

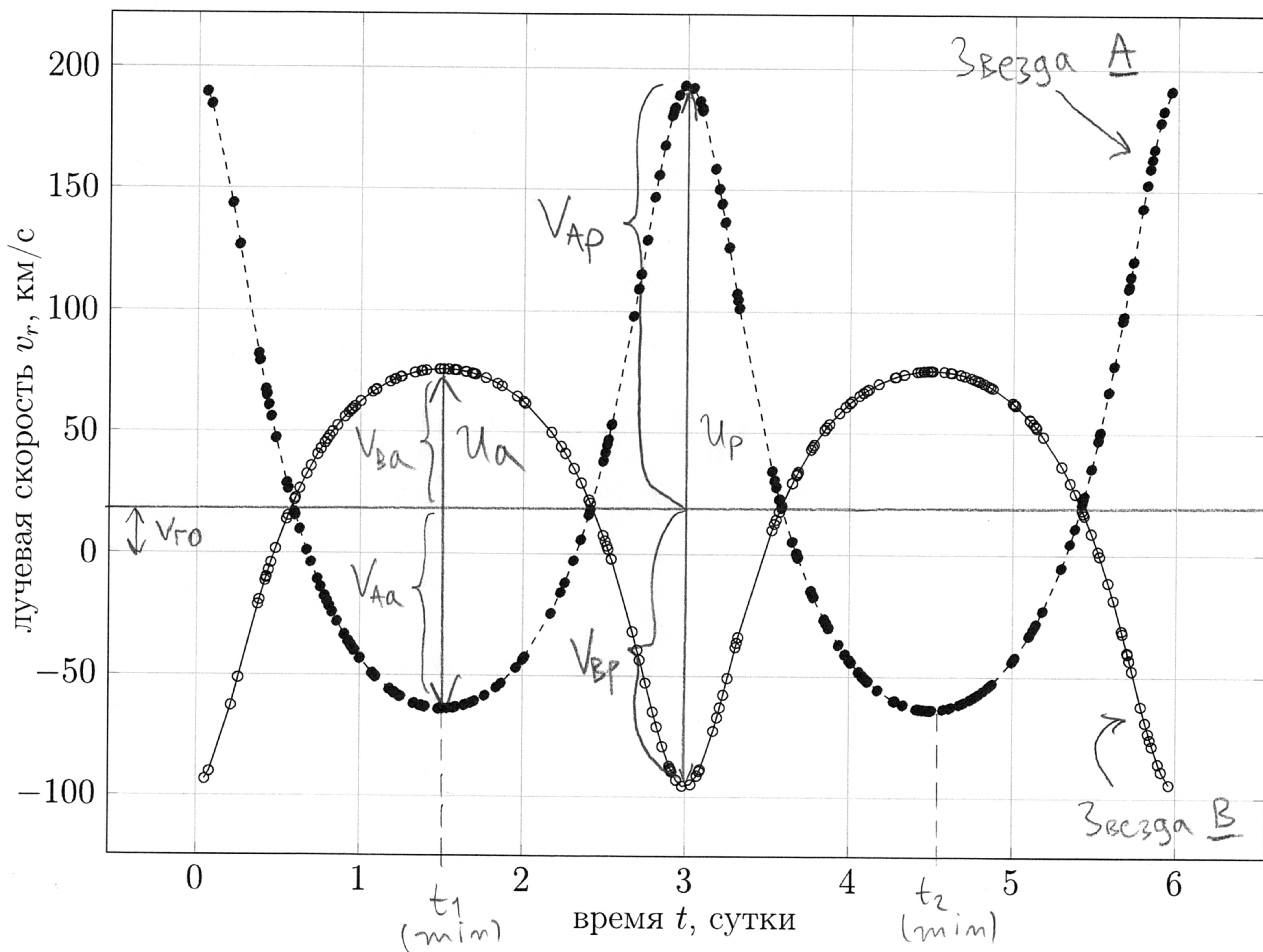


XXIX Санкт-Петербургская
астрономическая олимпиада
практический тур

2022
13
марта

11 класс

Вам дана кривая лучевых скоростей двойной системы, состоящей из двух звезд Главной последовательности. Луч зрения лежит в плоскости орбиты, линия апсид (соединяющая периастры и апоастры орбит) перпендикулярна лучу зрения. Найдите параметры системы: массы звезд, период и большую полуось системы, эксцентриситет орбиты. Определите видимые звездные величины системы в максимуме и минимуме блеска. Годичный параллакс системы равен $\pi = 0''.05$, звезды считайте сферически симметричными, эффектами прогрева и потемнения диска к краю можно пренебречь.



Решения задач и результаты олимпиады будут размещены на сайте

<http://school.astro.spbu.ru>

XXIX Санкт-петербургска олимпиада
по астрономия
Практически тур
13 март 2022 г.

Мащаб по ос t : $\frac{6t}{139\text{mm}}$

Време между два минимума:
 $70\text{mm} \cdot \frac{6t}{139\text{mm}} \approx \frac{6t}{2} \approx 3t$

$\Rightarrow T = 3t$

Мека по-горната графика е на звезда А,
а по-долната - на звезда В.

Би трябвало двете графики да се
пресичат в $V_r = 0$. Това не се случва,
защото системата като цяло се
приближава към нас със скорост

$V_{го} \approx 6\text{mm} \cdot \frac{50\text{km/s}}{17\text{mm}} \approx 18\text{km/s}$

Мека разгледаме относителната орбита
на А около В. А се намира в перицентра
 \dot{r} , когато и двете звезди имат максимални
по модул лъчеви скорости ($t \approx 3t$). Тогава
перицентралната скорост на относителната
орбита е:

$U_p = (V_{rA} - V_{rB})|_{t=3t} \approx 10\text{mm} \cdot \frac{50\text{km/s}}{17\text{mm}} \approx 290\text{km/s}$

