N 1.

Дано:
пол. ночь 60 сут
$h_{max} = 2h_{min}$

Найти:
$\delta_* - ?$

Решение:

1) Для начала определим широту данного села:

а) Пол. ночь длится 60 дней, т.е. начинается за 30 дней до дня зимнего солнцестояния и заканчивается через 30 дней после.
Зимнее солнцестояние — 21 дек.
Известно, что в рамках 1 месяца до и после любого солнцестояния $\delta_\odot$ изменяется на $0,4^\circ$/сут. Таким образом, узнаем склонение Солнца 21 ноября, зная, что 21 дек его склонение $\delta = -23,5^\circ$.
$-23,5^\circ + 0,4^\circ \cdot 30 = -11,5^\circ$ — $\delta_\odot$ в день начала полярной ночи в данном селе. Стоит учесть, что атмосферная рефракция приподнимает светило, находящееся на мат. горизонте, примерно на $1,5^\circ$, т.е. ~~село будет находиться на $1,5^\circ$ севернее полученного из уравнения результата~~. $h_{max}\odot$ должно быть $-1,5^\circ$.

б) $h_{max} = -\varphi + \delta + 90^\circ$

$-1,5^\circ = -\varphi + (-11,5^\circ) + 90^\circ \quad / \cdot (-1)$

$1,5^\circ = \varphi + 11,5^\circ - 90^\circ$

$\varphi = 80^\circ$ с.ш.

2) Теперь определим склонение звезды, пользуясь формулами:

$h_{max} = -\varphi + \delta + 90^\circ$

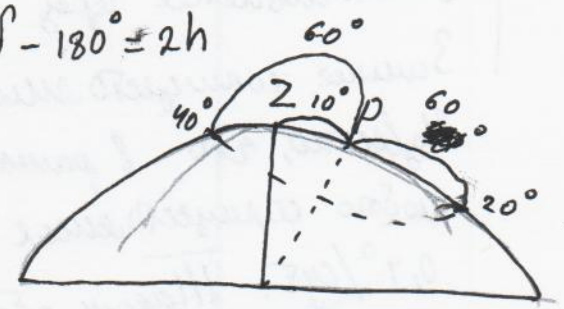
$h_{min} = \varphi + \delta - 90^\circ$

Стоит учесть, что данная звезда является незаходящей, т.е. $h_{min} > 0$, иначе уравнение потеряет смысл.

N 1 (продолжение)

$$\begin{cases} h_{min} = h \\ h_{max} = 2h \\ h_{min} \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} -80^\circ + \delta + 90^\circ = 2h \\ 80^\circ + \delta - 90^\circ = h \quad | \cdot 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -80^\circ + \delta + 90^\circ = 2h \\ 160^\circ + 2\delta - 180^\circ = 2h \end{cases}$$



$$- \begin{array}{l} 160^\circ + 2\delta - 180^\circ = 2h \\ -80^\circ + \delta + 90^\circ = 2h \end{array}$$

$$240^\circ + \delta - 270^\circ = 0$$

$$\delta = 30^\circ$$

$h_{max} = 40^\circ$

$h_{min} = 20^\circ$ Ответ: $\delta = 30^\circ$.

N 2.

Дано:

$\nu = 12$ ГГц

$d = 2$ м

Найти:

даты „засветки"

Решение:

1) Для начала определим условие возникновение „засветки": при наблюдении с точки местоположение антенны спутник проходит по диску Солнца.

СПб - 135

№3.

Дано:

$M = 2M_\odot$

$M_\odot = 2\cdot10^{30}$ кг

орбиты круговые

$r_1 = 0,5$ а.е.

$r_2 = 0,8$ а.е.

Решение:

1) Известно, что длительность солнечных суток — синодический период Солнца для данной планеты

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_{меньш}} - \frac{1}{T_{больш}}$$

