

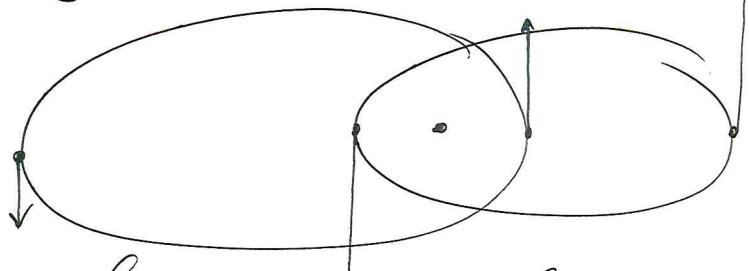
По виду кривой лучевых скоростей сразу определим что орбиты в системе эллиптические: об этом говорит неравномерность графика, лучевая скорость уменьшается и увеличивается с разницей скоростей в размах 0, 0.5, 1 и т.д.

Кривые пересекаются в точках с координатой по оси ор равной 20 км/с - это скорость центра масс, график за нее нужно исправить: просто будет из всех полученных с графика скоростей вычитать $V_{с.м} = 20 \text{ км/с}$

С графика снимаем период системы: возмем два максимума/минимума лучевой скорости (последовательных) и измерим время между ними. Получим 3 дня.

Снимаем значения лучевых скоростей в максимумах и минимумах. Миним. асинд перпендикулярна лучу зрения \Rightarrow максимумы и минимумы лучевой скорости достигаются в пери и апо-астрох (без учета скорости $V_{с.м.}$)

Скорость звезда ^{км/с}	1	2
V_p	172.5	+114.0
V_a	83.0	58.0



вид орбиты сверху

За первую звезду обозначим μ_1 , μ_2 измерим кривые лучевой скорости со следующими точкам. В таблице представим скорости на орбитах, скорость центра масс вычтена

По аналогии со скоростями на круговых орбитах, орбитальной скорости компонент (причем в любой точке орбиты) равно орбитальной (обратному) масс

$$\frac{V_{p1}}{V_{p2}} \approx \frac{V_{a1}}{V_{a2}} = \frac{M_2}{M_1}$$

$$\frac{V_{p1}}{V_{p2}} \approx 1.51, \quad \frac{V_{a1}}{V_{a2}} \approx 1.43$$

Калькулятора нет, поэтому погрешность вычислений добавлю большую, возьму с точностью до одного знака после запятой среднее значение: $\frac{1.51 + 1.43}{2} = 1.47 \rightarrow 1.5$

Отношение масс $\frac{M_2}{M_1} = 1.5$

Из соображений здравого смысла примем

$$V_i = \frac{M_j}{M_\Sigma} V_{отч}, \quad V_{отч} = \sqrt{GM_\Sigma \left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)}$$

у нас
i=1
j=2

Тогда запишем

$$V_{ip} = \frac{M_2}{M_1 + M_2} \sqrt{\frac{G(M_1 + M_2)}{a} \cdot \frac{1+e}{1-e}}$$

$$V_{ia} = \frac{M_2}{M_1 + M_2} \sqrt{\frac{G(M_1 + M_2)}{a} \cdot \frac{1-e}{1+e}}$$

$$\frac{V_{ip}}{V_{ia}} = \frac{1+e}{1-e} \rightarrow e = \frac{\frac{V_{ip}}{V_{ia}} - 1}{\frac{V_{ip}}{V_{ia}} + 1} = \frac{2-1}{2+1} \approx \frac{1}{3} = \boxed{0.33}$$

Запишем III закон Кеплера

$$\frac{T^2}{4\pi^2} = \frac{a^3}{G(M_1 + M_2)} \quad (1)$$

Из V_{ip} выразим a

$$V_{ip} = \sqrt{\frac{GM_2}{a(M_1 + M_2)} \cdot \frac{1+e}{1-e}} \rightarrow a = \frac{GM_2^2}{(M_1 + M_2)V_{ip}^2} \cdot \frac{1+e}{1-e}$$