Аналогично за апоцентра ($t \approx 1,5t$)

$U_a = (V_{rA} - V_{rB})|_{t=1,5t} \approx 48\text{mm} \cdot \frac{50\text{km/s}}{17\text{mm}} \approx 140\text{km/s}$

Мека $M = M_A + M_B$, а е големата
полуос на относителната орбита, е е
ексцентрицитетът и μ е гравита-
ционната константа

$$\begin{cases} u_a = \sqrt{\frac{\mu M}{a}} \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \\ u_p = \sqrt{\frac{\mu M}{a}} \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \end{cases} \quad /:$$

$$\Rightarrow \frac{u_a}{u_p} = \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \cdot \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} = \frac{1-e}{1+e}$$

$$\Rightarrow \frac{1-e}{1+e} = \frac{140}{290} \approx \frac{150}{300} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1-e}{1+e} \approx \frac{1}{2} \quad 2-2e = 1+e$$

$$3e = 1$$

$$e = \frac{1}{3}$$

$$e \approx 0,33$$

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{\mu M}{4\pi^2} \Rightarrow \frac{4\pi^2 a^3}{T^2} = \frac{\mu M}{a}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{\mu M}{a}} = \frac{2\pi a}{T}$$

$$\Rightarrow u_p = \frac{2\pi a}{T} \cdot \sqrt{\frac{1}{1/2}} = \frac{2\pi a}{T} \cdot \sqrt{2}$$

$$a = \frac{u_p T}{2\sqrt{2}\pi}$$

$$T = 3 \text{ d} = 3 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s} = 259200 \text{ s}$$

$$\sqrt{2} \approx 1,4 \quad \pi \approx 3,14$$

$$a = \frac{290 \cdot 259200}{2 \cdot 1,4 \cdot 3,14} \approx \frac{100 \cdot 259200}{3,14}$$

$$= 10^2 \cdot \frac{25,92 \cdot 10^4}{3,14} \approx \frac{26}{3} \cdot 10^6 \approx 8,6 \cdot 10^6 \text{ km}$$

