Задача №1

В полярную ночь высота верхней кульминации Солнца меньше 0°. (Солнце кульминирует под горизонтом). Высота кульминации Солнца зависит от склонения Солнца и от широты наблюдателя (широта Северная)

Склонение Солнца:

$$\delta_\odot = 23{,}5 \cdot \sin\left[\frac{360}{365} \cdot (N_{01.01} - 81)\right]$$

Полярная ночь происходит вблизи зимнего солнцестояния. В этот день будет „пик" полярной ночи, значит закончится полярная ночь через 30 дней со дня зимнего солнцестояния, то есть ~~23.12~~ 23 января. В этот день верхняя кульминация Солнца будет происходить на горизонте. Значит:

$$90 - \varphi + \delta_\odot = 0$$

~~90-φ+23.5~~

Найдём склонение Солнца в этот день:

$$\delta_\odot = 23{,}5 \cdot \sin\left[\frac{360}{365} \cdot (23 - 81)\right]$$

$$\delta_\odot = 23.5 \cdot \sin\left[\frac{360}{365} \cdot (-58)\right]$$

$\delta_\odot = -23{,}5 \cdot \sin\left[0{,}986 \cdot 58\right]$

$\delta_\odot = -23{,}5 \cdot \sin(57°)$

$\sin(57°) \approx \sin(60°) = \frac{\sqrt{3}}{2} \approx \frac{1{,}7}{2}$

$\delta_\odot = -23{,}5 \cdot \frac{1{,}7}{2}$

$\delta_\odot \approx -20°$

Найдем широту наблюдателя:

$\varphi = 90 + \delta_\odot$

$\varphi = 70°$ с.ш.

Запишем условие:

$h_{в.к.} = 2h_{в.н.}$

$90 - \varphi + \delta = 2\varphi + 2\delta - 180$

$\delta = 270 - 3\varphi$

$\delta = 270 - 210$

$\delta = 60°$

Ответ: ~~+60°~~ Склонение звезды +60°.

Задача № 2

Won-040

Найдем разрешающую способность телескопа:

$$\beta = \frac{1{,}2 \cdot \lambda}{D} \quad ;$$

$$\lambda = \frac{1}{\nu} \Rightarrow \beta = \frac{1{,}2 \cdot \frac{1}{12} \cdot 10^{-9}}{2} = 5 \cdot 10^{-11} \text{(радиан)}$$

Это происходит из элептичности орбиты Земли, её эксцентриситет $e = 0{,}017$.

Помехи будут происходить ~~из~~ вблизи перицентра (5 января). Это будет происходить на отрезке, когда Земля ближе 1 а.е. от Солнца. т.е. примерно с начало ноября по начало марта.

Задача №3

Найдем орбитальные периоды планет:

$$\frac{T_{op}^2}{a^3} = \frac{1}{M}$$, где T_{op} - орбитальный период в годах

a^3 - большая полуось в а.е.

M - масса звезды в $M_\odot$

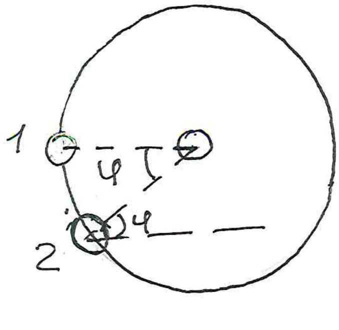
$$T_{op} = \sqrt{\frac{a^3}{M}}$$

$$T_{op_1} = \sqrt{\frac{0,5^3}{2}} = \sqrt{\frac{62,5}{1000}} = \frac{25}{100} = 0,25 \text{ (года)}$$

$$T_{op_2} = \sqrt{\frac{0,8^3}{2}} = \sqrt{\frac{256}{1000}} \approx 0,5 \text{ (года)}$$

Звездные сутки меньше „Солнечных", потому что в ходе обращения вокруг звезды ~~от~~ планета сдвигается и необходимо ей довернуться, чтобы „Солнце" оказалось в верхней кульминации.

Планета доворачивается на угол φ.



$$\angle\varphi = \frac{T_{осев.}}{T_{op}} \cdot 360°$$, где

$T_{осев.}$ - период вокруг своей оси

T_{op} - орбитальный период.

