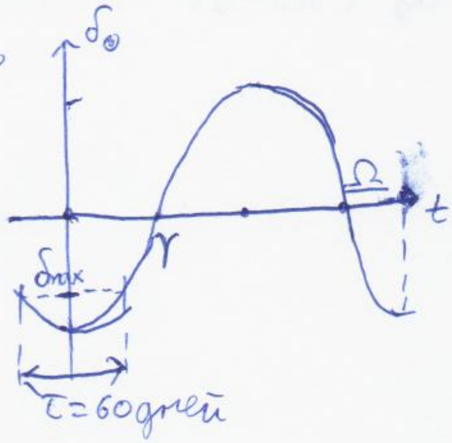
Код СПб-125 №1 лист 1/4

$h_\odot = 90 - \varphi + \delta < 0$ – высота в.к. Солнца в полярную ночь

$\delta_{max} \approx -\varepsilon \cdot \cos\left(\frac{360^\circ}{365} \cdot \frac{\tau}{2}\right) \approx -\varepsilon \cos 30^\circ = -\varepsilon \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} =$

$= -23{,}5^\circ \cdot 0{,}88 = -21^\circ$

$\varphi = 90 + \delta_{max} = 69^\circ$



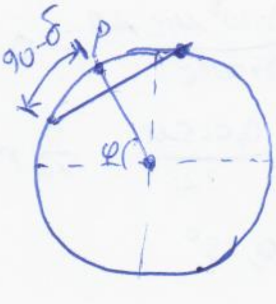
$h_в = 180 - \varphi - (90^\circ - \delta) = 90^\circ - \varphi + \delta$

$h_н = \varphi - (90 - \delta) = \varphi + \delta - 90^\circ$

$90^\circ - \varphi + \delta = 2(\varphi + \delta - 90^\circ)$

$270^\circ = 3\varphi + \delta$

$\delta = 3(90^\circ - \varphi) = 63^\circ$



Ответ: 63°

№4

$a = R_\odot = 7 \cdot 10^5$ км $\approx \frac{1}{115}$ а.е. ; $a_0 = 1$ а.е.

$M = 2M_\odot$

$T = T_0 \sqrt{\frac{M_\odot}{M}} \cdot \left(\frac{R_\odot}{a_0}\right)^{\frac{3}{2}} \approx \frac{T_0}{1200 \cdot \sqrt{2}} \approx \frac{1}{1600} T_0 \approx$

$= \frac{365}{1600}$ сут $= 5{,}3$ ч

$\begin{array}{r} 365 \,|\, 1600 \\ -32 \quad 0{,}224 \\ 45 \\ -32 \\ 130 \end{array}$

на ГП $L \propto M^4$

$\sigma T^4 \cdot 4\pi R^2 \propto M^4$; $R \propto \frac{M^2}{T^2}$

$\begin{array}{r} 22 \\ \times 24 \\ 88 \\ 44 \\ 528 \end{array}$

$T_F \approx 8000K$; $T_K \approx 4500K$; $T_\odot = 5800K$

$M_F = 2M_\odot$; $M_K \approx 0{,}5 M_\odot$

$R_F = R_\odot \cdot \frac{M_F^2}{M_\odot^2} \cdot \left(\frac{T_\odot}{T_F}\right)^2 \approx R_\odot \cdot 2^2 \cdot \left(\frac{5800}{8000}\right)^2 \approx 2R_\odot$

$T_1 = T_0 \sqrt{\frac{M_\odot}{M_F}} \cdot \left(\frac{R_F}{R_\odot}\right)^{\frac{3}{2}} = T \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 2^{\frac{3}{2}} = 2T = 11$ ч

$\begin{array}{r} 25 \\ \times 17 \\ 175 \\ 25 \\ 425 \end{array}$

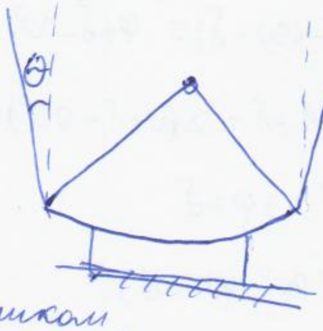
$R_K = R_\odot \left(\frac{M_K}{M_\odot}\right)^2 \cdot \left(\frac{T_\odot}{T_K}\right)^2 = R_\odot \cdot 0{,}5^2 \cdot \left(\frac{5800k}{4500k}\right)^2 \approx R_\odot \cdot \frac{1}{4} \cdot 1{,}3^2 = 0{,}4R_\odot$