$$a \approx 8,6 \cdot 10^6 \text{ km}$$

$$a = \frac{8,6 \cdot 10^6}{149,6 \cdot 10^6} \approx \frac{8^3}{150^3} \approx 0,06 \text{ AU}$$

$$\sqrt{\frac{GM}{a}} \approx \frac{U_p}{\sqrt{2}}$$

$$\sqrt{\frac{GM_\odot}{1 \text{ AU}}} \approx 30 \text{ km/s}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{M[M_\odot]}{a[\text{AU}]}} = \frac{U_p[\text{km/s}]}{30 \text{ km/s}}$$

$$M = a[\text{AU}] \cdot \left(\frac{U_p[\text{km/s}]}{30 \sqrt{2}} \right)^2 =$$

$$= \frac{0,06}{2} \cdot \left(\frac{290}{30} \right)^2 = \frac{0,06}{2} \cdot (9,67)^2 \approx \frac{0,06 \cdot 94,5}{2}$$

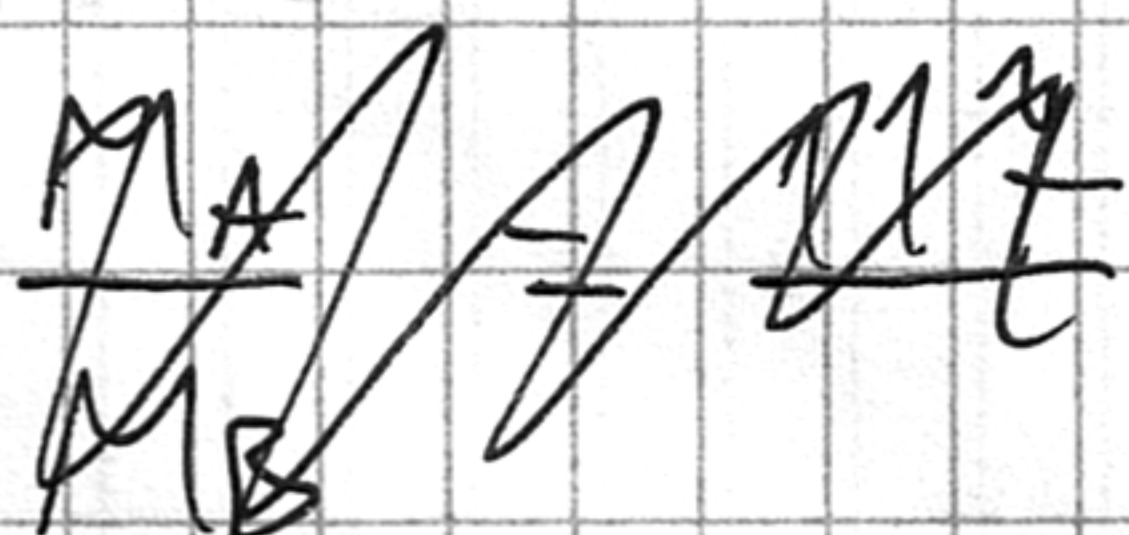
$$M \approx \frac{5,7}{2} M_\odot \approx 2,8 M_\odot$$

Выводы относительно центра на массе
 $M_A V_A = M_B V_B$.

В перигея:

$$V_{AP} = (V_{rA} - V_{r0})|_{t=3t} \approx 60 \text{ mm} \cdot \frac{50 \text{ km/s}}{17 \text{ mm}} \approx 180 \text{ km/s}$$

$$V_{BP} = |V_{rB} - V_{r0}|_{t=3t} \approx 39 \text{ mm} \cdot \frac{50 \text{ km/s}}{17 \text{ mm}} \approx 117 \text{ km/s}$$



$$\frac{M_A}{M_B} = \frac{V_{BP}}{V_{AP}} = \frac{117}{180} \approx \frac{120}{180} \approx \frac{2}{3}$$

