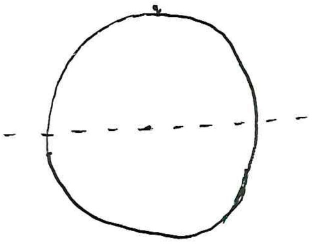
№1



На экваторе за счет вращения ~~Земли~~ ~~есть уско~~ появляется доп. ускорение $\omega^2 R$

$g_{экв.} = g_{пол.} - \omega^2 R$

$g_{пол.}$ – ускорение свободного падения на полюсе. $g_{пол.} = \frac{GM}{R^2}$

период маятника $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$

Если мы на полюсе поднимем маятник на $h + 130$ км, то $g' = \frac{GM}{(R+h)^2}$

Для нахождения ~~пер~~ скорости можем оценочно сказать, что это $\sqrt{\frac{GM}{R}}$

$$\frac{102}{100} = \frac{T_{экв.}}{T_{пол.}} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{l}{g_{экв.}}}}{2\pi\sqrt{\frac{l}{g_{пол.}}}} = \sqrt{\frac{g_{пол.}}{g_{экв.}}} = \sqrt{\frac{1}{1-\frac{\omega^2 R}{g_{пол.}}}} =$$

$$= \sqrt{\frac{1}{1-\frac{\omega^2 R}{\frac{GM}{R^2}}}} = \sqrt{\frac{GM}{GM-\omega^2 R^3}} \quad (1)$$

Если на ~~одинако~~ $T_{экв.} = T'$, то можем сказать, что

$g' = g_{экв.}$ т.е.

$$\frac{GM}{(R+h)^2} = \frac{GM}{R^2} - \omega^2 R \quad (2)$$

несколько преобразуем (1)

$\left(\frac{102}{100}\right)^2 \quad 102^2 GM - 102^2\omega^2 R^3 = 100^2 GM$

$2\cdot 202\, GM = 102^2\omega^2 R^3 \Rightarrow \frac{GM}{R^2} = \frac{102^2}{404}\omega^2 R$

$GM = \frac{102^2}{404}\omega^2 R^3$

$$\frac{(R+h)^2}{\frac{102^2}{404}\cdot\omega^2 R^3} = \frac{1}{\left(\frac{102^2}{404}-1\right)\omega^2 R} \Rightarrow \frac{(R+h)^2}{R^2} = \frac{102^2}{102^2-404}$$

где мой белый касно?

(продолжение на стр. 2)

ДОП-69

$$\frac{R+h}{R} = \frac{102}{\sqrt{102^2-404}} = \frac{102}{9\cdot 11} = \frac{102}{99}$$

$$102^2 - 404 \simeq 102^2 - 20^2 = 82\cdot 122 \approx 9^2\cdot 11^2$$

$$R = \frac{1}{\frac{102}{99}-1}\, h = \underline{\underline{33h}} \approx 33\cdot 130 \simeq \cancel{4129} \cdot 4290 \text{ км}$$

искомое

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R}} = \sqrt{\omega^2 R^2 \cdot \frac{102^2}{404}} = \omega\cdot R\cdot \frac{102}{\cancel{404}\ 20} = \frac{2\pi}{T}\cdot R\cdot \frac{102}{20} =$$

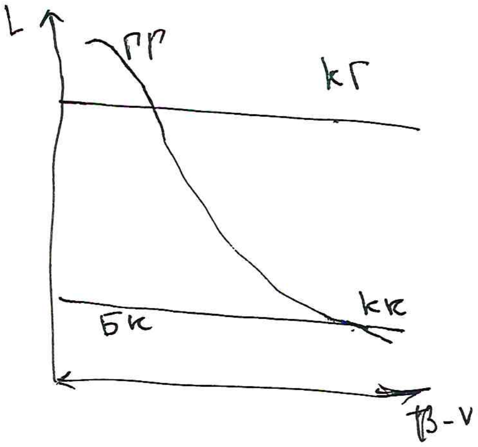
$$= \frac{2\cdot 3}{10\cdot 3600}\cdot 4290\cdot \frac{102}{20} = \frac{4290}{10\cdot 600}\cdot\frac{102}{20} =$$

$$= \frac{4290\cdot 47}{10\cdot 100\cdot 20} \approx \cancel{4300}\ \frac{43\cdot 50}{10\cdot 20} \approx 4{,}3\cdot 2{,}5 \simeq \underline{\underline{8{,}75\ \frac{м}{с}}}$$

1011-69

№2

БК ~~#~~ тоже, что голубой карлик (именно голубой ...).
какие пары возможны:



1. КК – ГГ – ~~не~~ возможна (~~нет противоречий~~)
2. КК – БК – возможна
3. КК – КГ – возможна
4. КГ – БК – возможно
5. КГ – ГГ – ~~не~~ возможна
6. БК – ГГ – невозможно
(БК – результат эволюции, значительно старше ГГ, которые недолго живут)

Возраст звезд в системе должен быть одинаковым. (*)
(не будем рассматривать маловероятные случаи, когда что-то маловероятное произошло и образовалась странная система со звездами разных возрастов.

