Дим –075 лист 1

N5

Дано:

$$V(r,\varphi)=\frac{GM_\oplus}{r}\left[1-J_2\left(\frac{R_\oplus}{r}\right)^2\cdot\frac{3\sin^2\varphi-1}{2}\right];$$

$J_2\approx 1{,}08\cdot 10^{-3}$

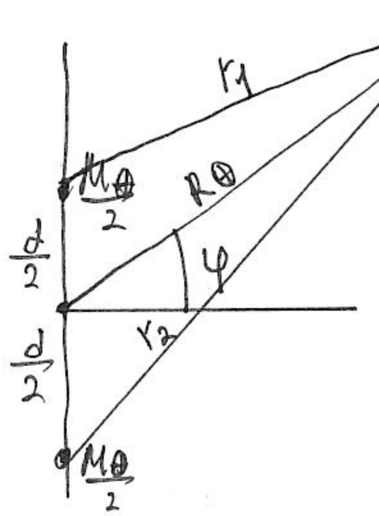
$d-?$

Решение:

Пусть $r=R_\oplus$, $\varphi=45^\circ$. Тогда:

$$V(R_\oplus,45^\circ)=\frac{GM_\oplus}{R_\oplus}\cdot\left[1-J_2\cdot 1^2\cdot\frac{3\cdot\left(\frac{1}{\sqrt2}\right)^2-1}{2}\right]=$$

$$=\frac{GM_\oplus}{R_\oplus}\cdot\left[1-\frac{J_2}{4}\right].\ (1).$$



, d – ось диполя

С другой стороны:

$$V(R_\oplus,45^\circ)=V_1+V_2$$

$$V_{1,2}=\frac{GM_\oplus}{2r_{1,2}}$$

По теореме косинусов:

$$r_1^2=R_\oplus^2+\left(\frac{d}{2}\right)^2-2R_\oplus\cdot\left(\frac{d}{2}\right)\cdot\cos(90^\circ-\varphi)=$$

$$=R_\oplus^2+\left(\frac{d}{2}\right)^2-R_\oplus d\cdot\sin\varphi,$$

$$r_1=R_\oplus\cdot\left[1+\left(\frac{d}{2R_\oplus}\right)^2-\frac{d}{R_\oplus}\cdot\sin\varphi\right]^{\frac12}$$

$$r_2^2=R_\oplus^2+\left(\frac{d}{2}\right)^2-2R_\oplus\cdot\left(\frac{d}{2}\right)\cdot\cos(90^\circ+\varphi)=R_\oplus^2+\left(\frac{d}{2}\right)^2+R_\oplus d\sin\varphi;$$

$$r_2=R_\oplus\cdot\left[1+\left(\frac{d}{2R_\oplus}\right)^2+\frac{d}{R_\oplus}\cdot\sin\varphi\right].$$

Потенциалы:

$$V_{1,2}=\frac{GM_\oplus}{2r_{1,2}}=\frac{GM_\oplus}{2R_\oplus}\cdot\left[1+\left(\left(\frac{d}{2R_\oplus}\right)^2\pm\frac{d}{R_\oplus}\cdot\sin\varphi\right)\right]^{-\frac12}\approx$$

$$\approx\frac{GM_\oplus}{2R_\oplus}\cdot\left[1-\frac12\cdot\left(\left(\frac{d}{2R_\oplus}\right)^2\pm\frac{d}{R_\oplus}\sin\varphi\right)\right]=\frac{GM_\oplus}{R_\oplus}\cdot\left[1-\frac12\cdot\left(\frac{d}{2R_\oplus}\right)^2\pm\frac{d\sin\varphi}{2R_\oplus}\right]$$

$$V(R_\oplus,45^\circ)=\frac{GM_\oplus}{2R_\oplus}\cdot\left[1-\frac12\cdot\left(\frac{d}{2R_\oplus}\right)^2+\cancel{\frac12\cdot\frac{d}{R_\oplus}\cdot\sin\varphi}+1-\frac12\cdot\left(\frac{d}{2R_\oplus}\right)^2-\right.$$

$$\left.-\cancel{\frac12\frac{d}{R_\oplus}\cdot\sin\varphi}\right]=\frac{GM_\oplus}{R_\oplus}\cdot\left[1-\frac12\left(\frac{d}{2R_\oplus}\right)^2\right]\ (2).$$

Подставим (1) и (2):

$$\frac{GM_\oplus}{R_\oplus}\cdot\left[1-\frac{J_2}{4}\right]=\frac{GM_\oplus}{R_\oplus}\cdot\left[1-\frac12\cdot\left(\frac{d}{2R_\oplus}\right)^2\right].$$

$$\frac14 J_2=\frac18\cdot\left(\frac{d}{R_\oplus}\right)^2.$$

$$\frac{d}{R_\oplus}=\sqrt{2J_2}=\sqrt{2\cdot 10{,}8\cdot10^{-4}}\approx 0{,}046.$$

$d=R_\oplus\cdot0{,}046=6400\cdot0{,}046\approx300$ км.