Можно за проверка сметаем и в апоцентре:

$$V_{Aa} = |V_{rA} - V_{r0}|_{t=1,5t} \approx 28 \text{ mm} \cdot \frac{50 \text{ km/s}}{17 \text{ mm}} \approx 84 \text{ km/s}$$

$$V_{Ba} = |V_{rB} - V_{r0}|_{t=1,5t} \approx 20 \text{ mm} \cdot \frac{50 \text{ km/s}}{17 \text{ mm}} \approx 60 \text{ km/s}$$

$$\frac{M_A}{M_B} = \frac{V_{Ba}}{V_{Aa}} = \frac{60 \text{ km/s}}{84 \text{ km/s}} \approx \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{M_A}{M_B} = \frac{2}{3} \quad \Rightarrow \frac{M_A + M_B}{M_B} = \frac{2+3}{3} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{M}{M_B} = \frac{5}{3} \quad M_B = \frac{3}{5} M \quad \Rightarrow \quad M_A = \frac{2}{5} M$$

$$M_A = \frac{2}{5} M = 0,4 \cdot 2,9 = 1,16 \approx 1,2 M_{\odot}$$

$$M_B = \frac{3}{5} M = 0,6 \cdot 2,9 = 1,74 \approx 1,7 M_{\odot}$$

$$\frac{L_A}{L_{\odot}} \approx \left(\frac{M_A}{M_{\odot}}\right)^4 = 1,2^4 = 1,44^2 \approx 2,07 \approx 2,1$$

$$\frac{L_B}{L_{\odot}} \approx \left(\frac{M_B}{M_{\odot}}\right)^4 = 1,7^4 = 2,89^2 \approx 8,35 \approx 8,4$$

Звезда B е по-голямата и по-ярката компонента. Типичните температури за тези маси са ~~малко~~

$$T_A \approx 7000 \text{ K} \quad \text{и} \quad T_B \approx 9000 \text{ K}$$

$$\frac{L_A}{L_{\odot}} = \left(\frac{R_A}{R_{\odot}}\right)^2 \cdot \left(\frac{T_A}{T_{\odot}}\right)^4 \quad (T_{\odot} = 5800 \text{ K} \approx 6000 \text{ K})$$

$$\frac{R_A}{R_{\odot}} = \sqrt{\frac{L_A}{L_{\odot}}} \cdot \left(\frac{T_{\odot}}{T_A}\right)^2 \approx 1,44 \cdot \left(\frac{6000}{7000}\right)^2 = 1,44 \cdot \left(\frac{6}{7}\right)^2 = 1,44 \cdot \frac{36}{49} \approx$$

$$\approx 1,44 \cdot 0,72 \approx 1,1$$

$$R_A \approx 1,1 R_{\odot}$$

$$\frac{L_B}{L_{\odot}} = \left(\frac{R_B}{R_{\odot}}\right)^2 \cdot \left(\frac{T_B}{T_{\odot}}\right)^4$$

$$\frac{R_B}{R_{\odot}} = \sqrt{\frac{L_B}{L_{\odot}}} \cdot \left(\frac{T_{\odot}}{T_B}\right)^2 \approx 2,9 \cdot \left(\frac{6000}{9000}\right)^2 =$$

$$= 2,9 \cdot \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{3} \approx 1,33$$

$$\frac{R_B}{R_0} = 2,9 \cdot \frac{1}{9} \approx 0,322 \cdot 4 \approx 1,28 \approx 1,3$$

$$\Rightarrow R_B \approx 1,3 R_0$$

Максимум на дяска:

$$L_{\max} = L_A + L_B \approx 10,5 L_0$$

~~Величина~~

V — абсолютна доплеровска звезда
Величина

$$V_0 \approx 4,8^m$$

$$V_{\max} - V_0 = -2,5 R_d \frac{L_{\max}}{L_0} = -2,5 R_d 10,5 \approx -2,5^m$$