Т.е. у нас возможны разные ~~системы~~: пары систем:

(1)+(4), (2)+(5), (3)+(6),
невозможно.

Заметим, что из ~~данных условий~~ так же может быть 2 системы из одинаковых звезд.

7. БК + БК 8. КГ + КГ 9. ГГ + ГГ 10. КК + КК.

и появляются еще 2 случая

(7) + (~~8~~ 10), (9) + (~~10~~ 8)

~~(1) + (4)~~

(*) БК и КГ – результат эволюции. КГ – недавно сошедшая с ГП из области голубых гигантов. Его светимость увеличивается, поэтому его ~~время жизни~~ возраст может быть чуть больше чем у голубого гиганта, который на ГП проводит ~~очень~~ мало времени.

Красные карлики – очень маломассивные. На ГП находятся долго.

БК – самые старые звезды, но их возраст может совпадать с возрастом КГ или КК

ДОЛ-69

2 (продолжение) Тогда рассмотрим получившиеся 5 случаев.

~~(1)+(4) – друг пара~~ всегда старше будет та пара, в которой содержится БК.

Тогда из 5 возможных случаев:

(1)+(4) – старше (4) (КГ + БК)

(2)+(5) – старше (2) (КК + БК)

(3)+(6) – ~~старше (6)~~ невозможна пара (6)

(7)+(10) – старше 2 БК (7)

(9)+(8) – непонятно, могут быть одного возраста.

ДОЛ-69

3. 1. Это не может быть галактика местной группы $\Rightarrow$ такие галактики ~~нам~~ мы сразу исключаем.

2. Наблюдатель может двигаться на галактику и за счет этого у нее пропадет красное смещение. Это может происходить для тех галактик, у которых $v \leq v_{MW}$ ← скорость вращения внутри галактики

$v_{MW} \approx 220 \frac{км}{c}$

$$R \leq \frac{v}{H} \leq \frac{v_{MW}}{H} = \frac{220}{70} \approx \underline{\underline{3 \text{ Мпк}}}$$

↗ закон Хаббла.

т.е. на расстоянии меньше 3 Мпк могут быть галактики, у которых ~~нет~~ есть фиолетовое смещение.

3. Фиолетовое смещени так же может появлятся из-за собственного вращения галактики. Для оценки будем считать, что скорость вращения галактики $\approx v_{M.W.}$ получим расстояние аналогично пункту 2. (вращение галактики создает и красное и фиолетовое смещение, если скорость движения центра галактики меньше скорости собственного вращения, то будет ~~некоторая скорость~~ появлятся фиолетовое смещение)

4. Наблюдаемые галактики ~~не~~ могут входить в скопление. Из-за ~~этого их скорость~~ вращения их внутри скопления их скорость может быть направлена на наблюдателя (относительная лучевая скорость). Оценим скорость вращения галактики в скоплении. $N \approx 1000$ – число галактик $M \approx M_{MW}$ – масса каждой

$R \approx 3$ Мпк – радиус скопления

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R}} \approx \sqrt{\frac{7 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^{30} \cdot 2 \cdot 10^{15}}{3 \cdot 10^{6} \cdot 2 \cdot 10^{5} \cdot 10^{11}}} \approx 10^{6} \frac{км}{c} = 1000 \frac{км}{c}$$

расстояние до такой галактики → $d = \frac{v}{H} \approx \frac{1000}{70} \simeq 14$ Мпк. $\Rightarrow$ Для галактик дальше 14 Мпк фиолетовое смещение ~~почти~~ не наблюдается.

Ответ: $d = 14$ Мпк.

№4. ~~1. Если у звезды L = L б.к.~~ $c \approx 3\cdot10^8 \frac{м}{с}$

1. Мы фиксируем падение блеска каждые 0,5 лет =>
это или полупериод или период

$\lambda_{H\alpha} = 6563 Å$

Возможны 2 случая – 1. Вторая звезда – темный компонент, поэтому за период в видимом диапазоне только 1 min

2. Вторая звезда не темный компонент, поэтому за период 2 min.