Ответ: 300 км.

№2

2 системы двойных звёзд. 4 звезды – 2 кр., 2 голубых, 2 карлика и 2 гиганта.

Т.к. компоненты двойных звёзд разрешены в оптическом диапазоне, то их можно увидеть отдельно.

~~1 сх 1-я система~~

Для звёзд главной последовательности:

$L \sim M^4$

1-я система – 2 красных карлика. Данная система будет принадлежать главной последовательности.

2-я система – 2 голубых гиганта. Данная система не будет принадлежать главной последовательности. Возраст данной системы будет больше, чем возраст систем, принадлежащих главной последовательности.

Следовательно, система, состоящая из 2 голубых гигантов будет старше системы, состоящей из 2 красных карликов.

№4.

Дано:	Решение
$\frac{A}{2} = 0{,}4$ ангстрем; $T = 0{,}5$ лет.	$\lambda \simeq 560$ нм.
$M - ?$	$\lambda = v \cdot T$.

$v = \frac{560}{0{,}5} = 1120 \frac{нм}{год} = 1120 \cdot 10^{-12} \frac{км}{год} \approx \cancel{967680}\ 3483648 \cdot 10^{-9} \frac{км}{с}$

$\cancel{= 967680 \cdot 10^{-8} \frac{км}{с}.\ 3483648 \cdot 10^{-8} \frac{км}{с}}$

$\cancel{Z = \frac{v}{c} = \frac{96768 \cdot 10^{-8}}{3 \cdot 10^5} \approx 32256 \cdot 10^{-12} \frac{км}{с} = 32256 \frac{нм}{с}}$.

$Z = \frac{v}{c} = \frac{3483648 \cdot 10^{-9}}{3 \cdot 10^5} \approx 1120000\ \cancel{нм} \cdot 10^{-12} \frac{км}{с} = 1120000 \frac{нм}{с} =$

$= 112 \cdot 10^4 \cdot 10^{-9} \frac{м}{с} = 112 \cdot 10^{-5} \frac{м}{с} = 1{,}12 \cdot 10^{-3} \frac{м}{с} = 1{,}12 \frac{см}{с}$.

Дим – 075 Лист 3

N3.

Все спиральные галактики подобны нашей.
Для звёзд главной последовательности $L \sim M^4$.
Рассмотрим андромеду и млечный путь:

$$\frac{L_{\text{мл. пути}}}{L_{\text{андромеды}}} = \frac{v_{max\ \text{мл. пути}}}{v_{max\ \text{андромеды}}}.$$

$$\frac{L_{\text{мл. пути}}}{L_{\text{андр.}}} = 10^{0,4 \cdot (M_{\text{андр.}} - M_{\text{мл. пути}})}$$

Тогда; $v_{max\ \text{андромеды}} \approx 230\ \frac{\text{км}}{\text{с}}$.

$$d = \frac{v_{max\ \text{андромеды}}}{H} = \frac{230}{70} \approx 3\text{ Мпк}$$

~~Ответ: 3Мпк.~~ Ответ: 3Мпк

N1.

$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ $\quad g = \frac{GM}{r}$

$T_{\text{экв.}1} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = $ $T_{\text{п.}1} = 2\pi\sqrt{\frac{l r_2^2}{GM}}$.

$= 2\pi\sqrt{\frac{l r_1^2}{GM}}$ $\quad T_{\text{экв.}1} = 1{,}02 \cdot T_{\text{п}1}$. (1) $2\pi\sqrt{}$

~~После того, как~~ $\quad r_1 = 1{,}02\, r_2$.

После того, как маятник подняли:

$T_{\text{экв.}2} = T_{\text{экв.}1}$ $\quad T_{\text{п}2} = 2\pi\sqrt{\frac{l(r_2+h)^2}{GM}}$, где h – высота подъёма, $h = 130$км.

$T_{\text{экв.}1} = T_{\text{п}2}$ (2)

Из (1) и (2):

$1{,}02 \cdot T_{\text{п.}1} = T_{\text{п}2}$.

$1{,}02 \cdot 2\pi\sqrt{\frac{l r_2^2}{GM}} = 2\pi\sqrt{\frac{l(r_2+h)^2}{GM}}$

$1{,}02 \cdot \sqrt{r_2^2} = \sqrt{(r_2+h)^2}$.

$1{,}02\, r_2 = r_2 + h$.

$0{,}02\, r_2 = h$.

$r_2 = \frac{130}{0{,}02} = 650$ км. $\quad r_1 = 1{,}02\, r_2 = 1{,}02 \cdot 650 = 663$ км.