Зная массу звезды и радиус орбиты каждой ~~каждой~~ планеты, мы можем найти их орбитальную скорость:

$$\vartheta = \sqrt{\frac{GM}{R}}\ ;\ G \approx 7\cdot10^{-11},\ 1 \text{ а.е.} = 1,5\cdot10^{11} м$$

$$\vartheta_1 = \sqrt{\frac{GM}{r_1}} = \sqrt{\frac{G\,2M_\odot}{r_1}} = \sqrt{\frac{7\cdot10^{-11}\cdot2\cdot2\cdot10^{30}}{0,5\cdot1,5\cdot10^{11}}} = \sqrt{\frac{28\cdot10^{8}}{0,75}} \approx \sqrt{36\cdot10^8} = 6\cdot10^4\ \frac{м}{с}$$

$$\vartheta_2 = \sqrt{\frac{GM}{r_2}} = \sqrt{\frac{G\,2M_\odot}{r_2}} = \sqrt{\frac{7\cdot10^{-11}\cdot2\cdot2\cdot10^{30}}{0,8\cdot1,5\cdot10^{11}}} = \sqrt{\frac{28\cdot10^{8}}{1,2}} = \sqrt{23,3\cdot10^8} \approx 5\cdot10^4\ \frac{м}{с}$$

2) Т.к. орбиты - окружности, $T = \dfrac{2\pi R}{\vartheta}$ ⇒

$0,5$ а.е. $= 0,75\cdot10^{11}$ м $= 7,5\cdot10^{10}$ м

$0,8$ а.е. $= 1,2\cdot10^{11}$ м

$$T_1 = \frac{2\pi r_1}{\vartheta_1} = \frac{2\pi\cdot7,5\cdot10^{10}}{6\cdot10^4} \approx 7,5\cdot10^6 с$$

$$T_2 = \frac{2\pi r_2}{\vartheta_2} = \frac{1,2\cdot10^{11}\cdot2\pi}{5\cdot10^4} \approx \frac{76\cdot10^{10}}{5\cdot10^4} \approx 15\cdot10^6 с$$

3) Исходя из формулы синодического периода $\frac{1}{S} = \frac{1}{T_{меньш}} - \frac{1}{T_{больш}}$, составим уравнение:

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{7,5\cdot10^6} = \frac{1}{y} - \frac{1}{15\cdot10^6}$$

; где x – период осевого вращения 1, а y – период осевого вращения 2.

СПб – 135

N3 (продолжение)

$$\frac{1}{x}-\frac{1}{7{,}5\cdot10^6}=\frac{1}{y}-\frac{1}{15\cdot10^6} \qquad \frac{1}{15\cdot10^6}=t;\ \frac{1}{7{,}5\cdot10^6}=2t$$

$$\frac{1}{x}-2t=\frac{1}{y}-t$$

$$\cancel{\frac{1}{x}=2\cdot\frac{1}{y} \Rightarrow x=\frac{y}{2};\ y=2x}$$

$$\frac{1}{x}-2t+t=\frac{1}{y}$$

$$\frac{1}{x}-t=\frac{1}{y};\quad \frac{1}{x}-\frac{1}{15\cdot10^6}=\frac{1}{y}\ \Big/\cdot xy$$

$$y-\frac{xy}{15\cdot10^6}=x;\quad \frac{1}{15\cdot10^6}=t$$

$$ty-xy=tx$$

$$ty-tx=xy$$

$$t(y-x)=xy$$

$$\frac{y-x}{15\cdot10^6}=xy$$

СПб-135

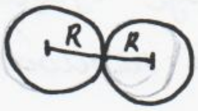
~~№~~ №4.

Дано:
тип Солнца
одинаковые
класс F
класс K

Решение:

1) Звезды типа Солнца, а значит, их спектральный класс — G, масса порядка 10^{30} кг, $T_{поверхности} \approx 6\cdot10^3$ K.
Т.к. они одинаковые, центр масс находится ровно посередине — в точке их соприкосновения.

$R = R_\odot$



Радиусы данных звезд тоже схожи с солнечным — 700 тыс. км. ($7\cdot10^8$ м).

2) Исходя из того, что звезды одинаковые и обращаются вокруг точки их соприкосновения, составим уравнение по III Закону Кеплера обобщенному:

$$\frac{M_\odot T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G}, \text{ где } r = R_\odot \ ; \ G \approx 7\cdot10^{-11}$$

$$\frac{2\cdot10^{30}\cdot T^2}{(7\cdot10^8)^3} = \frac{4\pi^2}{G} \ ; \ \frac{2\cdot10^{30}T^2}{343\cdot10^{24}} = \frac{40}{7\cdot10^{-11}}$$

$$\frac{10^{30}T^2}{49\cdot10^{24}} = 40\cdot10^{11} = 4\cdot10^{12}$$

$$\frac{10^6 T^2}{49} = 4\cdot10^{12} \quad ; \ 49 \approx 50$$

$$\frac{2T^2}{100} = 4\cdot10^6$$

$$2T^2 = 4\cdot10^8$$

$$T^2 = 2\cdot10^8$$

$$T = \sqrt{2}\cdot10^4 \approx 1{,}4\cdot10^4 \ (с)$$

$$1{,}4\cdot10^4 = 14000 \ ; \ 14000 с = 3\tfrac{8}{9} \text{ сут}$$

ЛИСТ 5

N4 (продолжение)

Итак, орбитальный период такой пары звёзд — $3\frac{8}{9}$ сут.

