot 9\cdot 7=504\cdot 10^6\ м=504\ 000\ км$$

Теперь известно расстояние между центрами планеты и спутника. Теперь определим R_c. Т.к. видимые размеры такие же, как ~~на~~ луны, то угловой размер спутника если смотреть с поверхности планеты $\alpha=0{,}5°$



$$\cancel{R_c=\sqrt{\ }}$$

$$\left(\frac{R_c}{\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)}\right)^2=R_c^{\,2}+(L-R_0)^2$$

$$R_c^{\,2}\left(\frac{1}{\sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)}-1\right)=(L-R_0)^2$$

$$R_c=\sqrt{\frac{(L-R_0)^2}{\left(\frac{1}{\sin\frac{\alpha}{2}}-1\right)\left(\frac{1}{\sin\frac{\alpha}{2}}+1\right)}}=\sqrt{\frac{(L-1{,}5R_3)^2}{\left(\frac{1}{\sin\frac{\alpha}{2}}-1\right)\left(\frac{1}{\sin\frac{\alpha}{2}}+1\right)}}$$

$$\frac{\alpha}{2}=0{,}25°=\frac{0{,}25\cdot\pi}{180}\approx\frac{3{,}14}{720}\ рад$$

т.к. $\frac{\alpha}{2}\ll 1$, то $\sin\frac{\alpha}{2}\approx\frac{\alpha}{2}\approx\frac{3{,}14}{720}$

$$R_c=(L-1{,}5R_3)\sqrt{\frac{1}{\left(\frac{1}{\sin\frac{\alpha}{2}}-1\right)\left(\frac{1}{\sin\frac{\alpha}{2}}+1\right)}}$$

$$R_c=(504\ 000-1{,}5\cdot 6400)\sqrt{\frac{1}{\left(\frac{720}{3{,}14}-1\right)\left(\frac{720}{3{,}14}+1\right)}}=408\cdot 10^3\cdot\sqrt{\frac{1}{\frac{716{,}86\cdot 723{,}14}{3{,}14^2}}}=$$

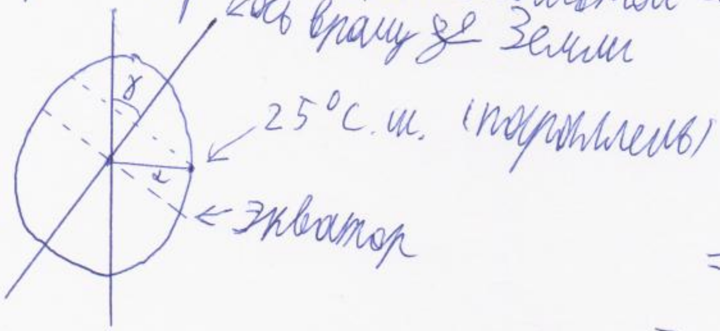
$$= 408 \cdot 10^3 \cdot 3{,}14 \cdot \sqrt{\frac{1}{716{,}86 \cdot 723{,}14}} \approx \frac{408 \cdot 10^3 \cdot 3{,}14}{720} =$$

$$= \frac{17}{30} \cdot 3{,}14 \cdot 10^3 = \frac{17 \cdot 314}{3\cancel{0}} = \frac{5338}{3} \approx 1779 \text{ км}$$

Ответ $L \approx 504\,000$ км
$R_c \approx 1779$ км

№ 5

Посчитаем продолжительность ~~на~~ дня на уровне моря при максимальной его продолжительности T:



$$T = \cancel{T_0}\, T_0 \cdot \frac{R\cos\alpha + R\sin\alpha \cdot tg\gamma}{2R\cos\alpha} =$$

$$= T_0\left(\frac{1}{2} + \frac{tg\alpha \cdot tg\gamma}{2}\right)$$

T_0 – время обращения ~~зв.~~ Земли вокруг своей оси $T_0 = 23$ ч 56 мин