CTE- 08

Задача № 1

$$\begin{cases} T_э = 1{,}02\,T_п \\ T_э = T_{п_1} \end{cases}$$ – из условия, где

$T_п = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{lR^2}{GM}}$ – на полюсе

$T_{п_1} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_1}} = 2\pi\sqrt{\frac{l(R+h)^2}{GM}}$ – на полюсе на высоте 130 км

На экваторе – $T_э = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g-a}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{\frac{GM}{R^2} - \frac{\upsilon_в^2}{R}}} = 2\pi\sqrt{\frac{lR^2}{GM - R\upsilon_в^2}}$

$$\frac{T_{п_1}}{1{,}02T_п} = 1;\quad \frac{T_{п_1}}{T_п} = 1{,}02;\quad \frac{\sqrt{\frac{l(R+h)^2}{GM}}}{\sqrt{\frac{lR^2}{GM}}} = 1{,}02;\quad \frac{R+h}{R} = 1{,}02;$$

$$R+h = 1{,}02R;\quad h = 0{,}02R \Rightarrow R = \frac{h}{0{,}02} = \frac{130}{0{,}02} = \frac{13000}{2} = 6500\text{ км} = 6{,}5\cdot10^3\text{ км} = 6{,}5\cdot10^6\text{ м}$$

R – радиус планеты.

$$\upsilon_в = \frac{2\pi R}{T} \approx \frac{6\cdot6{,}5\cdot10^6}{10\cdot3600} = \frac{6\cdot6{,}5\cdot10^5}{3{,}6\cdot10^3} = \frac{6\cdot6{,}5\cdot10^2}{3{,}6} = \frac{3{,}9\cdot10^3}{3{,}6} \approx$$

$$\approx 1000\text{ м/с} \approx 1\text{ км/с}$$

$$a = \frac{\upsilon_в^2}{R} \approx \frac{10^6}{6{,}5\cdot10^6} = \frac{1}{6{,}5} \approx 0{,}15\text{ м/с}^2$$

$$2\pi\sqrt{\frac{l\cancel{R}}{g-a}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\cdot1{,}02 \;\Big|:2\pi$$

$$\sqrt{\frac{l}{g-a}} = \sqrt{\frac{l}{g}}\cdot1{,}02$$

$$\frac{l}{g-a} = 1{,}0404\frac{l}{g} \;\Big|:l$$

$$\frac{1}{g-a} = \frac{1{,}0404}{g}$$

$$g = 1{,}0404g - 1{,}0404a$$

$$-0{,}0404g = -1{,}0404a \Rightarrow g = \frac{1{,}0404\cdot0{,}15}{0{,}0404} \approx 25{,}75\cdot0{,}15 \approx 3{,}9\text{ м/с}^2$$

$3 \cdot 6{,}5 = 39{,}0$; $3{,}9 : 3{,}6 = 1{,}0\ldots$; $100 : 65 = 0{,}1\ldots$; $1{,}0404 : 0{,}0404 = 25{,}75$; $3{,}9\cdot6{,}5 = 25{,}35$; $25{,}75\cdot0{,}15 = 3{,}8625$

Максимальная скорость, с которой можно двигаться по поверхности планеты без использования двигателей, равна первой космической скорости для данной планеты; $m\frac{\upsilon_I^2}{R} = G\frac{Mm}{R^2} \Rightarrow \upsilon_I = \sqrt{\frac{GM}{R}} = \sqrt{\frac{GMR}{R^2}} = \sqrt{gR}$

$$\upsilon_I = \sqrt{gR} = \sqrt{3{,}9\cdot6{,}5\cdot10^6} = 10^3\cdot\sqrt{25{,}35} \approx 5\text{ км/с}$$

Для справки: у Земли примерно 8 км/с

Такая скорость пригодна, если не учитывать вращение планеты, но так как не указано с какой точки планеты нужно запустить, поэтому если мы запускаем на экваторе, то нужно учесть ~~ускорение~~ скорость вращения планеты. Запускаем против направления вращения, то скорость бы должна равняться 6 км/с, а если по направлению, то 4 км/с.

