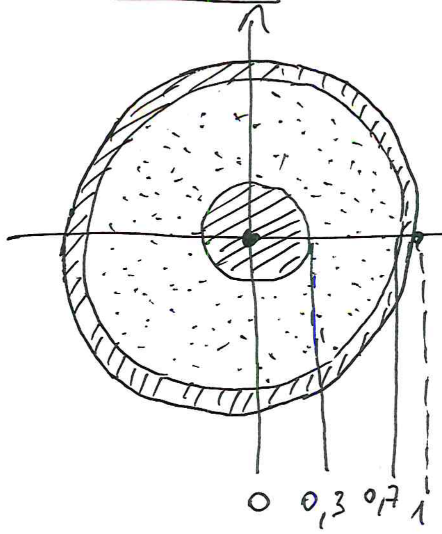
Задача №2



$\rho_я$ – ядро, $V_я$

ρ_c – слой средний, V_c

$\rho_в$ – слой внешний, $V_в$

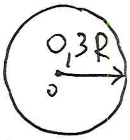
$\rho_{сред}$ – средняя плотность, $V_{общ}$

$$\rho_{сред} = \frac{V_я \cdot \rho_я + V_c \cdot \rho_c + V_в \cdot \rho_в}{V_{общ}} = \frac{M_{общ}}{V_{общ}}.$$

$$\rho_{сред} V_{общ} = V_я \cdot \rho_я + V_c \cdot \rho_c + V_в \cdot \rho_в.$$

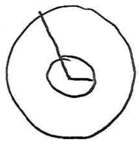
Объем ядра:

$$V_я = \frac{4}{3}\pi (0,3R)^3.$$



$$V_я = \frac{4}{3}\pi \cdot 0,027R^3$$

Объем среднего слоя



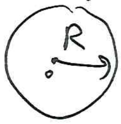
$$V_c = \frac{4}{3}\pi (0,7R)^3 - V_я$$

$$V_c = \frac{4}{3}\pi (0,7R)^3 - \frac{4}{3}\pi (0,3R)^3$$

$$V_c = \frac{4}{3}\pi (0,343R^3 - 0,027R^3)$$

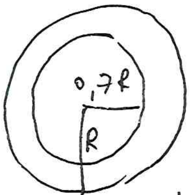
$$V_c = \frac{4}{3}\pi R^3 \cdot 0,316$$

общий объем



$$V_{общ} = \frac{4}{3}\pi R$$

Объем внешнего слоя:



$$V_в = \frac{4}{3}\pi R^3 - \frac{4}{3}\pi (0,7R)^3$$

$$V_в = \frac{4}{3}\pi R^3 - \frac{4}{3}\pi R^3 \cdot 0,343; \quad V_в = \frac{4}{3}\pi R^3 (1 - 0,343) = \frac{4}{3}\pi R^3 \cdot 0,657$$

$$\rho_{сред} \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 = 0,027 \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 \cdot \rho_я + \frac{4}{3}\pi R^3 \cdot 0,316 \cdot \rho_c + \frac{4}{3}\pi R^3 \cdot 0,657 \cdot \rho_в.$$

Сократим на $\frac{4}{3}\pi R^3$

$$\rho_{сред} = 0,027\rho_я + 0,316\rho_c + 0,657\rho_в; \quad \rho_я = \frac{\rho_{сред} - 0,316\rho_c - 0,657\rho_в}{0,027}$$

$$\rho_я = \frac{1530 - 0,316 \cdot 3000 - 0,657 \cdot 600}{0,027.} \quad \left[\frac{кг}{м^3}\right]$$

Вычисления

$0,3 \times 0,3 = 0,09$; $0,09 \times 0,3 = 0,0027$

$7^3 =$; $316 \times 3 = 948$; $49 \times 7 = 343$

$\cancel{0,343} - \cancel{0,027}$; $0,343 - 0,027$; $327 + 16 = 343$

$\frac{316}{1000} \cdot 3000 = 316 \cdot 3 =$

$0,49 \times 0,7$

$4 \times 7 + 6 = 28 + 6 = 34$

$1,000 - 0,657 \cdot 6 \cdot 100$; $\frac{657}{1000}$; $= \frac{657}{10} \cdot 6$