Можем найти $v_к + v$ – ~~суммарну~~ скорость ~~к~~ звезды-компаньона отн. БК:

$$\frac{v_к+v}{c} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{2\cdot0,46}{6563} = \frac{0,92}{6563}$$

$$v_к+v = \frac{92}{6,5\cdot10^3\cdot10^2}\cdot c = \frac{92}{6,5\cdot\cancel{10^5}}\cdot3\cdot\cancel{10^5} \approx 46\ \frac{км}{с}$$

знаем относительную скорость, знаем период => можем ~~найти~~ оценить полуось (~~будем считать, что~~ орбиты круговые)

T=0,5 года

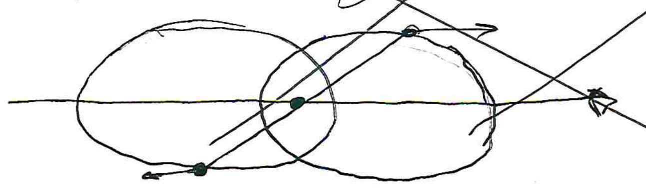
$$a_1 = \frac{v\cdot T}{2\pi} = \frac{46\cdot0,5\cdot\cancel{3}\cdot10^7}{2\cdot\cancel{3}} \approx 11\cdot10^7\ км \approx 0,6\ а.е.$$

$$a_2 = \frac{v\cdot 2T}{2\pi} \approx \frac{46\cdot1\cdot3\cdot10^7}{2\cdot3} \approx 46\cdot10^7 = 3\ а.е.$$

Можем найти суммарную массу (из III закона Кеплера)

продолжение → стр.

~~Заметим, что график симметричный (период между которыми минимумами строго 0,5 лет. В таком случае для 1ого случая орбита может быть сколь угодно вытянута. Во 2 случае орбита должна быть строго круговой в силу симметрии или повернутая к нам осью апсид. (Луч зрения совпадает с линией апсид) Для второго случая строго определенно в какой момент мы мерили скорость (скорость максимальную) она всегда будет в момент, когда между звездами расстояние a. (см. рисунок)~~



~~Для бесконечно далекого наблюд. Гели тех v_r приходятся на расстояние между звездами равным a.~~

ДОП-69

№4 (продолжение)

$$M_\Sigma = \frac{a^3}{T^2} \cdot M_\odot$$ (a – в а.е., T – в годах)

~~$M_{\Sigma 1} = \frac{0,6^3}{0,5^2} \cdot M_\odot = \left(\frac{6}{5}\right)^3 M_\odot = \frac{216}{125} M_\odot \approx 1,8 M_\odot$~~

Масса белого карлика лежит в диапазоне от 0,6 до 1,4 $M_\odot$ (верхний предел – предел Чандрасекара)

~~$M_x \in (0,4 M_\odot; 0,8 M_\odot)$~~

~~$M_{\Sigma 2} = \frac{3^3}{T^2}$~~

$$M_{\Sigma 1} = \frac{0,6^3}{0,5^2} M_\odot = \frac{6^3 \cdot 10^{-3}}{5^2 \cdot 10^{-2}} M_\odot = \frac{216}{250} M_\odot \approx 0,8 M_\odot$$

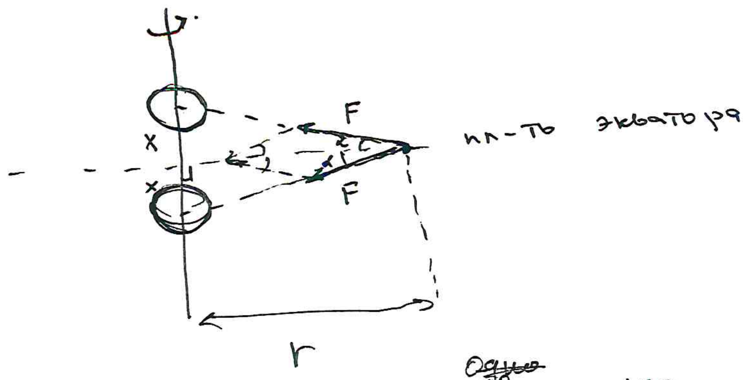
Масса звезды-компаньона меньше 0,1 $M_\odot$ – ~~это очень холодная~~ ~~красная~~ но, стоит вспомнить, что звезд меньше 0,05 $M_\odot$ не бывает. => $M \in (0,05 M_\odot; 0,1 M_\odot)$

$$M_{\Sigma 2} = \frac{3^2}{1} \cdot M_\odot = 9 M_\odot$$

Тогда масса компонента будет лежать $M \in (7,6 M_\odot; 8,3 M_\odot)$.

