

Пункт проведения:	Минск, Беларусь	Код участника:	МШН-08	№ задачи:	1
-------------------	-----------------	----------------	--------	-----------	---

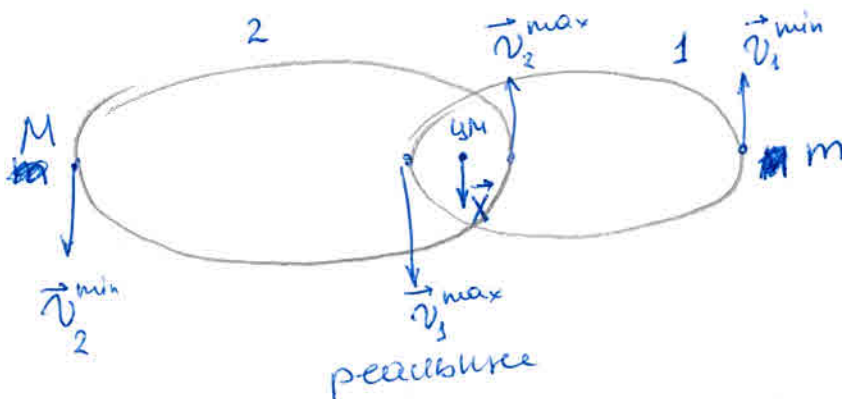
Обозначим звезду с максимальной лучевой скоростью за 1, а вторую за 2. Тогда, из графика:

$$\left. \begin{aligned} v_1^{\max} &= 193 \text{ km/s} \\ v_2^{\max} &= -97 \text{ km/s} \\ v_1^{\min} &= -58 \text{ km/s} \\ v_2^{\min} &= 75 \text{ km/s} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{- лучевые скорости звёзд} \\ \text{max - в периастре,} \\ \text{min - в апастре} \end{array}$$

Предположим, что центр масс неподвижен относительно Земли. Тогда, учитывая, что эксцентриситет орбит обеих звёзд относительно центра масс одинаков и равен e , то:

$$\left| \frac{v_1^{\max}}{v_1^{\min}} \right| = \left| \frac{v_2^{\max}}{v_2^{\min}} \right| = \frac{1+e}{1-e}. \text{ Тем не менее, если предположить}$$

скорости, то получим, что для первого отношения $e \approx \frac{1}{2}$, а для второго $e \approx \frac{1}{8} \Rightarrow$ наше предположение неверно и центр масс системы имеет некоторую ^{радиальную} скорость \vec{x} .



В таком случае $\vec{v}_i - \vec{x}$ скорости относительно центра масс будут равны $\vec{v}_i - \vec{x} \Rightarrow \frac{v_1^{\max} - x}{|v_1^{\min}| + x} = \frac{|v_2^{\max}| + x}{v_2^{\min} - x} \Rightarrow$

$$\Rightarrow v_1^{\max} v_2^{\min} - v_1^{\min} v_2^{\max} = x (v_1^{\max} + v_1^{\min} + v_2^{\max} + v_2^{\min}) \Rightarrow \textcircled{1}$$

Пункт проведения:	Минск, Беларусь	Код участника:	Мин-08	№ задачи:	1
-------------------	-----------------	----------------	--------	-----------	---

$$X = \frac{v_1^{\max} v_2^{\min} - v_1^{\min} v_2^{\max}}{v_1^{\max} + v_1^{\min} + v_2^{\max} + v_2^{\min}} = \frac{193 \cdot 75 - 58 \cdot 97}{423} \approx 21 \text{ km/s}$$

Теперь $\frac{v_1^{\max}}{v_1^{\min}} = \frac{172}{79} \approx 2,13$ а $\frac{v_2^{\max}}{v_2^{\min}} = \frac{118}{54} \approx 2,14$, значит

можно считать, что $\frac{1+e}{1-e} = 2,1 \Rightarrow 1+e = 2,1 - 2,1e \Rightarrow$

$$\Rightarrow 1,1 = 3,1e \Rightarrow e = \frac{1,1}{3,1} \approx 0,35$$

Из графика также следует, что период системы $T = 3$ года. Также, пусть масса тела 1 равна m , а тела 2 равна M . Рассмотрим относительное движение тела 1 относительно тела 2. Оно будет происходить по эллипсу с большой полуосью равной $a = a_1 + a_2$, где a_1, a_2 - полуоси орбит 1 и 2 тел от центра масс, e эксцентриситетом e , а скорость в апоастре будет равна $v_1^{\min} + v_2^{\min} = 133 \text{ km/s}$. Тогда, из формулы интеграла энергии: $(v_1^{\min} + v_2^{\min})^2 = \frac{G(M+m)}{a} \left(\frac{1-e}{1+e} \right)$.

