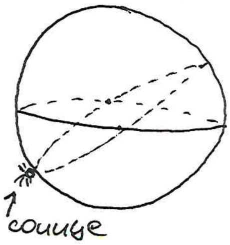
CTE-09

Задача 1.

1) Полярная ночь наступает, когда Солнце оказывается под горизонтом в своём наименьшем склонении, т.е. −23,5 в момент зимнего солнцестояния (22 декабря)

2) Т.к. по условию полярная ночь длится 60 дней, то => начинается она 22 ноября и заканчивается 22 января.



3) Солнце 22 января находится на минимальной $h_в = 0°$

4) За период с зимнего солнцестояния и весеннего равноденствия пройдёт 3 месяца; За это время Солнце изменит своё склонение с −23,5° до 0° => 22 января оно имело склонение $\frac{2}{3}$ от −23,5°

$$\frac{-23{,}5 \cdot 2}{3} \approx -16°$$

Воспользуемся условием из п. 3.

$$0 = 90 - |\varphi - \delta|$$
$$0 = 90 - \varphi - 16$$
$\varphi = 74°$ – широта места наблюдения.

5) Теперь знаем, что $h_в = 2h_н$:

$$90 - |\varphi - \delta| = 2(|\varphi + \delta| - 90)$$
$$90 - \varphi + \delta = 2\varphi + 2\delta - 180 \quad \text{подставляем значение } \varphi$$
$$90 - 74 - 148 + 180 = \delta$$
$$-132 + 180 = \delta$$
$$\delta = 48°$$

Ответ. $\delta \approx 48°$

Задача №3

Дано: $M_з = 2M_\odot$

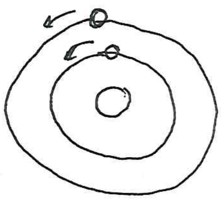
$r_1 = 0{,}5\,а.е = a_1$

$r_2 = 0{,}8\,а.е = a_2$

$S_1 = S_2$

Решение:

по 3-му уточнённому закону Кеплера:



$$\frac{T_1^2 (2M_\odot + M_{пл})}{T_з^2 \cdot (M_\odot + M_з)} = \frac{a_1^3}{a_з^3}$$

т.к. массы планет очень малы по сравнению с массами центральных светил, то ими можно пренебречь

$$\frac{T_1^2 \cdot 2M_\odot}{T_з^2 \cdot M_\odot} = \frac{a_1^3}{a_з^3}$$

$$T_1 = \sqrt{\frac{T_з^2 \cdot a_1^3}{a_з^3 \cdot 2}} = \sqrt{\frac{1 \cdot 0{,}5^3}{1 \cdot 2}} = \frac{\sqrt{0{,}5^3}}{\sqrt{2}} = \frac{0{,}5\sqrt{0{,}5}}{\sqrt{2}} = \frac{0{,}5 \cdot 0{,}7}{1{,}4} = \frac{0{,}5}{2} = 0{,}25 \approx 0{,}29$$

$0{,}7 \cdot 0{,}7 = 0{,}49 \approx 0{,}5$

$$\begin{array}{r} 1{,}4 \\ \times\,1{,}4 \\ \hline 56 \\ 14 \\ \hline 1{,}96 \end{array} \approx 2$$

Аналогично,

$$\frac{T_2^2\cdot 2\cancel{M_\odot}}{T_3^2\cdot \cancel{M_\odot}}=\frac{a_2^3}{a_3^3}\Rightarrow T_2=\sqrt{\frac{T_3^2\cdot a_2^3}{2\cdot a_3^3}}=\sqrt{\frac{1^2\cdot 0{,}8^3}{2\cdot 1^2}}=\frac{0{,}8\sqrt{0{,}8}}{\sqrt{2}}=\frac{0{,}8\cdot 0{,}9}{1{,}4}=$$

$0{,}9\cdot 0{,}9=0{,}81\approx 0{,}8$

$$=\frac{0{,}4\cdot 0{,}9}{0{,}7}=\frac{0{,}36}{0{,}7}\approx 0{,}5 \text{ года}$$

Перейдем к солнечным суткам:

$$\begin{cases}\frac{1}{S_1}=\frac{1}{T_1}-\frac{1}{T}\\ \frac{1}{S_2}=\frac{1}{T_2}-\frac{1}{T}\end{cases}$$

Зная что продолжительность солнечных суток одинаковая, можно приравнять 2 эти уравнения.

$$\frac{1}{T_1}-\frac{1}{T}=\frac{1}{T_2}-\frac{1}{T}$$

к тому же, ~~первая~~ вторая ~~второй~~ оборачивается медленнее в два раза

$$\frac{1}{T_1}-\frac{1}{T}=\frac{1}{T_2}-\frac{1}{2T}$$

$$\frac{1}{T_1}-\frac{1}{T_2}=\frac{1}{T}-\frac{1}{2T}$$

$$\frac{1}{0{,}25}-\frac{1}{0{,}5}=\frac{2-1}{2T}$$

$$4-2=\frac{1}{2T}$$

$$2=\frac{1}{2T}$$

$T=0{,}25$ г.

