СТа-07

№1

$h_1 = 2h_2$ Дано:

$T = 60d$

$\delta - ?$

Решение:

Полярная ночь начинается с момента захода солнца под горизонт и заканчивается его восходом.

Для того, чтобы солнце все это время было под горизонтом, его склонение δ должно быть меньше или равно определенному значению

Склонение солнца меняется от $+23{,}5°$ до $-23{,}5°$ за 6 месяцев (от летнего до зимнего солнцестояния)

Можем положить, что это происходит равномерно, тогда за месяц склонение меняется на

$$\Delta\delta = \frac{23{,}5\cdot 2}{6} \approx 8°$$

То есть когда ночь начилась, склонение было равно

$$\delta_1 = -23{,}5° + 8° = -15{,}5°$$

Из этого найдем широту

$\overset{0,\ \text{на горизонте}}{h} = -\varphi + \delta + 90$ $\varphi = 90 + \delta$; $\varphi = 74{,}5°$ (не рассматриваем южные широты, т.к. говорится про поселение село)

Теперь запишем высоты для данной звезды.

$$\frac{h_1 = -\varphi + \delta + 90}{h_2 = \varphi + \delta - 90}$$

поделив одно на другое, получим

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{-\varphi + \delta + 90}{\varphi + \delta - 90} = 2$$

$$-\varphi + \delta + 90 = 2\varphi + 2\delta - 180$$

$$270 - 3\varphi = \delta$$

$$\delta = 3(90 - \varphi) = 3 \cdot 15{,}5° = 46{,}5°$$

Ответ: $\delta = 46{,}5°$

1

$\boxed{\text{Ста-07}}$

№4

Дано:
$M_1 = M_2 = M_0$

$T - ?$

Решение:
[illegible]

две звезды соприкасаются
~~[illegible]~~

Расстояние между ними равно сумме радиусов звезд, т.е. их диаметру.

$$F = \frac{GM \cdot m}{R^2}$$

, где $R = 2r$, расстояние между центрами с другой стороны
$r = R_0$ - радиус солнца (700000 км)

$$F = Ma_ц = m\frac{v^2}{r} = m \cdot \frac{4\pi^2 r}{T^2};\quad a_ц = \frac{v^2}{r};\quad v_{лин} = \frac{2\pi r}{T}$$

$$\frac{Gm^2}{R^2} = m\frac{4\pi^2 r}{T^2};\quad \frac{GM}{R^2} = \frac{GM}{4r^2} = \frac{4\pi^2 r}{T^2}$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2 \cdot r^3 \cdot 4}{GM}$$

$$T = \sqrt{\frac{4 \cdot 3{,}14^2 \cdot (7 \cdot 10^8)^3 \cdot 4}{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^{30}}} = 2 \cdot 10^4 = 20000 \text{ секунд.}$$

Мат. преобразования:

$$\frac{4 \cdot 4 \cdot 3{,}14^2 \cdot 7^3 \cdot 10^{8,3}}{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^{30}} = \frac{\cancel{16}^{\,8} \cdot 3{,}14^2 \cdot \cancel{343}^{\,50} \cdot \cancel{10^{24}}^{\,10^5}}{\cancel{6{,}67} \cdot \cancel{10^{-11}} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{10^{30}}} = 8 \cdot 10 \cdot 50 \cdot 10^5 = 4 \cdot 10^8$$

$343 \approx 6{,}67 \cdot 50$
$3{,}14^2 \approx 10$

① Ответ: $T = 20000$ секунд

② Проанализируем полученную зависимость

$T \sim \frac{r^3}{M}$ $\qquad M \sim r^3$

$M = \frac{4}{3}\pi r^3 \cdot \rho$ $\qquad \frac{1}{\frac{4}{3}\pi\rho} = \frac{r^3}{M}$

$T \sim \rho$

Звезды классов F и K менее массивные и меньше по размеру, чем солнце, то есть их период не должен измениться.

2

Ответ: Такой же по порядку

СтЧ-07

№5

Дано:
$M_{\text{sgA}^*} = 4{,}5\cdot10^6 M_{\odot}$

Решение:
Определим радиус горизонта событий данной черной дыры.

$$R = \frac{2GM_{\text{sgA}^*}}{c^2}$$

$$R = \frac{2\cdot 6{,}67\cdot 4{,}5\cdot10^6\cdot 2\cdot 10^{30}}{((3\cdot10)^8)^2\cdot 10^{11}} = \frac{2\cdot 6{,}67\cdot \cancel{9}\cdot\cancel{10^{36}}^{10^9}}{\cancel{9}\cdot\cancel{10^{27}}} = 2\cdot 6{,}67\cdot 10^9 \text{ м.}$$

Чтобы вместо этой черной дыры находилось скопление других черных дыр, нужно найти ее объем

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$V = \frac{4}{3}\cdot 3{,}14\cdot (2\cdot 6{,}67)^3\cdot 10^{27}\ \text{м}^3$$

Предположим, что такое возможно и весь этот объем заполнен дырами звездных масс. Черной дырой могут стать звезды с минимальной массой в 2,5 солнечных.