Из 3-го закона Кеплера: $M+m = \frac{4\pi^2 a^3}{G T^2} \Rightarrow$

$$\Rightarrow (v_1^{\min} + v_2^{\min})^2 = \frac{4\pi^2 a^2}{T^2} \left(\frac{1-e}{1+e} \right) \Rightarrow a = \frac{T \cdot (v_1^{\min} + v_2^{\min})}{2\pi} \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \approx 4 \cdot 10^9 \text{ m} \approx \frac{1}{40} \text{ a.u.}$$

Если массу в 3-м законе Кеплера выразить в M_\odot , T - в годах, а a - в а.е., то ок получится вид $M+m = \frac{a^3}{T^2} \Rightarrow$

$$\Rightarrow M+m = \frac{(1/40)^3}{(3/365)^2} = \frac{365^2}{9 \cdot 40^3} \approx \frac{2}{9} M_\odot$$

Т.к. отношение апоцентричных (или перигентричных) скоростей равно отношению масс компонент системы, то можно записать, что $\frac{v_1^{\max} - X}{v_2^{\max} + X} = \frac{M}{m} = \frac{172}{118} = \frac{86}{59} \approx \frac{43}{30} \approx 1,4$.

Зная, что $M+m = \frac{2}{9} M_\odot$, получаем $\begin{cases} m = 0,09 M_\odot \\ M = 0,13 M_\odot \end{cases}$

(2)

Пункт проведения:	Минск, Беларусь	Код участника:	Мин-08	№ задачи:	1
-------------------	-----------------	----------------	--------	-----------	---

П.к. по условию обе звезды принадлежат ГП, то это красные карлики (судя по массам $\approx 0,1 M_{\odot}$). Для них $L \propto M^4 \Rightarrow$

$$\begin{cases} L_1 = 0,09^4 L_{\odot} \approx 0,6 \cdot 10^{-4} L_{\odot} \\ L_2 = 0,13^4 L_{\odot} \approx 2,2 \cdot 10^{-4} L_{\odot} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M_{\odot} - M_1 = \frac{4}{94} \lg(0,09) \\ M_{\odot} - M_2 = \frac{4}{94} \lg(0,13) \end{cases} \neq$$

$$\Rightarrow \begin{cases} M_1 = M_{\odot} - \frac{10}{94} \lg(0,09) \\ M_2 = M_{\odot} - \frac{10}{94} \lg(0,13) \end{cases} \text{ Логарифмы посчитаем через}$$

Теорему Логарифма: $f(x+\Delta x) \approx f(x) + \Delta x \cdot f'(x) \Rightarrow$

$$\begin{cases} \lg(0,09) \approx -1,1 \\ \lg(0,13) \approx -0,7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} M_1 = 4,8^m + 11^m \approx 16^m \\ M_2 = 4,8^m + 7^m \approx 12^m \end{cases} \Rightarrow \text{Важнейшая звезда}$$

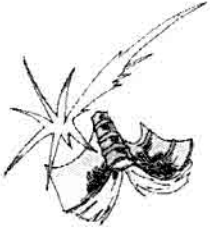
$$\frac{E_{\Sigma}}{E_1} = 1 + \frac{E_2}{E_1} = 10^{0,4(M_1 - M_2)} \Rightarrow 1 + 10^{0,4(16-12)} = 10^{0,4(16-12)}$$

$$\Rightarrow 1 + 10^{1,6} = 10^{0,4 - M_2 \cdot 0,4} \Rightarrow M_2 \approx 12^m - \text{суммарная абсолютная звездная величина системы} \Rightarrow m_{\Sigma} = M_{\Sigma} + 5 \lg \tau_{\text{н}} - 5 =$$

$$= 12^m + 5 \lg \left(\frac{1}{0,05^4} \right) - 5 = 12^m + 5 \lg(20) - 5 = 12^m + 5 \lg 2 + 5 - 5 =$$

$$= 12^m + 5 \lg 2 \approx 17^m$$

Ответ: массы: $0,09 M_{\odot}$ и $0,13 M_{\odot}$
 Большая колдунья, $a = 4 \cdot 10^9 \text{ м} \approx 0,025 \text{ а. е.}$
 Период $= T = 3 \text{ дня}$
 Эксцентриситет: $e = 0,35$
 Видимая зв. величина $\approx 17^m$.