$2T=0{,}5$ г

Ответ. Периоды осевого вращения планет равны 0,25 и 0,5.

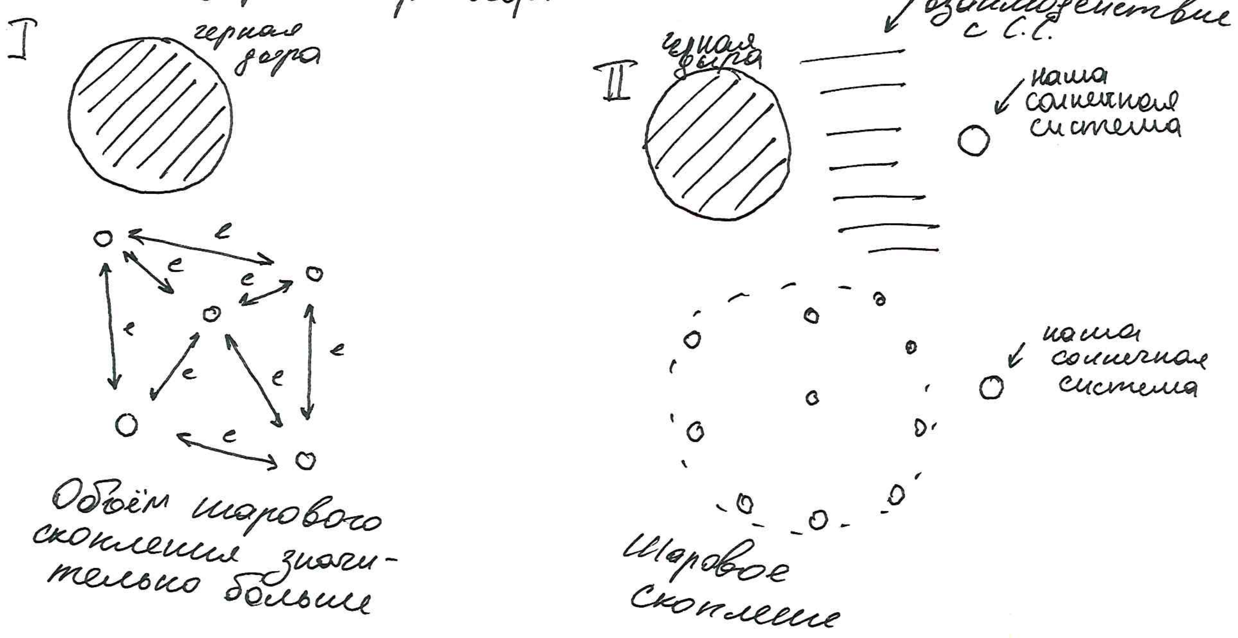
Задача 5.

Если бы в центре нашей галактики находилось шаровое скопление чёрных дыр и каждая была бы массы солнца, то тогда в центре нашей галактики находился бы огромный чёрный шар (скопление) из $4{,}5\cdot 10^6$ чёрных дыр.

Я считаю, что такое невозможно по след причин.

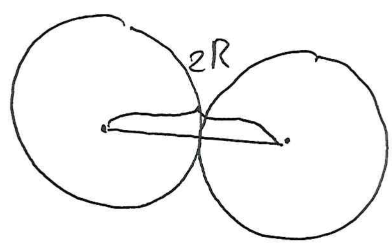
1) чёрные дыры должны находиться на строго определённом расстоянии друг от друга. Если бы они были близко, то F гравитационного взаимодействия была бы максимальной и в конечном итоге все эти чёрные дыры слились бы в одну сверхмассивную, но если они будут находиться на определённом расстоянии, то сама система чёрных дыр может оказаться неустойчивой, поэтому они могут разлететься.

2) предположим, что равновесие системы из п.1 было соблюдено, тогда можно сказать, что шаровое скопление имело бы больший обьём, чем сверхмассивная чёрная дыра. Например:



За счёт своего большого обьёма и смещения центра масс по закону всемирного тяготения $F = \frac{GMm}{R^2}$ — R в данном случае может меняться => и R может увеличиваться или уменьшаться в следствии чего возникает неустойчивость системы.