Значит, скорость ~~имеет направление~~ 5 ± 1 км/с, в зависимости от того откуда и куда мы запускаем какой-либо ~~аппарат~~ аппарат или предмет

Задача №2

Известный факт, что голубые карлики - это лишь гипотетический тип звёзд, их не существует. Поэтому в задаче может говориться только о двух красных карликах, а т.к. красных звёзд больше нет, два гиганта являются голубыми. Светимости красных карликов очень малы по сравнению со светимостью голубых гигантов.

Тогда мы имеем два исхода: 1) ГГ - ◦кк
ГГ - ◦кк
2) ГГ - ГГ
◦кк - ◦кк

Поскольку светимости гигантов совпадают, температуры тоже, то радиусы также совпадают.
Аналогично с карликами.

Известно, что красные карлики намного старше голубых гигантов, поэтому в 1 случае трудно определить возраст системы, ведь эволюция происходит по-разному, неизвестно, когда эти звёзды „прицепились" друг к другу. А также из-за сильного различия в светимостях мы можем и не разрешить обе компоненты ~~све~~ системы.

Именно поэтому 1 случай неверный.

Тогда верный 2 случай, мы точно можем сказать, каков возраст систем, т.к. обе компоненты обеих систем примерно равны по возрасту. Итак, 1 двойная звезда состоит из двух голубых гигантов, а 2 двойная звезда состоит из двух красных карликов.

Так как красные карлики намного старше голубых гигантов, то совершенно точно двойная звезда из красных карликов старше двойной звезды из голубых гигантов.

Задача №3.

~~Фио~~ Фиолетовое смещение у галактик не будет наблюдаться, если его будет компенсировать Хаббловское расширение. Фиолетовое смещение у галактик означает, что физически она приближается к нам или к нашей галактике, тогда $z \leq 0$., v_r у галактик с фиолетовым смещением меньше или равна нулю. По эффекту Доплера-Физо: $v_r = cz$, где c - скорость света. По з-ну Хаббла: $rH = v$; где r - расстояние в Мпк;

v - скорость расширения Вселенной, $H = Const = 75 \frac{км}{с \cdot Мпк}$

Самая известная галактика, которая приближается к нам - галактика Андромеда, её $v_r \approx -300$ км/с. Продолжение на странице №3.

Продолжение задачи №3:

Тогда $rH + \upsilon_r = 0$; тогда за счёт Хаббловского расширения мы не заметим фиолетовое смещение галактики.

$rH = -\upsilon_r$; $r = \frac{-\upsilon_r}{H}$; Для примера возьмём галактику Андромеда.

$r = \frac{-(-300)}{75} = \frac{300}{75} = \frac{75\cdot 4}{75} = 4$ Мпк.

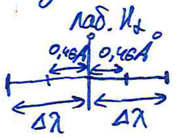
Конечно, мы не можем сказать, что это точно минимальное расстояние, но это минимальное расстояние, на котором должна располагаться Андромеда, чтобы мы не ~~смогли~~ смогли наблюдать её фиолетовое смещение.

Известно, что есть галактики с $\upsilon_r \approx -50$ км/с, для них $r = \frac{50}{75} \approx \frac{10}{15} \approx \frac{2}{3} \approx$
$\approx \frac{2}{3} \approx 0{,}67$ Мпк, тогда мы не сможем наблюдать их фиолетовое смещение, если они находились бы на таком расстоянии.

Чем больше $|\upsilon_r|$, тем большее нужно расстояние, чтобы не заметить фиол. смещ.