Тогда горизонт событий данной дыры.

$$R_1 = \frac{2G\cdot M_1}{c^2}$$

$$R_1 = \frac{2\cdot 6{,}67\cdot \cancel{10^{11}}\cdot \cancel{2{,}5}^{10}\cdot \cancel{2}\cdot\cancel{10^{30}}^{10^3}}{9\cdot \cancel{10^{16}}} = 10^4\cdot\frac{6{,}67}{9} \text{ км.}$$

Объем одной такой дыры

$$V_1 = \frac{4}{3}\pi R_1^2$$

$$V_1 = \frac{4}{3}\cdot 3{,}14\cdot\left(\frac{6{,}67}{9}\right)^3\cdot 10^{12}\ \text{м}^3$$

Весь объем необходимо заполнить такими дырами значит их максимальное количество

$$N = \frac{V}{V_1} = \frac{\cancel{\frac{4}{3}}\cdot\cancel{3{,}14}\cdot 2^3\cdot\cancel{6{,}67^3}\cdot 10^{27}}{\cancel{\frac{4}{3}}\cdot\cancel{3{,}14}\cdot\frac{\cancel{6{,}67^3}}{9^3}\cdot 10^{12}} = 18^3\cdot 10^{15} = 1{,}8^3\cdot 10^{18}$$

3

$\boxed{\text{СТА-07}}$

однако чтобы захватить такую массу нужно

$N_1 = \frac{4,5\cdot10^6 M_\odot}{2,5 M_\odot} = \frac{4,5\cdot 4\cdot\cancel{2,5}\cdot 10^5}{\cancel{2,5}} = 18\cdot10^5 = 1,8\cdot10^6$ дыр.

$N_1 < N$, а значит такие действительно возможно

Ответ: да, возможно.

№3

Дано:

$M = 2M_\odot$

$r_1 = 0,5$ а.е.

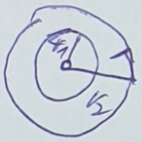
$r_2 = 0,8$ а.е.

$S_1 = S_2$

T_1 – ?

T_2 – ?

Решение



По обобщенному третьему закону Кеплера

$\frac{\Sigma M\cdot T^2}{a^2} = \frac{4\pi^2}{G}$ | Массы можно представить в массах солнца, а в а.е., T в годах.

Тогда для первой планеты:

$\frac{2M\cdot T_1^2}{(0,5\text{ а.е.})^3} = \frac{4\pi^2}{G}$

для Земли $\frac{MT^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G}$; $T = 1$г; $a = 1$а.е.; $M = 1M_\odot$

$\frac{2MT_1^2}{\frac{1}{8}\text{а.е.}^3} = \frac{4\pi^2}{G}$

$\frac{16MT_1^2}{\text{а.е.}^3} = \frac{4\pi^2}{G}$ откуда $T_1^2 = \frac{1}{16}$; $T_1 = \frac{1}{4}$ года

Для второй планеты:

$\frac{2}{0,512} \approx 4$

$\frac{2MT_2^2}{(0,8\text{ а.е.})^3} = \frac{4\pi^2}{G}$; $\frac{4\cancel{2}MT_2^2}{\cancel{0,512}\text{а.е.}^3} = \frac{4\pi^2}{G}$

$T_2^2 = \frac{1}{4}$; $T_2 = \frac{1}{2}$ года

Ста-07

Периоды планет получились четверть года и полгода, т.е отличаются в 2 раза. По условию задачи обороты вокруг оси у них отличаются не в 2 раза.
А это значит, что при любых значениях периода осевого вращения, их „солнечные" сутки совпадают.

Ответ: ~~[illegible]~~ месяцы, меньше орбитального вращения

№2

Дано:
$D = 2$ м
$\nu = 12$ ГГц

Решение:
$\theta = 1{,}22 \frac{\lambda}{D}$,
$\theta = 1{,}22 \frac{c}{\nu D}$

$\lambda = \frac{c}{\nu}$ связь частоты и длины волны

$\theta = \frac{1{,}22 \cdot 3 \cdot 10^8}{12 \cdot 10^9 \cdot 2} \cdot 206265 = \left(\frac{206265 \cdot 1{,}22}{80}\right)'' \theta \approx 1^\circ$

между солнцем и спутником должно быть около одного градуса, чтобы была „засветка"

⊙ Солнце „пятно" на небе диаметром в $\rho \approx \theta = 1{,}5^\circ$