Подставим в (1)

$$\frac{T^2}{4\pi^2} = \frac{G^3 \cdot M_2^6 \cdot \left(\frac{1+e}{1-e}\right)^3}{G \cdot (M_1 + M_2)^4 \cdot V_{ip}^6}$$

Выразим все через M_1

$$\frac{T^2}{4\pi^2} = \frac{1.5^6 G^2 M_1^6 \cdot \left(\frac{1+e}{1-e}\right)^3}{2.5^4 \cdot M_1^4 \cdot V_{ip}^6} \Rightarrow M_1^2 = \frac{T^2 \cdot 2.5^4 \cdot V_{ip}^6}{4\pi^2 \cdot G^2 \cdot \left(\frac{1+e}{1-e}\right)^3 \cdot 1.5^6}$$

/ АОН-047

$$M_1 = \frac{6.25 T V_{ip}^3}{2\pi G \cdot \left(\frac{1+e}{1-e}\right)^{3/2} \cdot 1.5^3} = \frac{3 \cdot 24 \cdot 3600 \cdot 172500^3}{6.7 \cdot 10^{-11} \cdot 2^{3/2} \cdot 3.4}$$

$$= \frac{3 \cdot 24 \cdot 36 \cdot 1725^3 \cdot 10^8 \cdot 10^{11}}{0.4 \cdot 17 \cdot 3 \cdot 3.4} = \frac{6 \cdot 36 \cdot 1725^3 \cdot 10^{20}}{17 \cdot 3.4} =$$

$$= \frac{6 \cdot 36 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 10^{29}}{17 \cdot 3.4} = \frac{6 \cdot 24}{3.4} \cdot 10^{30} \approx 2 \cdot 10^{30} \approx 1 M_{\odot}$$

Соответственно $M_2 = 1.5 M_1 = 1.5 M_{\odot}$

Выражение для большой полуоси уже записано
остальные посчитаем

$$a = \frac{GM_2^2}{(M_1 + M_2) V_{ip}^2} \cdot \frac{1+e}{1-e} = \frac{6.7 \cdot 10^{-11} \cdot 1.5^2 \cdot 4 \cdot 10^{60}}{2.5 \cdot 2 \cdot 10^{30} \cdot 172500^2} =$$

$$= \frac{6.7 \cdot 2.25 \cdot 4 \cdot 10^{19}}{2.5 \cdot 17 \cdot 25^2 \cdot 10^8} \approx \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{300} \cdot 10^{11} = \frac{26}{300} \cdot 10^{11} \text{ м}$$

$$a = \frac{26 \cdot 10^4}{300 \cdot 1.5 \cdot 10^4} = \frac{26}{45} \cdot 10^{-1} \approx 0.58 \cdot 10^{-1} = 0.058 \text{ а.е.}$$

Параметры:

Массы - $M_1 = 1 M_{\odot}$
$M_2 = 1.5 M_{\odot}$
Период - $T = 3^d$
Большая полуось - $a = 0.058 \text{ а.е.}$
Эксцентриситет - $e = 0.33$

Чтобы найти звездное величину, нужны две
величины. Звездный спектральный класс

$$\Rightarrow L \propto M^4$$

$$L_1 = (M_1/M_{\odot})^4 = 1 L_{\odot}$$

$$L_2 = (M_2/M_{\odot})^4 = 1.5^4 L_{\odot} = 5.36 L_{\odot}$$

По формуле Погсона (сравнение с Солнцем)

$$\frac{L}{L_{\odot}} = 10^{0.4(M_{\odot} - M)}$$

$$\rightarrow M_1 = 4.8^m$$

$$M_2 \approx 4.8 - 1.25 = 3.65 \approx 3.7^m \quad 3/5$$

Расстояние до системы

$$r = \frac{1}{\pi} = \frac{1}{0.05} = 20 \text{ пк}$$

Определим видимые звездные величины

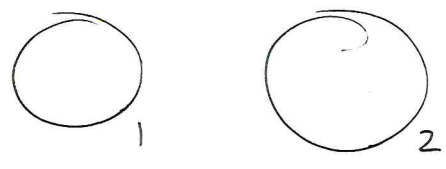
$$M = m + 5 - 5 \lg r$$

$$m = M - 5 + 5 \lg r$$

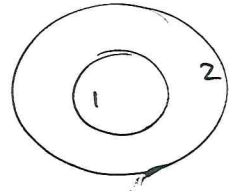
$$m_1 = 4.8 - 5 + 5 \lg 20 = 4.8 - 5 + 6 = 5.8$$