Задача №4

Полуамплитуда $0{,}46$ Å; тогда амплитуда $0{,}92$ Å



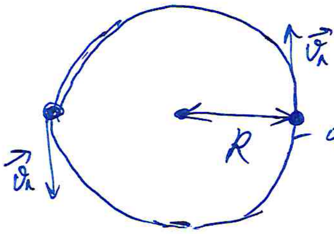
$\Delta\lambda = 0{,}92$ Å

Используя эффект Доплера - Физо; найдем $\upsilon_r = c\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}$, где $\lambda_0 = 5650$ Å

$\upsilon_r = 3\cdot 10^8 \cdot \frac{0{,}92}{5650} = \frac{3\cdot 92\cdot 10^6}{5650} = \frac{3\cdot 92\cdot 10^5}{565} = \frac{92\cdot 10^5}{188{,}3} \approx \frac{10^5}{2{,}04} =$

$\approx \frac{10\cdot 10^4}{2{,}04} \approx 5\cdot 10^4 \approx 50$ км/с $= 50\cdot 10^3$ м/с

Нарисуем рисунок:



орбита одной из звёзд (которая меньшая)

Т.к. υ_r не меняется, орбиты считаем круговыми, то $\upsilon_r = \upsilon_{орб}$.

Тогда, $\upsilon_r = \upsilon_{орб.} = \frac{2\pi R}{P}$, где P - период обращения по орбите звезды.

Т.к. нам дан ($T = 0{,}5$г) период падения блеска, а у двойной звезды падение происходит дважды (сначала одна закрывает вторую, а потом наоборот), то

$P = 2T = 2\cdot 0{,}5 = 1$ год., тогда: ~~$\upsilon_r = \upsilon_{орб} \approx \frac{6\cdot R}{1} = 6R \Rightarrow R \approx \frac{\upsilon_r}{6} \approx \frac{50\cdot 10^3}{6} \approx 8{,}33\cdot 10^3$ м~~

$P = 1\cdot 365{,}2422\cdot 24\cdot 3600 \approx 365\cdot 24\cdot 3600$, тогда $\upsilon_r = \upsilon_{орб.} \approx \frac{6R}{365\cdot 24\cdot 3600} \approx \frac{R}{365\cdot 24\cdot 600}$

Тогда, $R \approx 50\cdot 10^3\cdot 365\cdot 24\cdot 600 \approx 5\cdot 6\cdot 365\cdot 24\cdot 10^6 \approx 30\cdot 24\cdot 365\cdot 10^6 \approx 3\cdot 24\cdot 365\cdot 10^7 \approx 72\cdot 365\cdot 10^7 \approx$
$\approx 26280\cdot 10^7$ м $\approx 26280\cdot 10^4$ км $\approx 1{,}752$ а.е.

$\frac{262800000}{150000000} = \frac{2628}{1500}$

Продолжение на стр. №4.

Продолжение задачи №4

$R \approx 1{,}752$ а.е. $\approx 1{,}7$ а.е.

Воспользуемся III уточнённым з-ном Кеплера (сравним с системой Земля-Солнце)

$\cancel{III}$ $\frac{P^2}{T_\oplus^2} \cdot \frac{M_\circ + m}{M_\odot + m_\oplus} = \frac{R^3}{a^3}$; где $m_\oplus \ll M_\odot$; $T_\oplus = 1$ год; $a = 1$ а.е.

$P^2 \cdot \frac{M+m}{M_\odot} = R^3$

$M + m = M_\odot R^3 \approx 4{,}913\, M_\odot \approx \overset{4,9}{\cancel{5}} M_\odot$

$\cancel{1,752}$
1,7
1,7
119
17
2,89
1,7
2023
289
4,913

Известно, что одна из звёзд - белый карлик.

Масса белого карлика $\overset{m}{\vee}$ примерно от $0{,}6\, M_\odot$ до $1{,}4\, M_\odot$,

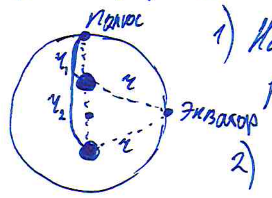
исходя из этого масса компаньона может быть от $3{,}5 M_\odot$ до $4{,}3\, M_\odot$

Тогда, $M = (3{,}5 \div 4{,}3) \cdot M_\odot$

Задача №5

$V = \frac{GM_\oplus}{r}\left(1 - J_2 \left(\frac{R_\oplus}{r}\right)^2 \frac{3\sin^2\varphi - 1}{2}\right)$, представим, как были расположены

негравитирующие массы, т.к. Земля не имеет форму шара, то потенциалы в разных точках будут разными.