$49 \cdot 7 \cdot 0,001 = 0,343$

$0,999 - 0,343 = 656$; $+0,001$; $656 + 0,001 = 657$; $657 + 343 = 1000$

Задача №2. Продолжение

ДОП-077

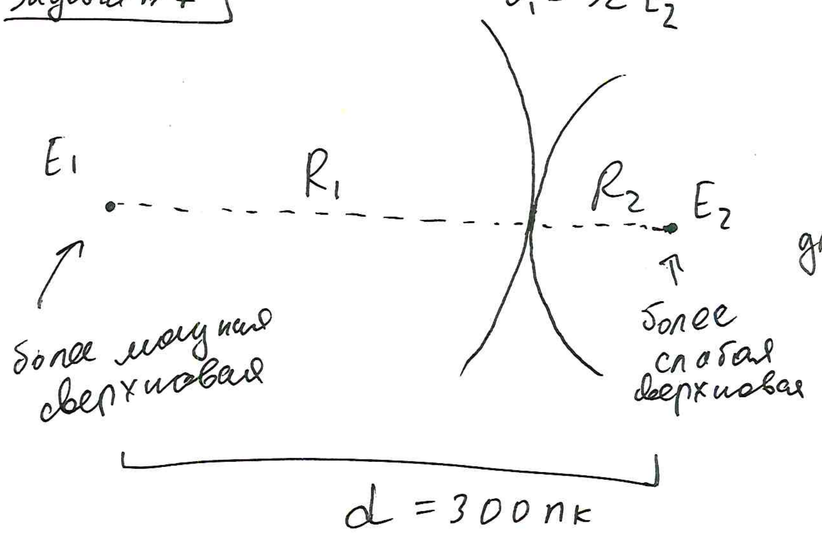
$$\rho_a = \frac{1530 - 948 - 394{,}2}{\frac{27}{1000}} = \frac{(1530-948-394{,}2)\cdot 1000}{27} = \frac{(582-394{,}2)\cdot 1000}{27} =$$

$$= \frac{187{,}8\cdot 1000}{27} \approx 5{,}5\cdot 1000 \approx \boxed{5500\ кг/м^3}$$

$\boxed{\text{Ответ: } 5500\ кг/м^3}$

Задача №4

$E_1 = 32 E_2$



Пусть от момента вспышки до встречи фронтов прошло время τ. Очевидно, что для обоих фронтов $t=\tau$.

Тогда $R_1 = A\cdot E_1^{\frac{1}{5}}\cdot \tau^{\frac{2}{5}}$

некоторый коэффициент пропорциональности

$R_2 = A\cdot E_2^{\frac{1}{5}}\cdot \tau^{\frac{2}{5}}$

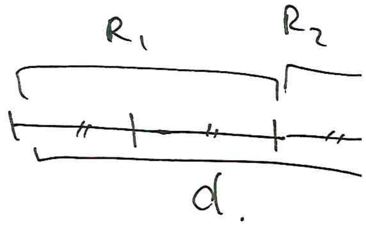
При этом ~~$R_2 = d - R_1$~~ $\boxed{R_1 + R_2 = d}$

~~$d = A\cdot E_1^{\frac{1}{5}}\cdot \tau^{\frac{2}{5}} + A\cdot E_2^{\frac{1}{5}}\cdot \tau^{\frac{2}{5}}$~~