$T_2 = T_0 \sqrt{\frac{M_\odot}{M_K}} \cdot \left(\frac{R_K}{R_\odot}\right)^{\frac{3}{2}} = T\sqrt{2} \cdot 0{,}4 \cdot \sqrt{0{,}4} \approx 0{,}36T \approx 2$ ч

Ответ: 1) 5,3 ч
2) 11 ч
3) 2 ч

№2

$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3\cdot10^8 м/с}{12\cdot10^9 с^{-1}} = 0,025 м$

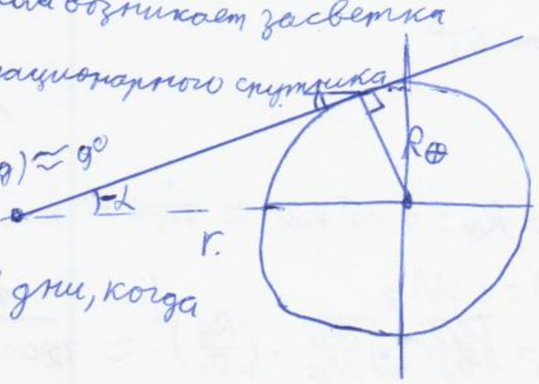


$\Theta = \frac{\lambda}{D} = \frac{0,025 м}{2 м} = \frac{1}{80} рад \approx 0,75^\circ$

$\alpha_\odot = \frac{30'}{2} = 0,25^\circ$

$\beta = \alpha_\odot + \Theta = 1^\circ$ угловое расстояние между спутником и Солнцем, при котором возникает засветка

$r = 42300$ км - радиус орбиты геостационарного спутника



$\alpha_{max} \approx \sin\alpha_{max} = \frac{R_\oplus}{r} = \frac{6400 км}{42300 км} \approx 0,15 (рад) \approx 9^\circ$

$\alpha < \varepsilon$

Засветка может происходить в дни, когда $|\delta_\odot - \alpha| < \beta$

$\delta_\odot = \varepsilon \sin\left(\frac{360^\circ}{365}\cdot d\right)$ d - время в днях

$\omega = \frac{d\delta_\odot}{d\tau} = \frac{2\pi}{365}\varepsilon\cos\left(\frac{360^\circ}{365}\cdot d\right)$

$\cancel{\left|\sin\left(\frac{360^\circ}{365} d\right)\right| < \frac{\alpha_{max}}{\varepsilon} 0,4 \Rightarrow \cos\left(\frac{360}{365} d\right) \approx 1 \pm 0,1}$

$\tau = \frac{\arcsin\left(\frac{2\beta}{\varepsilon}\right)}{2\pi}\cdot 365 = \frac{2}{23,5\cdot 2\pi}\cdot 365 дней \approx \frac{2}{150}\cdot 365 дней = 5 дней$ — время, в которое засветка может происходить в одной точке

$\cancel{\omega = \frac{2\pi\varepsilon}{365}}$

$d = \pm\frac{\arcsin\left(\frac{\alpha_{max}+\beta}{\varepsilon}\right)}{2\pi}\cdot 365 \approx \pm \frac{\beta+\alpha_{max}}{2\pi\varepsilon}\cdot 365 дней =$

$= \frac{10^\circ}{24^\circ}\cdot\frac{1}{2\pi}\cdot 365 дней \approx \frac{365}{15} дней = 24 дня$

Ответ: $(24.02; 14.04) \cup (28.08; 15.10)$

NS

$$R_G = \frac{2GM_\Sigma}{c^2} = 6{,}67\cdot10^{-11}\frac{м^3}{кг\cdot с^2}\cdot\frac{2\cdot4{,}5\cdot10^6\cdot2\cdot10^{30}кг}{9\cdot10^{16}м^2/с^2} = 6{,}67\cdot2\cdot10^9 м = 1{,}3\cdot10^7 км$$