ДОП-69

N5



Суммарная сила от этих двух тел должна равняться силе притяжения со стороны Земли

$$\frac{F_\oplus}{m} = \frac{V(r,\varphi)}{r}$$

Рассмотрим точку на экваторе, на расстоянии r от центра Земли

x - расстояние от ~~двух~~ одного тела до центра Земли

$$F_\Sigma = \sqrt{2F^2+2F^2\cos 2\alpha}$$, т.е. $F_\oplus = F_\Sigma = \sqrt{2F^2+2F^2\cos 2\alpha}$

$\operatorname{tg}\alpha = \frac{x}{r} \approx \alpha$ (считаем, что $x \ll r$) $\Rightarrow$

$$\frac{F}{m} = \frac{GM_\oplus/2}{(\sqrt{r^2+x^2})^2}$$

$\cos 2\alpha \approx \sqrt{1-\alpha^2} \approx \sqrt{1-\left(\frac{x}{r}\right)^2} \approx \sqrt{1-\left(\frac{2x}{r}\right)^2}$ по основному тригоном. тожд.

$$\frac{GM_\oplus}{r^2}\left[1 - J_2\left(\frac{R_\oplus}{r}\right)^2 \frac{3\sin^2\varphi-1}{2}\right] = \sqrt{\frac{G^2M_\oplus^2/2}{(r^2+x^2)^2} + \frac{G^2M_\oplus^2}{2(r^2+x^2)^2}\underbrace{\sqrt{1-\left(\frac{x}{r}\right)^2}}_{\cos 2\alpha}}$$

$\varphi=0 \Rightarrow \sin\varphi = 0.$

$$\left(\frac{GM_\oplus}{r^2}\left[1+J_2\left(\frac{R_\oplus}{r}\right)^2\cdot\frac{1}{2}\right]\right)^2 = \frac{G^2M_\oplus^2}{2(r^2+x^2)^2}\cdot\sqrt{1-\left(\frac{x}{r}\right)^2}\cos 2\alpha$$

$$\frac{(2r^2+J_2R_\oplus^2)^2}{2r^8} = \frac{1}{2(r^4+2r^2x^2+x^4)}\cdot\sqrt{1-\left(\frac{2x}{r}\right)^2}$$

$$\frac{(2r^2+JR_\oplus^2)^2}{2r^8} = \frac{1}{2r^4\left(1+2\frac{x^2}{r^2}+\frac{x^4}{r^4}\right)}\cdot\sqrt{1-\left(\frac{2x}{r}\right)^2}$$

$\left(\frac{x}{r}\right)^4 \to 0$

$\left(\frac{x}{r}\right)^4 \ll 1$

$$\frac{(2r^2+JR_\oplus^2)^2}{r^4} = \frac{\sqrt{1-\left(\frac{2x}{r}\right)^2}}{\left(1+\frac{2x^2}{r^2}\right)} \approx$$

$(1+\beta)^n \approx 1+n\beta$

$\beta \to 0$

$$\approx \frac{1-2\left(\frac{x}{r}\right)^2}{1+\frac{2x^2}{r^2}} = \frac{r^2-2x^2}{r^2+2x^2}$$

ФОЛ-69

15 (продолжение)

~~$2r^2$~~

Для каждого r и φ будет какое-то своё значение x.
Сильно отличаться от среднего. Поэтому для оценки можем взять ~~среднее~~ для $r = R_\oplus$

$$\underbrace{\left(2R_\oplus^2 + JR_\oplus^2\right)^2}_{} = \frac{R_\oplus^2 - 2x^2}{R_\oplus^2 + 2x^2}$$

$$\left(2 \cdot 6 \cdot 10^6 + 10^{-3} \cdot 6 \cdot 10^6\right)^2$$

$$36 \cdot (2 \cdot 10^6 + 10^3)^2 \approx 36 \cdot 4 \cdot 10^{12}$$

$$\left(\frac{2R_\oplus + JR_\oplus}{R_\oplus^2}\right)^2 = \frac{1 - 2\left(\frac{x}{R_\oplus}\right)^2}{1 + 2\left(\frac{x}{R_\oplus}\right)^2} = \frac{1-2k}{1+2k}$$

$$\underbrace{\frac{\left(2 \cdot 6 \cdot 10^6 + 1{,}08 \cdot 10^{-3} \cdot 6 \cdot 10^6\right)^2}{6^2 \cdot 10^{12}}}_{} = \frac{1-2k}{1+2k}$$

$$2 = \frac{1-2k}{1+2k}$$

$$2 + 4k = 1 - 2k$$