„Солнечные" сутки равны, значит:

$$T_{\odot 1} = T_{\odot 2} \quad (T_{\odot} = T_{осев} + T_{дов.},$$ где $T_{дов}$ - время, за которое планета довернется)

$$T_{осев_1} + \left(\frac{\omega_1}{\varphi_1}\right)^{-1} = T_{осев_2} + \left(\frac{\omega_2}{\varphi_2}\right)^{-1},$$ где ω - угловая скорость.

$$T_{осев_1} + \left(\frac{\frac{360^\circ}{T_{осев_1}}}{\frac{T_{осев_1}}{T_{ор.}}\cdot 360^\circ}\right)^{-1} = T_{осев_2} + \left(\frac{\frac{360^\circ}{T_{осев_2}}}{\frac{T_{осев_2}}{T_{ор_2}}\cdot 360^\circ}\right)^{-1}$$

$$T_{осев_1} + \left(\frac{\cancel{360^\circ}\cdot T_{ор_1}}{T_{осев_1}^2\cdot\cancel{360^\circ}}\right)^{-1} = T_{осев_2} + \left(\frac{\cancel{360^\circ}\cdot T_{ор_2}}{T_{осев_2}^2\cdot\cancel{360^\circ}}\right)^{-1}$$

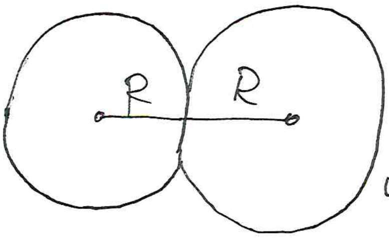
$$T_{осев_1} + \left(\frac{T_{ор_1}}{T_{осев_1}^2}\right)^{-1} = T_{осев_2} + \left(\frac{T_{ор_2}}{T_{осев_2}^2}\right)^{-1}$$

$$T_{осев_1} + \frac{T_{осев_1}^2}{T_{ор_1}} = T_{осев_2} + \frac{T_{осев_2}^2}{T_{ор_2}}$$

Так, как $2T_{осев_1} = T_{осев_2}$, тогда:

$$T_{осев_2} = \frac{1}{14} \text{ года}$$

$$T_{осев_1} = \frac{1}{7} \text{ года}$$



Так как звезды одинаковые, тогда расстояние до центра масс, также одинаковые. Большой полуосью их орбиты ~~так~~ будет являться радиус звезды.

Запишем 3 закон Кеплера:

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{1}{M}$$, где (T - период в годах, a - большая полуось в а.е., M - масса в $M_\odot$)

Так как это звезды главной последовательности, то $L \propto M^4$.

Если звезды типа Солнце:

$$T_1 = \sqrt{\frac{a^3}{M}} = \sqrt{\frac{R^3}{2}} = \sqrt{\frac{(5\cdot10^{-3})^3}{2}} = 25\cdot10^{-10} \text{ лет } \approx$$

$$\approx 7{,}9\cdot10^{-2}\ (c)$$

Если звезды класса F:

$T \approx 7000K$

$R = 10R_\odot$ $\Rightarrow$ ~~$\frac{L}{L_\odot} = \left(\frac{10R_\odot}{R_\odot}\right)^2 \cdot \left(\frac{T}{T}\right)^4$~~

$$\Rightarrow \frac{L}{L_\odot} = \left(\frac{10R_\odot}{R_\odot}\right)^2 \cdot \left(\frac{7000}{5800}\right)^4 = 100\cdot2 = 200$$

$L = 200 L_\odot \Rightarrow$

$\Rightarrow M \approx 3{,}7 M_\odot \Rightarrow$

$\Rightarrow T_2 = \sqrt{\frac{R^3}{2M}} \cdot T_1 = \frac{100}{\sqrt{74}} \cdot T_1 \approx \frac{100 T_1}{8{,}6} \approx$

$\approx 11{,}6\, T_1 \approx 91{,}6 \cdot 10^{-2} = 0{,}92\,(c)$

Если звезда класса K:

$T \approx 2000 K$

$R \approx 0{,}5 R_\odot \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{L}{L_\odot} = 0{,}25 \cdot 9{,}2 \cdot 10^{-3} = 2.3 \cdot 10^{-3}$

$L = 2{,}3 \cdot 10^{-3} L_\odot \Rightarrow M \approx 0{,}2 M_\odot \Rightarrow$

$\Rightarrow T_3 = \sqrt{\frac{0{,}5^3}{2 \cdot 0{,}2}} \cdot T_1 = \sqrt{\frac{1}{2}} \cdot T_1 = 0{,}7 \cdot T_1 \approx 5{,}5 \cdot 10^{-2}\, c$

Задача №5 Фол-040

~~Пусть это~~ Черная дыра с массой Солнца имеет радиус примерно 3 км. Таких объектов в скоплении $4{,}5 \cdot 10^6$.

Чтобы мы не различали сверхмассивную черную дру и скопление из черных дыр, ~~дол~~ объекты должны распологаться на минимальном расстоянии друг от друга, в противном случае мы будем видеть свет проходящий между объектами.

Расстояние между ними - это 2 радиуса черных дыр. Найдём радиус скопление:

$$V_2 = n \cdot V_0$$

$$4{,}5 \cdot 10^6 \cdot \frac{4}{3}\pi R_0^3 = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$R = \sqrt[3]{\frac{4{,}5 \cdot 10^6 \cdot 27}{1}} \approx 165 \cdot 3 = 495 \text{ км}.$$

На самом деле радиус объекта, который находится в центре нашей галактики во много раз больше. Следоватеньно, в центре нашей галактики находится сверхмассивная черная дра.