~~Масса~~ ~~масс~~ $M \simeq 10 M_\odot$

$$\rho = n\cdot M = \frac{M_\Sigma}{\frac{4}{3}\pi R^3}$$

$$\varphi(r) = \frac{W_p(r)}{m} = \frac{-GM_c(r)}{r} = \frac{-G\cdot\frac{4}{3}\pi r^3\rho}{r} = \frac{-4\pi}{3}\rho r^2 G = -GM_\Sigma\cdot\frac{r^2}{R^3}$$

$R < R_G$: $\varphi(R) = \frac{-GM_\Sigma}{R^2} < -\frac{c^2}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ точки с $r < R_G$ за горизонтом событий

скопление сольется в ЧД с $M = M_\Sigma$; $R = R_G$

$R > R_G$: ~~$r \to 0 \Rightarrow W_p(r) \to 0$~~

$\varphi(r) > -\frac{c^2}{2}$

Звёзды могут находиться на $r < R_G$ от центра скопления, что нельзя наблюдать в случае с сверхмассивной ЧД

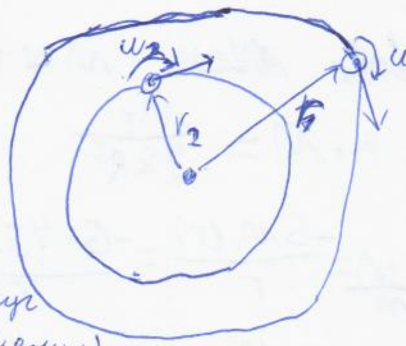
Ответ: такого быть не может

Код СПб-125

N 3

$$T_1 = T_0 \cdot \sqrt{\frac{r_1^3}{r_0^3} \cdot \frac{M_\odot}{M}} = 1 год \cdot \sqrt{0{,}512 \cdot \frac{1}{2}} = 0{,}5 года$$

$$T_2 = T_0 \cdot \sqrt{\frac{r_2^3}{r_0^3} \cdot \frac{M_\odot}{M}} = 1 год \cdot \sqrt{0{,}5^4} = 0{,}25 года$$



$\omega_1 = \frac{1}{2}\omega_2$; $\omega_{S1} = \omega_{S2}$

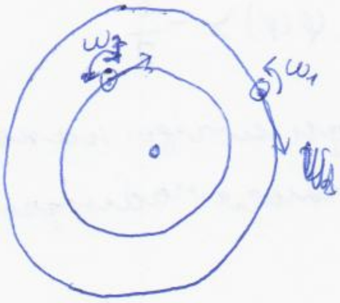
Рассмотрим случаи:

1) $\omega_2 - \frac{2\pi}{T_2} = \omega_1 - \frac{2\pi}{T_1}$ (планеты вращаются вокруг своей оси в одном направлении)

$$\omega_1 - \frac{2\pi}{T_1} = 2\omega_1 - \frac{2\pi}{\frac{1}{2}T_1} \iff \omega_1 - \frac{2\pi}{T_1} = 2\left(\omega_1 - \frac{2\pi}{T_1}\right)$$

$$\omega_1 = \frac{2\pi}{T_1}$$

$\omega_2 + \frac{2\pi}{T_2} = \omega_1 + \frac{2\pi}{T_1} \iff \omega_1 + \frac{2\pi}{T_1} = 2\left(\omega_1 + \frac{2\pi}{T_1}\right)$; $\omega_1 = \frac{2\pi}{T_1}$, что противоречит условию $\tau_1 < T_1$



2) $\omega_2 - \frac{2\pi}{T_2} = \omega_1 + \frac{2\pi}{T_1}$

$$2\omega_1 - \frac{4\pi}{T_1} = \omega_1 + \frac{2\pi}{T_1}$$

$$\omega_1 = \frac{6\pi}{T_1}$$

$$\tau_1 = \frac{2\pi}{\omega_1} = \frac{T_1}{3} = \frac{1}{6} года \approx 60 сут$$

$$\tau_2 = \tau_1 \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\tau_1}{2} = 30 сут$$

3) $\omega_2 + \frac{2\pi}{T_2} = \omega_1 - \frac{2\pi}{T_1}$

$$2\omega_1 + \frac{4\pi}{T_1} = \omega_1 - \frac{2\pi}{T_1}$$

$\omega_1 < 0$, такого быть не может

Ответ: 60 суток; 30 суток