Рассмотрим, какой будет период у двух одинаковых звезд других спектральных классов:

класс F — холодные звёзды, плотные (белые карлики), их масса не может превышать $\cancel{\ }_{2,5}$ $M_\odot$ (предел Чандрасекара), но их радиус существенно меньше солнечного, следовательно, орбитальный период будет меньше, чем у данных звёзд.

N5

Дано:

$M = 4{,}5 \cdot 10^6 M_\odot$

$M_\odot = 2 \cdot 10^{30}$ кг

равная концентрация м/д звездных масс — возможно ли?

Решение:

1) Рассмотрим центральный ~~обо~~ объект нашей Галактики с I точки зрения — этот объект — ч/д сверхмассивная, стационарная. Тогда к нему применима

формула радиуса Шварцшильда: $R_g = \frac{2GM}{c^2}$; $c = 3 \cdot 10^8 \frac{м}{с}$

$$R_g = \frac{2 \cdot 7 \cdot 10^{-11} \cdot 4{,}5 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 10^{30}}{9 \cdot 10^{16}} = \frac{14 \cdot 10^{25}}{10^{16}} = 14 \cdot 10^9 \text{ (м)} =$$

$= 1{,}4 \cdot 10^{10}$ м.

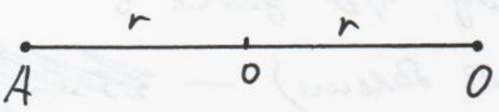
2) Теперь рассмотрим этот же объект как скопление ~~ч/д~~ ч/д звездной массы. Пусть это будет $4{,}5 \cdot 10^6$ ч/д с $M = M_\odot$

$$R_{g\odot} = \frac{2GM_\odot}{c^2} = \frac{2 \cdot 7 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^{30}}{9 \cdot 10^{16}} = \frac{28 \cdot 10^{19}}{9 \cdot 10^{16}} \approx 3 \cdot 10^3 \text{ (м)}$$

Т.е. по формуле $\frac{4}{3}\pi R^3$ объём одной ~~ч/д~~ ч/д $\approx 10^{11}$ м.

Найдем минимальное расстояние между 2 ч/д, при котором они будут вращаться вокруг общего центра масс.

N5 (продолжение)



$AO = OB$

$M_A = M_B = M_O = M = 2\cdot 10^{30}$ кг

Перейдем в систему отсчета, связанную с ~~центром масс~~ ч/д:

$F_{центробежная} = -\frac{M\upsilon^2}{r}$ $\quad \upsilon = \sqrt{\frac{GM}{r}}$

$F_{притяжение} = \frac{M_A M_B}{(2r)^2} = \frac{M^2}{4r^2}$ $\quad \upsilon^2 = \frac{GM}{r}$

Они не столкнутся и не разлетятся, когда:

$$\frac{M^2}{4r^2} - \frac{M\upsilon^2}{r} = 0$$

3) Минимальное расстояние найти не получилось, но планировалось, что:

1) Либо радиус шарового скопления должен быть настолько велик, что занимал бы существенно больше объема, чем сверхмассивная ч/д* (фактически, если расстояние между ними будет хотя бы 1 а.е., то так и будет), и размеры Галактики были бы другими, несколько больше)

2) Либо же орбитальная скорость крайних ч/д должна быть настолько велика, что будет превышать скорость света либо же приближаться к ней, т.е. иметь неадекватно большое значение, да и в принципе такая система существовать не может, потому что ч/д под действием гравитации слились бы в одну.

* объём сверхмассивной ч/д — $5,6 \cdot 10^{30}$ м^3.

объём скопления с расстоянием между ч/д даже в 1 а.е. (а фактически оно должно быть больше) — ~~[illegible]~~ $1,5 \cdot 10^{40}$ м^3. (приблизительно)

Таким образом, скопления ч/д звёздных масс в центре Галактики быть не может.