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_1}{d-R_1}.$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{A\cdot E_1^{\frac{1}{5}}\cdot \tau^{\frac{2}{5}}}{A\cdot E_2^{\frac{1}{5}}\cdot \tau^{\frac{2}{5}}};\quad \frac{R_1}{R_2} = \frac{E_1^{\frac{1}{5}}}{E_2^{\frac{1}{5}}};\quad \frac{(32E_2)^{\frac{1}{5}}}{E_2^{\frac{1}{5}}} = \frac{R_1}{R_2}$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{2E_2^{\frac{1}{5}}}{E_2^{\frac{1}{5}}};\quad \frac{R_1}{R_2} = 2 \Rightarrow R_1 = 2R_2 \rightarrow$$



$\boxed{R_1 = \frac{2}{3}d} = \boxed{200\ пк.}$

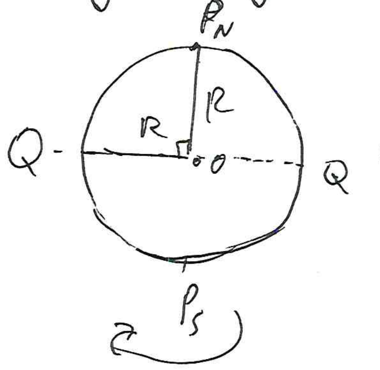
Ответ: на расстоянии в 200 пк.

$3000\cdot\frac{316}{1000} = 316\cdot 3 = 948.$

$1530 - 948$; $27\times 65 = 135,\ 162$; $1499+1+30$; -948; 551; $552+30=582$; $582{,}0 - 394{,}2$; $581\ (10) - 394{,}2 = 187{,}8$; $187{,}8 + 394{,}2 = 582{,}0$; 27×6; $42+120=162$; 27×67; $\times 27$

Задача 1 ДОЛ-077

а) Пусть у планеты нет полярного сжатия.



1) На полюсе g ⇒ не учитываем нормальное ускорение из-за вращения.

$2\pi R_п = L_п$ ~~L = 60~~ $L_п = 6\cdot10^4$ км

$g_п$ - планета (индекс п относится к планете
индекс з - земля
индекс с - спутник планеты; индекс л - Луна земная

2) $g_п = g_з$; $\frac{GM_п}{R_п^2} = \frac{GM_з}{R_з^2}$; $M_п \cdot R_з^2 = M_з \cdot R_п^2$

$2\pi R_з = L_з = 4\cdot10^4$ км;

$R_п = \frac{L_п}{2\pi}$; $R_з = \frac{L_з}{2\pi}$

$M_п \cdot \left(\frac{L_з}{2\pi}\right)^2 = M_з \cdot \left(\frac{L_п}{2\pi}\right)^2$

$M_п \cdot \left(\frac{4\cdot10^4}{2\pi}\right)^2 = M_з \cdot \left(\frac{6\cdot10^4}{2\pi}\right)^2$

$M_п \cdot \frac{16}{4\pi^2}\cdot10^8 = M_з \cdot \frac{36}{4\pi^2}\cdot10^8$

$M_п = \frac{36 M_з}{16}$;

$\boxed{M_п = 2{,}25\, M_з}$ → Нашли массу планеты

$T_с = T_л$; $T_с^2 = T_л^2$

$\frac{4\pi^2 a_с^3}{GM_п} = \frac{4\pi^2 a_л^3}{GM_з}$; $\frac{a_с^3}{2{,}25 M_з} = \frac{a_л^3}{M_з}$;

$a_с^3 = 2{,}25\, a_л^3$; $a_л = 3{,}8\cdot10^5$ км. ; $\boxed{a_с = a_л \cdot \sqrt[3]{2{,}25}}$

~~$a_л = 3{,}84\cdot10^5$ км~~

$a_с = \sqrt[3]{2{,}25\cdot(3{,}8\cdot10^5)^3}$ (км)

$a_с = \sqrt[3]{2{,}25\cdot54{,}9\cdot10^{15}}$ (км) $= 10^5\cdot\sqrt[3]{2{,}25\cdot54{,}9}$ (км)