$$m_2 = 3.7 - 5 + 5 \lg 20 = 3.7 - 5 + 6 = 4.7$$

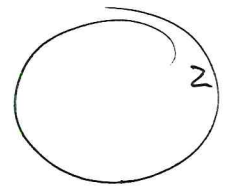
Изобразим 3 состояния системы



1: затмение нег, максимум блеска



2: маленькая звезда закрывает большую, вторичный минимум



3: большая звезда закрывает маленькую, главный минимум

$$\frac{L_1 + L_2}{L_1} = 10^{0.4(m_1 - m_2)}$$

$$m_2 = m_1 - 2.5 \lg(1 + 5.3) = 5.8 - 2.5 \lg 6.3 = 5.8 - 1.5 = \boxed{4.3}$$

m_2 - в максимуме блеска

$$\frac{L_2}{L_1} = 10^{0.4(m_1 - m_{\#})} \rightarrow m_{\#} = \boxed{4.7}$$

$m_{\#}$ - в главном минимуме

Сейчас нам понадобятся радиусы звезд. Найдем их ~~в максимуме~~, учитывая, что обе звезды на PR

$$L \propto R^{5.2} \Rightarrow R_1 = 1R_{\odot} \\ R_2 = 1.5^{\frac{5.2}{4}} \approx 1.7R_{\odot}$$

По закону Стефана - Больцмана

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4$$

$$\frac{L_1}{L_2} = \left(\frac{R_1}{R_2}\right)^2 \cdot \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^4 \rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \sqrt[4]{\frac{L_1}{L_2}} \cdot \sqrt{\frac{R_2}{R_1}} = \sqrt[4]{5.3} \cdot \sqrt{1.7} \approx \sqrt[4]{17.01} \approx 2.03$$

$$\approx \sqrt[4]{5.3 \cdot 3} = \sqrt[4]{15.9} \approx \sqrt[4]{16} \approx 2$$

Уже известно, что звезда 1 имеет "солнечные" параметры $\Rightarrow T_1 = 5800 \text{ K}$

$$T_2 = 1.5 T_1 = 8700 \text{ K}$$

$$\frac{(R_2^2 - R_1^2) \cdot T_2^4 + R_1^2 T_1^4}{R_1^2 T_1^4} = 10^{0.4} (M_1 - M_{2M})$$

$$M_{2M} = M_1 - 2.5 \lg \left(\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 \cdot \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^4 - \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^4 + 1 \right) =$$

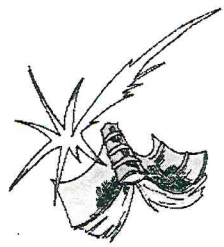
$$= 5.8^m - 2.5 \lg (1.7^2 \cdot 1.3^4 - 1.3^4 + 1) =$$

$$= 5.8^m - 2.5 \lg (2.9^2 \cdot \cancel{1.3^4} - \cancel{1.3^4} + 1) =$$

$$= 5.8^m - 2.5 \lg (2.9 \cdot 1.3 + 1) \approx \boxed{4.6^m}$$

M_{2M} - горизонтальный размер

Дюк - 047



XXIX Санкт-Петербургская астрономическая олимпиада практический тур

2022
13
марта

11 класс

Вам дана кривая лучевых скоростей двойной системы, состоящей из двух звезд Главной последовательности. Луч зрения лежит в плоскости орбиты, линия апсид (соединяющая периастры и апоастры орбит) перпендикулярна лучу зрения. Найдите параметры системы: массы звезд, период и большую полуось системы, эксцентриситет орбиты. Определите видимые звездные величины системы в максимуме и минимумах блеска. Годичный параллакс системы равен $\pi = 0''.05$, звезды считайте сферически симметричными, эффектами прогрева и потемнения диска к краю можно пренебречь.