1) На полюсе V_n от двух неграв. масс равен: $V_n = \frac{GM_\oplus}{2r_1} + \frac{GM_\oplus}{2r_2}$

По уточненной формуле $V_n = \frac{GM_\oplus}{r_n}\left(1 - J_2\left(\frac{R_\oplus}{r_n}\right)^2\right)$

2) На экваторе V_n от двух неграв. масс равен: $V_э = \frac{GM_\oplus}{2r} + \frac{GM_\oplus}{2r} =$

$= \frac{GM_\oplus}{r}$

По формуле: $V_э = \frac{GM_\oplus}{r_э}\left(1 + J_2\left(\frac{R_\oplus}{r_э}\right)^2 \cdot \frac{1}{2}\right)$,

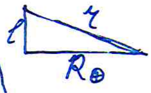
Тогда $\frac{GM_\oplus}{r} = \frac{GM_\oplus}{r_э}\left(1 + J_2\left(\frac{R_\oplus}{r_э}\right)^2 \cdot \frac{1}{2}\right)$, где $r_э \approx 6380$ км, радиус Земли на экваторе.

$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_э}\left(1 + J_2\left(\frac{R_\oplus}{r_э}\right)^2 \cdot \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{r_э} + \frac{J_2 R_\oplus^2}{2r_э^3}$ $R_\oplus \approx 6370$ км, ср. радиус

$\frac{1}{r} = \frac{1}{6380} + \frac{1{,}08 \cdot 10^{-3} \cdot 6370^2}{2 \cdot 6380^3} = \frac{1}{6380} + \frac{0{,}54 \cdot 10^{-3} \cdot 6370^2}{6380^3} \approx$

$\approx \frac{1}{6380} + \frac{0{,}54 \cdot 10^{-3}}{6380} \approx \frac{1 + 0{,}54 \cdot 10^{-3}}{6380}$

$r \approx \frac{6380}{1 + 0{,}54 \cdot 10^{-3}} \approx \frac{6380}{1 + 0{,}00054} \approx \frac{6380}{1{,}00054} \approx 6376$ км



$l = \sqrt{r^2 - R_\oplus^2} \approx \sqrt{6376^2 - 6370^2} \approx$

$\approx \sqrt{6 \cdot (6376 + 6370)} \approx \sqrt{12746 \cdot 6} \approx$

$\approx 6\sqrt{2124}$ Продолжение на стр. №5.

6370
6370
4459
1911
3822
40576900

6380
6380
2704
1914
3828
40464400

$40576900 \approx 40464400$

6375
1,00054
25500
31875
0000
0000
0000
6375
6378,44250

6376
6370
12746

12746 | 6
2124,44

$1600 < 2124 < 2500$

$42^2 = 1764$

$40^2 = 1600$

$50^2 = 2500$

42
42
84
168
1764

Продолжение задачи № 5

$l \approx 6\sqrt{2124} \approx 6 \cdot 46 \approx 276$ км

$1600 < 2124 < 2500$

$45 \cdot 45 = 2025$ $\quad 2025 < 2124 < 2500$; $45 < \sqrt{2124} < 50$

$49 \cdot 49 = 2401$ $\quad 46 \cdot 46 = 2116$ $\quad 45 < \sqrt{2124} < 49$

$46 < \sqrt{2124} < 47$

$46 \cdot 6 = 276$

l - расстояние от центра Земли до игравитирующей массы.

Тогда расстояние между двумя игравитирующими массами (т.к. они равноудалены от центра) равно $2l \approx 552$ км.

Ответ: ≈ 552 км

Дополнение к 5 задаче; в точке полюса, если смоделировать ситуацию, когда нет Земли, а есть две игравитирующие массы, потенциал будет складываться из потенциалов двух масс, т.к. они игравитирующие, а значит независимые: „Принцип суперпозиции". В точке экватора ситуация аналогична, но если в точке полюса расстояния до масс были разными, то в точке экватора расстояния до масс равны.

То, что ~~они~~ массы находятся вдоль оси вращения дано в условии

5

CTE-