$\boxed{a_с = 10^5\cdot\sqrt[3]{123{,}5}\ \text{км} \approx 4{,}95\cdot10^5\ \text{км} \approx 5\cdot10^5\ \text{км.}}$

Видимые размеры луны (угловой диаметр) и спутника:

~~$\alpha_л = 31' = \frac{2R_л}{a_л - R_п} = \frac{2R_c}{a_c - R_з} = \alpha_c$~~

~~$\frac{R_л}{a_л - R}$~~

$\alpha_л = 31' = \frac{2R_л}{a_л - R_з} = \frac{2R_c}{a_c - R_п}$

т.к. наблюдаем с поверхности планет, а не с центра.

$\frac{R_л}{a_л - R_з} = \frac{R_c}{a_c - R_п}$; $R_c = \frac{R_л(a_c - R_п)}{a_л - R_з}$;

$R_c = \frac{1740 \cdot \left(5 \cdot 10^5 - \frac{6 \cdot 10^4}{2\pi}\right)}{3{,}8 \cdot 10^5 - 6400}$ [км]; $R_c = \frac{1740(5 \cdot 10^5 - 9500)}{3{,}74 \cdot 10^5} =$ [км]

$= \frac{1740 \cdot 490500}{3{,}74 \cdot 10^5}$ [км] $= \frac{1740 \cdot 4{,}9 \cdot 10^5}{3{,}74 \cdot 10^5}$ [км]

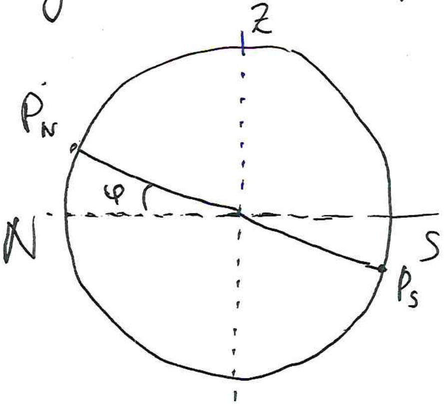
$R_c = \frac{1{,}74 \cdot 4{,}9}{3{,}74} \cdot 10^3$ [км]; $R_c = \frac{8{,}53}{3{,}74} \cdot 10^3$ км

$R_c \approx 2{,}3 \cdot 10^3$ км. $\boxed{R_c \approx 2300 \text{ км.}}$

Ответ: радиус $R_c \approx 2300$ км
расстояние от центра планеты $a_c \approx 4{,}9 \cdot 10^5$ км $\approx 5 \cdot 10^5$ км

Задача 5. | ДОЛ-077

Вид небесной сферы на широте +25°: в проекции на небесный меридиан:



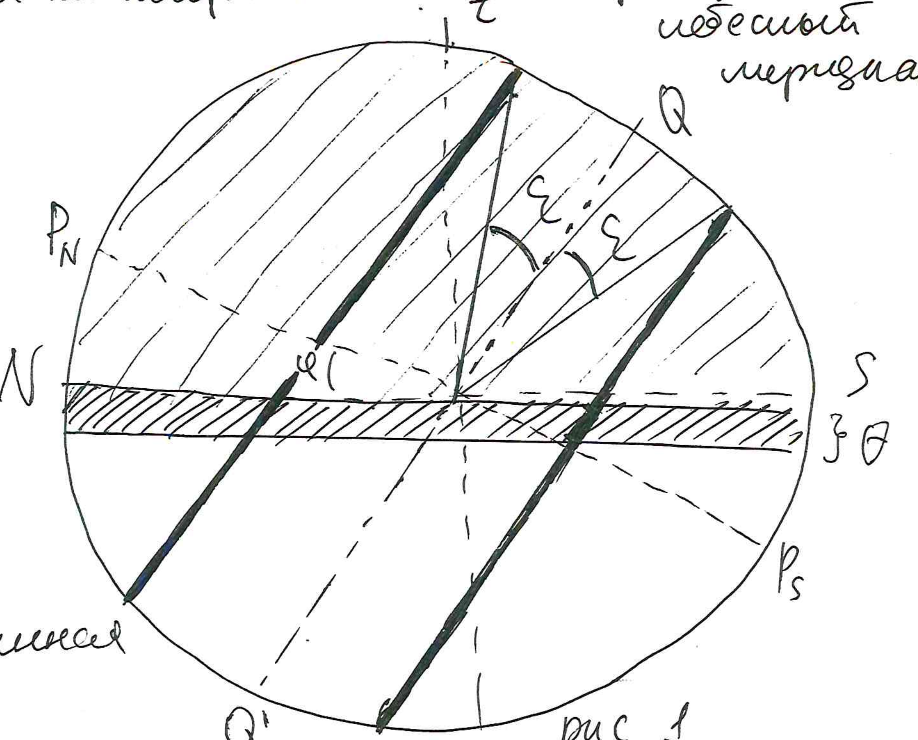


рис 1.

для наблюдателя на уровне моря доступна часть сферы, заштрихованная так .

для наблюдателя на возвышении доступна еще полоска сферы шириной θ ( ) (понижение горизонта)

Рассчитаем θ:

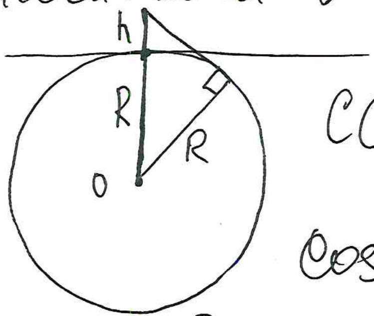


рис. 2

~~θ = ar~~

$$\cos\theta = \frac{R}{R+h}; \quad \cos\theta = \frac{6378}{6378{,}442}$$

$$\cos\theta \approx 0{,}99 \rightarrow \boxed{\theta \approx 2{,}5^\circ}$$

На рис 1 показаны жирными линиями разные положения солнца. (суточные параллели)

~~Пусть~~ ~~Вр~~ Длительность ~~сут~~ светового дня на башне и на уровне моря отличается на 2τ, где τ – время прохождения Солнца по отрезку между истинным горизонтом и горизонтом, пониженным на θ.

С помощью плоского приближения рассчитаем врем движения солнца по этому отрезку.

(~~По~~ Плоское приближение работает в силу малости углов и близости к ...

Задача 5. (Продолжение)

... большому кругу сферы).

Наклон небесного экватора (а с ним и суточных параллелей Солнца) к горизонту равен $90° - \varphi = 90° - 25° = 65°$.

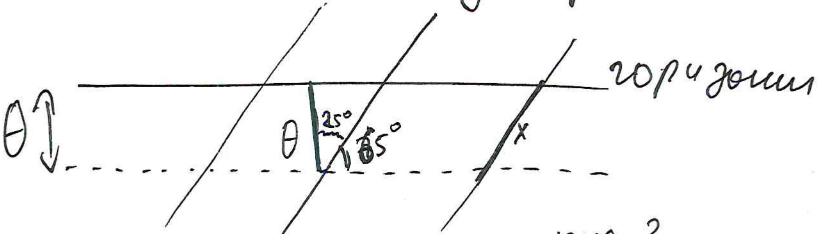


рис 3.

$\tau = \dfrac{x}{w}$ ← x см. рис. 3; w ← угл. скорость движения Солнца (средняя)

$\cancel{x = \theta \cdot \cos 65}$ $x = \theta \cdot \sin 65 \approx \theta \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$x \approx \dfrac{2{,}5 \cdot \sqrt{3}}{2}° \approx 1{,}25 \cdot \sqrt{3}° \approx 2{,}16° \approx 2{,}2°$

$w = \dfrac{2\pi}{T_\odot}\left(\dfrac{рад}{с}\right) = \dfrac{360°}{T_\odot}\left[°/с\right] \approx 0{,}004\ °/с$

солнечные сутки; $T_\odot = 24^h$.