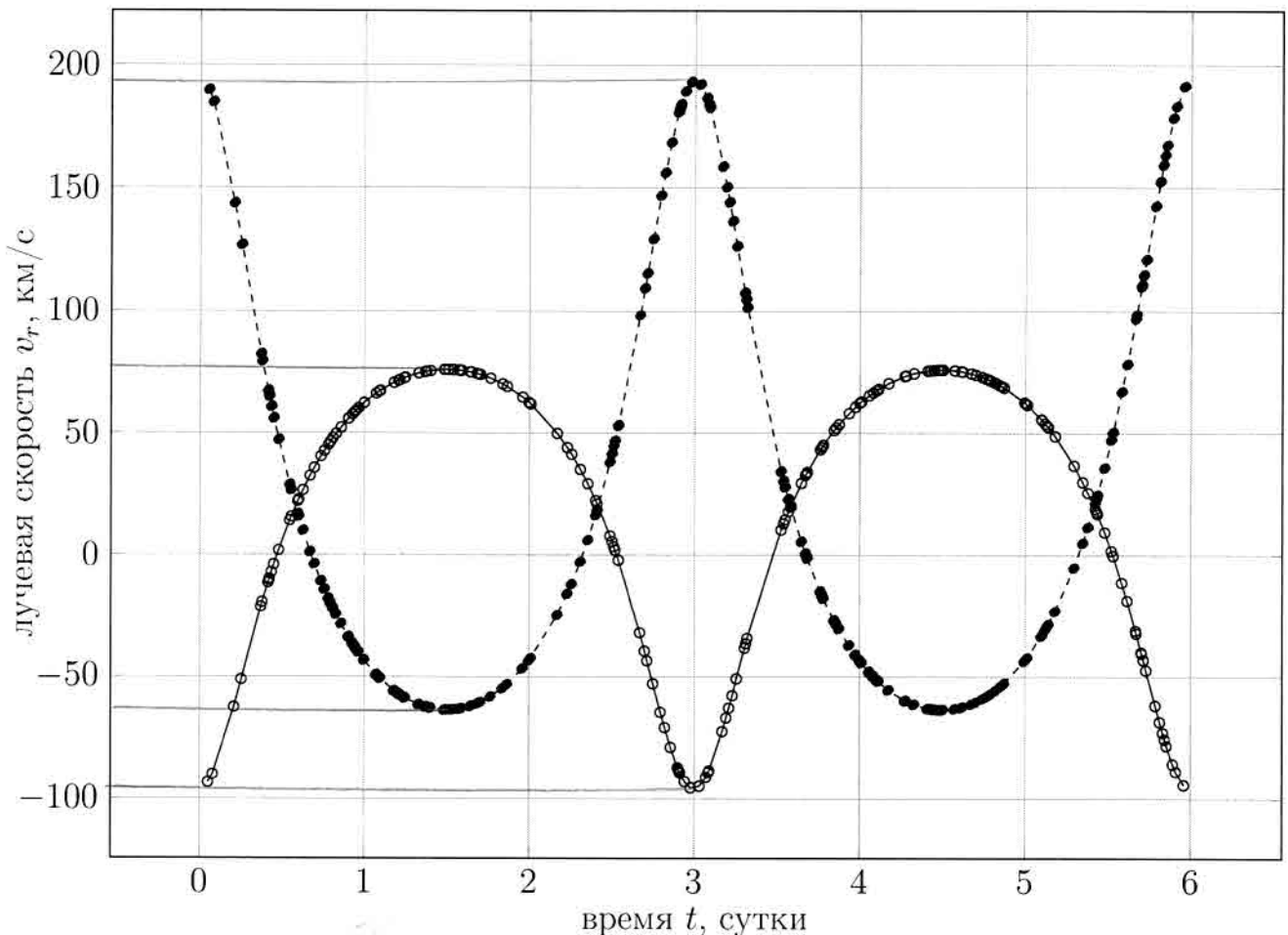


XXIX Санкт-Петербургская
астрономическая олимпиада
практический тур

2022
13
марта

11 класс

Вам дана кривая лучевых скоростей двойной системы, состоящей из двух звезд Главной последовательности. Луч зрения лежит в плоскости орбиты, линия апсид (соединяющая периастры и апоастры орбит) перпендикулярна лучу зрения. Найдите параметры системы: массы звезд, период и большую полуось системы, эксцентриситет орбиты. Определите видимые звездные величины системы в максимуме и минимумах блеска. Годичный параллакс системы равен $\pi = 0''.05$, звезды считайте сферически симметричными, эффектами прогрева и потемнения диска к краю можно пренебречь.



Решения задач и результаты олимпиады будут размещены на сайте

<http://school.astro.spbu.ru>