$S = 2\pi r_1 = 2 \cdot 3{,}14 \cdot 663 \approx 3843$ км, $v_{max} = \frac{S}{t} = \frac{3843}{10} \approx 384{,}3\ \frac{\text{км}}{\text{с}}$.

Ответ: $384{,}3\ \frac{\text{км}}{\text{с}}$.

№4

Дано:

$\frac{A}{2} = 0{,}46$ ангстрем

$T = 0{,}5$ лет.

$M_2 - ?$

Решение:

$z = \frac{0{,}46}{6600} \approx 0{,}7 \cdot 10^{-4} = 7 \cdot 10^{-5}$

~~$v_{пл} = 7 \cdot 10^{-8} z \cdot c = 7 \cdot 10^{-5} \cdot 3 \cdot 10^{5} = 21 \frac{км}{с}$~~.

$v_2 = 7 \cdot 10^{-5}\ z \cdot c = 7 \cdot 10^{-5} \cdot 3 \cdot 10^{5} = 21 \frac{км}{с}$. v_2 - скорость компаньона относительно центра масс, так как у белого карлика нет линий водорода.

$T_{орб} = 2T = 2 \cdot 0{,}5 = 1$ год (изменение блеска происходит 2 раза за период).

$\frac{R_1}{R_2} = \frac{M_2}{M_1}$. $\frac{T^2 \cdot (M_1 + M_2)}{(R_1+R_2)^3} = \frac{T_0^2 \cdot (M + M_0)}{a_0^3}$.

$\frac{R_1}{v_1} = \frac{R_2}{v_2}$. $T = 2\pi R_1 v_1 = 2\pi R_2 v_2$.

$T^2 \cdot (M_1 + M_2) \cdot M_0 = (R_1 + R_2)^3 \cdot a_0^3$.

$M_1 \leq 1{,}4 M_0$ - предел Чандрасекара.

$T_0 = \frac{2\pi a_0}{v_0} \rightarrow a_0 = \frac{v_0 T_0}{2\pi}$.

$T = \frac{2\pi \cdot (R_1 + R_2)}{v_1 + v_2} = 2\pi R_1 v_1 = 2\pi R_2 v_2$. $R_1 = \frac{v_1 T}{2\pi}$; $R_2 = \frac{v_2 T}{2\pi}$.

$R_1 + R_2 = \frac{(v_1 + v_2) \cdot T}{2\pi}$.

$\frac{T^2 \cdot (M_1 + M_2) \cdot (2\pi)^3}{(v_1 + v_2)^3 \cdot T^3} = \frac{T_0^2 \cdot (M_0 + M_2) \cdot 2\pi^3}{v_0^3 \cdot T_0^3}$.

$\frac{M_1 + M_2}{(v_1 + v_2)^3 \cdot T} = \frac{M_0}{v_0^3 \cdot T_0}$. $\frac{M_1 + M_2}{M_0} = \frac{(v_1 + v_2)^3 \cdot \cancel{T}}{v_0^3 \cdot \cancel{T_0}}$

$\frac{v_1}{v_0} + \frac{v_2}{v_0} \leq \sqrt[3]{\frac{M_1}{M_0} + \frac{M_2}{M_0}}$ $\frac{R_1}{R_2} = \frac{M_2}{M_1} = \frac{v_1}{v_2} \rightarrow v_1 = \frac{M_2 v_1}{M_1}$.

$\frac{v_1}{v_0} + 0{,}7 \leq \sqrt[3]{1{,}4 + \frac{M_2}{M_0}}$

$0{,}7 \cdot (\frac{M_2}{M_1} + 1) \leq \sqrt[3]{1{,}4 + \frac{M_2}{M_0}}$. $\frac{M_2}{M_1} \leq \sqrt[3]{1{,}4 + \frac{M_2}{M_0}}$.

$M_2 = k \cdot M_1$.

Дим – 075 Лист 5

№4 (продолжение)

$0{,}7 \cdot (1+k) = \sqrt[3]{\frac{m_1}{m_0} + \frac{km_1}{m_0}}$

$0{,}7 = \frac{\sqrt[3]{\frac{m_1}{m_0}}}{\sqrt[3]{(1+k)^2}}$.

$0{,}35 = \frac{m_1}{m_0 \cdot (1+k)^2}$

$m_1 = 0{,}35 \cdot (1+k)^2 \cdot m_0$.

$m_1 \leq 1{,}4 m_0$.

$0{,}35 \cdot (1+k)^2 \cdot m_0 \leq 1{,}4 m_0$.

$(1+k)^2 \leq \frac{1{,}4}{0{,}35}$.

$(1+k)^2 \leq 3$

$1+k \leq 2$.

$k \leq 1$.

$\frac{m_2}{m_1} \leq 1$.

$m_2 \leq m_1$.

$m_2 \leq 1{,}4 m_0$.

Ответ: $m_2 \leq 1{,}4 m_0$.