$\tau = \dfrac{2{,}2}{0{,}004}(с) = \dfrac{2{,}2}{\frac{4}{1000}} = \dfrac{2{,}2 \cdot 10^3}{4} = 0{,}55 \cdot 10^3 =$

$= 550$ с ≈ 9 мин.

Но с учетом точности расчетов $\tau \approx 10$ мин.

Т.к. солнце дважды проходит через полосу шириной θ, полная разница в длительности суток составляет 2τ.

$\Delta T = 2\tau \approx 18$ мин ≈ 20 мин.

Ответ.

Задача 3

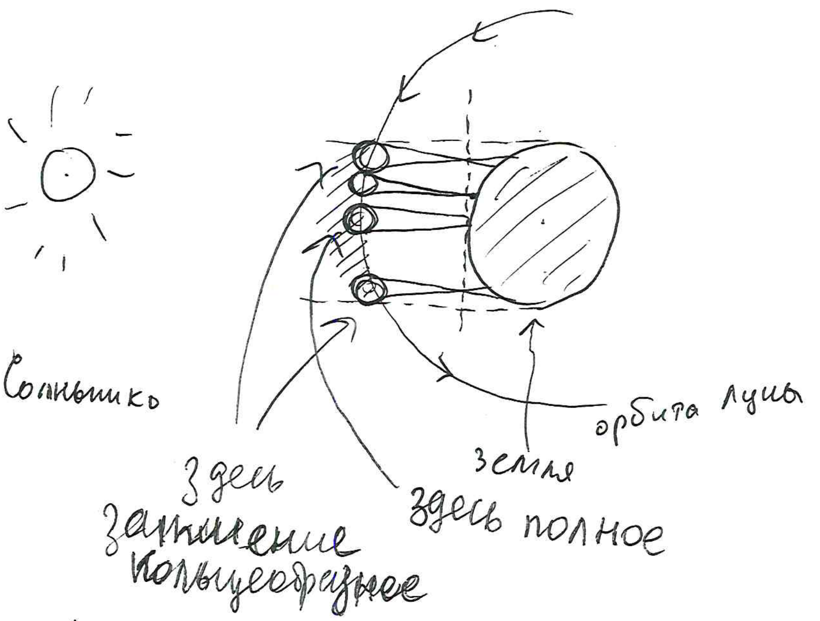
Сколько детей ≈ рождается за 1 секунду:

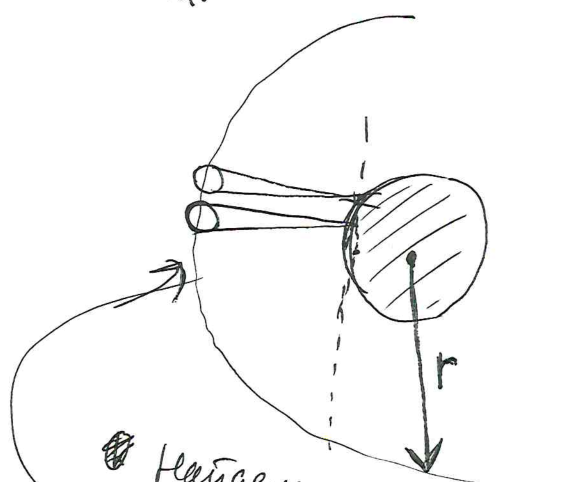
1 год ≈ $3,15 \cdot 10^7$ секунд $= \tau$

$$n = \frac{N}{\tau} = \frac{160 \cdot 10^6}{3,15 \cdot 10^7}\left[\frac{1}{c}\right] = \frac{1,6 \cdot 10^8}{3,15 \cdot 10^7}\left[\frac{1}{c}\right] = \frac{1,6}{3,15} \cdot 10 \left[\frac{1}{c}\right] = 0,508 \cdot 10 \left[\frac{1}{c}\right] =$$

$$\boxed{= 5,1 \ \frac{\text{чел}}{\text{секунда}}}$$

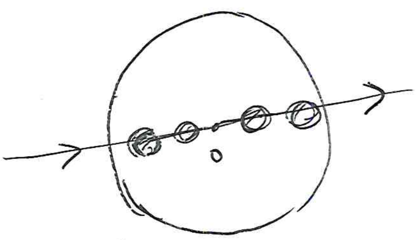
Оценка продолжительности затмения:





Найдем примерно момент, когда конус тени луны начинает сходиться внутри Земли (начинается полное затмение) (см. след. страницу)

Макс. продолжительность, если по диаметру:



(Вид с Солнца)

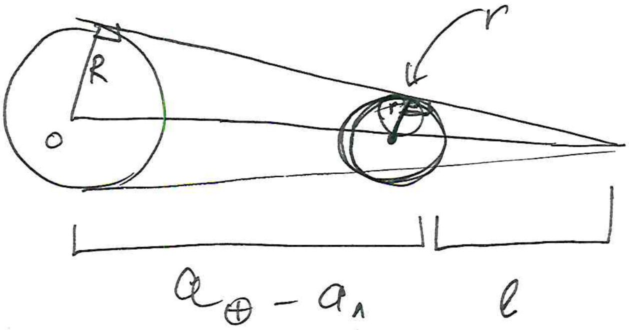
$$V_{луны} = V_{тени} = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24}}{384 \cdot 10^3 \cdot 10^3}}$$

$$\Rightarrow V_{тени} = \sqrt{\frac{40 \cdot 10^{13}}{384 \cdot 10^6}} = \sqrt{\frac{10^{13}}{9,6 \cdot 10^6}} = \sqrt{\frac{10^7}{9,6}} \approx$$

$$\approx \sqrt{10^6} \approx 10^3 \text{ м/с} \approx 1 \text{ км/с}.$$

~~Отсюда~~

Длина конуса лунной тени: (l - ?)



Подобие треугольников:

$$\frac{l}{r} = \frac{a_\oplus - a_\text{л} + l}{R}$$

$$lR = r(a_\oplus - a_\text{л}) + lr$$

$$l(R-r) = r(a_\oplus - a_\text{л}); \quad l = \frac{r(a_\oplus - a_\text{л})}{R-r}$$

$R = 7\cdot10^5$ км $\quad a_\oplus = 1{,}5\cdot10^8$ км

$r = 1{,}74\cdot10^3$ км $\quad a_\text{л} = 3{,}8\cdot10^5$ км

$$\rightarrow l = \frac{1{,}74\cdot10^3(1{,}5\cdot10^8 - 3{,}8\cdot10^5)}{7\cdot10^5 - 1{,}74\cdot10^3}\ [\text{км}]$$

$$l = \frac{1{,}74\cdot10^3\cdot10^5(1{,}5\cdot10^3 - 3{,}8)}{10^3(7\cdot10^2 - 1{,}74)}\ [\text{км}]; \quad l \approx \frac{1{,}74\cdot10^8\cdot1{,}5\cdot10^3}{10^3\cdot7\cdot10^2}\ [\text{км}]$$

$$l \approx \frac{1{,}74\cdot1{,}5}{7}\cdot\frac{10^{11}}{10^5} = \frac{2{,}6\cdot10^6}{7} \approx 0{,}372\cdot10^6 \text{ км.}$$

[км] [км]

$l \approx 372\,000$ км.

т.к.

$$\tau_з = \frac{2\cdot6300}{1} \approx 12600 \text{ с} \approx 4 \text{ часа.}$$

[с]

$$N_0 = \tau_з\cdot n = 12600\cdot5 \approx 63\,000 \text{ чел.}$$

Ответ: наибольшее число $\approx 63\,000$ чел.