№5 САМ-14 (1)

Чёрная дыра - объект, для которого вторая космическая скорость есть скорость света. Следовательно мы можем найти радиус "центра" нашей галактики. $\sqrt{2\frac{G\,4{,}5\cdot10^6 M_\odot}{R}}=c$

$R=\frac{9\cdot10^6 GM_\odot}{c^2}$; аналогично мы можем найти радиус одной чёрной дыры звёздной массы: $R_0=\frac{2GM_\odot}{c^2}$

Все таких дыр будет ~~10~~$\cdot4{,}5\cdot10^6$ штук.

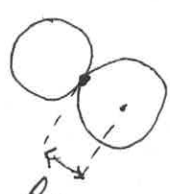
Посчитаем объём большой чёрной дыры: $V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4}{3}\pi\frac{9^3\cdot10^{18}(GM_\odot)^3}{c^6}$

И объём всех маленьких чёрных дыр: $V_0=4{,}5\cdot10^6\cdot\frac{4}{3}\pi R_0^3=$

$=4{,}5\cdot10^6\cdot\frac{4}{3}\pi\frac{8(GM_\odot)^3}{c^6}$

Очевидно, что $V>V_0\Rightarrow$ да, может

№4



Применим обобщённый закон Кеплера:

$\frac{2M_\odot\cdot T^2}{R_\odot^3}=\frac{4\pi^2}{G}$

$T=4\pi\cdot\sqrt{\frac{R_\odot^3}{G\,2M_\odot}}=$

$=4\cdot3{,}14\cdot\sqrt{\frac{(680000км)^3}{6{,}86\cdot10^{-11}\cdot2\cdot1{,}989\cdot10^{30}кг}}=$

$= 12 \cdot \sqrt{\frac{10801}{10^4}} \doteq 0{,}396\,c \cdot \sqrt{10^9} \simeq 1{,}2 \cdot 10^4 c = 12000c = 200\,мин =$

$= 3{,}34$ ч

Если бы звёзды имели спектральный класс F, то их период увеличился бы в 5 раз. Аналогично для звёзд класса K в 8 раз.

№1

Полярная ночь - промежуток времени, в течении которого Солнце не поднимается над горизонтом. По условию это время 60 дней. За пол года склонение Солнца изменяется от $-23{,}6°$ до $+23{,}6°$. Значит за 60 дней оно изменится на 15,51°. Во время полярной ночи $h_{в\odot} < 0$, значит во время начала и конца данного явления $h_в = 0$, в это время $\delta = -23{,}6° + \frac{15{,}5°}{2} =$

$= -15{,}9°$.

$90 - \varphi + \delta = 0$ (т.к. это Россия - северное полушарие)

$\varphi = 90 + \delta \approx 74°$

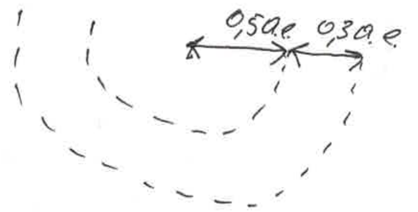
Т.к $\varphi = 74°$, расстояние между полюсом и зенитом 16°, т.к. звезда кульминирует в верхней в 4 раза выше, следовательно кульминации будут происходить по разные стороны от зенита, причём в условии ничего не сказанно про нижнюю кульминацию звезды (над горизонтом или под). Следовательно может быть 2 ситуации $h_н < 0$ и $h_н > 0$, тогда $180 - 90 + \varphi - \delta = 2(\varphi + \delta - 90)$ или $180 - 90 + \varphi - \delta = 2(90 - \varphi - \delta)$

$\delta = 65°$

$\delta = 5°$

Ответ: 65° или 5°

№3 САМ-14 (3)



Чтобы найти периода орбитального движения планет, применим обобщённый III з. Кеплера, сравнив планеты с Землёй.

$$\frac{2M_\odot \cdot (T_{op1})^2}{M_\odot \cdot T_\oplus^2} = \frac{(0,5\,а.е)^3}{1\,а.е^3} \Rightarrow T_{op1} = 1\,год \cdot \sqrt{\frac{0,125}{2}} = 0,25\,года.$$

Аналогично для второй планеты $$\frac{2M_\odot \cdot (T_{op2})^2}{M_\odot \cdot T_\oplus^2} = \frac{(0,8\,а.е)^3}{1\,а.е^3} \Rightarrow T_{op2} = 1\,год \cdot \sqrt{0,256} = 0,16 \cdot \sqrt{10}\,лет \approx \cancel{\frac{0,16}{3}}\,лет \approx \cancel{0,05} =$$

$$\approx 0,16 \cdot 3,1\,лет \approx 0,5\,лет.$$

Нам сказанно, что $S_1 = S_2$, $2T_1 = T_2$, $T_1 < T_{op1}$, $T_2 < T_{op2}$.

Следовательно $\frac{1}{S_1} = \frac{1}{T_{op1}} - \frac{1}{T_1} = \frac{1}{T_{op2}} - \frac{1}{T_2}$

$$\frac{1}{\frac{1}{4}T_\oplus} - \frac{1}{T_1} = \frac{4}{T_\oplus} - \frac{1}{T_1} = \frac{2}{T_\oplus} - \frac{1}{T_2} = \frac{2}{T_\oplus} - \frac{1}{2T_1}$$

$\frac{4T_1 - T_\oplus}{T_\oplus \cdot T_1} = \frac{4T_1 - T_\oplus}{2T_\oplus \cdot T_1}$, в таком случае $T_1 = \frac{1}{4}T_\oplus$

Но, нам не сказанно в какую сторону вращаются планеты вокруг своей оси. Следовательно может возникать еще 3 ситуации:

внутреня планета ~~против~~ по часовой	внешняя плане по часовой	обе по часовой
$\frac{4}{T_\oplus} + \frac{1}{T_1} = \frac{2}{T_\oplus} - \frac{1}{2T_1}$	$\frac{4}{T_\oplus} - \frac{1}{T_1} = \frac{2}{T_\oplus} + \frac{1}{2T_1}$	$\frac{4}{T_\oplus} + \frac{1}{T_1} = \frac{2}{T_\oplus} + \frac{1}{2T_1}$
$T_1 = \frac{1}{4}T_\oplus$	$T_1 = \frac{3}{4}T_\oplus$	$T_1 = -\frac{1}{4}T_\oplus$ - не может быть

Т.к. мы округлили наши вычисления, можно зачесть ответы в которых $T_1 = \frac{1}{4} T_⊕ = T_{op1}$.

Ответ: пол звёздного года для внешней планеты, и четверть для внутренней.

№2.

$D = \lambda = 2$ м.

$\frac{1}{T} = 12$ ГГц.