Задача №4



$M_c = 2\cdot10^{30}$ кг
$\rho = 1400$ кг/м^3
$D = 1{,}4\cdot10^6$ км

По 3-му уточнённому закону Кеплера

$$\frac{T_1^2\, 2M_\odot}{T_2^2(M_\odot+M_З)} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

$$T_1 = \sqrt{\frac{T_2^2\cdot a_1^3}{a_2^3\cdot 2}} = \sqrt{\frac{365^2\cdot 1{,}4^3\cdot(10^6)^3}{2\cdot 1{,}5^3\cdot(10^8)^3}} = \sqrt{\frac{365^2\cdot10^{18}}{2\cdot10^{24}}} =$$

$$= \sqrt{\frac{365^2}{2\cdot10^6}} = \frac{365}{\sqrt{2}\cdot10^3} = \frac{365}{1000\,1{,}4} = \frac{365}{1400} \approx \frac{1}{4} \text{ дня} \approx$$

$\approx$ 6 часов

$1{,}4 \times 1{,}4$
5,6
1,4
1,98 ≈ 2

CTE-09

$T_{звезды\ F спектр} = 7000 K$ $\quad R_F = R_\odot$

$T_{звезды\ K спектр} = 4500 K$ $\quad R_K = 0,5 R_\odot$

$T_{солнца} = 5800 K$

Зависимость светимости звезды от R и T:

1) $\frac{L_F}{L_\odot} = \frac{R_F}{R_\odot} \cdot \frac{T_K^4}{T_c^4} = \left(\frac{T_K}{T_C}\right)^4$

$\frac{L_F}{L_\odot} = \left(\frac{7000}{5800}\right)^4 \approx (1,16)^4$ $\qquad \frac{7000}{5800} \approx 1,16$

2) Зависимость светимости от массы:

$\frac{L_F}{L_\odot} = \left(\frac{M_F}{M_\odot}\right)^4$

$1,16^4 = \left(\frac{M_F}{M_\odot}\right)^4$

$1,16 = \frac{M_F}{M_\odot} \Rightarrow M_F = 1,16 M_\odot$

по 3-му уточнённому закону Кеплера:

$\frac{T_1^2 \cdot 2 \cdot 1,16 \cdot M_\odot}{T_2^2 \cdot M_\odot} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$ $\qquad 1,5 \times 1,5 = 2,25 \approx 2,32$

$T_1 = \sqrt{\frac{365^2 \cdot 10^{18} \cdot 1,5^3}{1,5^3 \cdot 10^{24} \cdot 2,32}} = \frac{365}{1000 \cdot \sqrt{2,32}} =$

$= \frac{365}{1000 \cdot 1,5} = \frac{365}{1500} \approx \frac{1}{5} \approx 5$ часов

3) $\frac{L_K}{L_\odot} = \frac{R_K}{R_\odot} \cdot \left(\frac{T_K}{T_\odot}\right)^4 = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{4500}{5800}\right)^4 = \frac{1}{2} \cdot (0,7)^4$ $\qquad \frac{4500}{5800} = \frac{45}{58} \approx 0,7$

Зависимость светимости от массы:

$\frac{1}{2} \cdot (0,7)^4 = \left(\frac{M_K}{M_\odot}\right)^4$ $\qquad \frac{1}{2} \approx \left(\frac{1}{1,2}\right)^4$

$\left(\frac{1}{1,2}\right)^4 \cdot (0,7)^4 = \left(\frac{M_K}{M_\odot}\right)^4$

$\frac{0,7}{1,2} = \frac{M_K}{M_\odot}$

$0,6 = \frac{M_K}{M_\odot}$

$M_\odot \cdot 0,6 = M_K$

по 3-му закону Кеплера:

$\frac{T_1^2 \cdot 2 \cdot 0,6 M_\odot}{T_2^2 \cdot M_\odot} = \frac{a_1^3}{a_2^3} \Rightarrow T_1 = \sqrt{\frac{365^2 \cdot a_1^3}{a_2^3 \cdot 1,2}} =$

$= \sqrt{\frac{365^2 \cdot 7^3 \cdot 10^{15}}{1,5^3 \cdot 10^{24} \cdot 1,2}} = \frac{365 \cdot 7 \cdot \sqrt{7}}{1000 \cdot 1,5 \cdot \sqrt{1,5 \cdot 1,2}} =$ $\qquad \sqrt{7} \approx 2,6$ $\qquad \sqrt{1,8} \approx 1,69$

$= \cancel{365 \cdot 14}\ \frac{365 \cdot 7 \cdot 2,6}{1000 \cdot 1,5 \cdot 1,69} =$

$= \frac{365 \cdot 14}{15000} \approx \frac{5110}{1500} \approx 3,5$ дн.

$$\begin{array}{r} \times\ 365 \\ 14 \\ \hline +\ 1460 \\ 365 \\ \hline 5110 \end{array}$$

Ответ. Типа Солнца за 6 часов, F спектр класса - за 5 часов, K спектр класса за 3,5 дн.

Задача 2

При условии неподвижности антены можно сделать вывод о том, что мы находимся на экваторе и статич спутник прямо перед нами.

Спутник находится в зените => солнце находится в зените => $\approx$ 22 сентября и 21 марта

CTE-