$$V_{\max} \approx V_0 - 2,5^m = 2,3^m$$

~~$M = (m - V)$~~

$$V = m + 5 - 5 R_d \Gamma$$

$$m = m - V = 5 R_d \Gamma - 5 = -5 R_d \Gamma - 5 =$$

$$= -5(1 + R_d \Gamma) =$$

$$= -5(1 + R_d (5 \cdot 10^{-2})) = -5(1 - 2 + R_d 5) =$$

$$= -5(1 - 2 + R_d \frac{10}{2}) = -5(\sqrt{2} + \sqrt{2} - R_d 2) =$$

$$= 5 R_d 2$$

$$2^3 = 8$$

$$2^4 = 16$$

$$2^{3,2} \approx 10$$

$$\Rightarrow m \approx 5 \cdot \frac{1}{3,2} \approx 1,6^m$$

$$m_{\max} = V_{\max} + m = 2,3^m + 1,6^m = 3,9^m$$

$$m_{\max} = 3,9^m$$

Вторичен минимум: В изцяло покрива А

$$L_S = L_B \approx 8,4 L_0$$

$$V_s - V_0 = -2,5 R_a \frac{L_s}{L_0} = -2,5 R_a 8,4 \approx -2,5 R_a 2^3 =$$

$$\approx -7,5 R_a 2 \approx -7,5 \cdot \frac{1}{3,2} \approx -2,3^m$$

$$V_s = V_0 - 2,3^m \approx 2,5^m$$

$$m_s = V_s + \mu = 2,5 + 1,6^m = 4,1^m$$

$m_s = 4,1^m$

Надем минимум: А частично закрива В

$$L_p = L_A + \frac{R_B^2 - R_A^2}{R_B^2} \cdot L_B = L_A + L_B - \left(\frac{R_A}{R_B}\right)^2 L_B =$$

$$= 10,5 L_0 - \left(\frac{1,1}{1,3}\right)^2 \cdot 8,4 L_0 \approx 10,5 L_0 - \frac{121}{169} \cdot 8,4 L_0 \approx$$

$$\approx 10,5 L_0 - \frac{12 \cdot 8,4 L_0}{17} \approx 10,5 L_0 - \frac{100}{17} L_0 \approx 10,5 L_0 - 6 L_0$$

$$L_p \approx 4,5 L_0$$

$$V_p - V_0 = -2,5 R_a \frac{L_p}{L_0} \approx -2,5 R_a \frac{9}{2} =$$

$$= -2,5 (R_a 9 - R_a 2)$$

$$R_a 9 \approx 0,9 \quad R_a 2 \approx \frac{1}{3,2} \approx 0,3$$

$$V_p - V_0 \approx -2,5 \cdot (0,9 - 0,3) = -2,5 \cdot 0,6 = -1,5^m$$

$$V_p = 4,8^m - 1,5^m = 3,3^m$$

$$m_p = V_p + \mu = 3,3^m + 1,6^m = 4,9^m$$

$m_p = 4,9^m$

ЧЕРМОБА

$$6.50 = 300$$

$$300 : 17 \approx 18 \mu\text{m/s}$$

$$\begin{array}{r} 300 \\ -17 \\ \hline 130 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 17.7 \\ 112 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 17.3 \\ 51 \approx 50 \end{array}$$

$$17.6 \approx 102 \approx 100$$

$$\Rightarrow \frac{100 \cdot 50}{17} \approx 6.50 = 300 \mu\text{m/s}$$

$$\frac{3 \cdot 50}{17} \approx 3.3 = 9 \mu\text{m/s}$$

$$\frac{48.3}{17} \rightarrow 150 - 6 = 144$$

$$\frac{1-e}{1+e} = \frac{14}{29}$$

$$29 - 29e = 14 + 14e$$

$$15 = 43e$$

$$e = \frac{15}{43} \approx \frac{15}{42} = \frac{5}{14}$$

$$\begin{array}{r} 3600.3 \\ 10800 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10800.24 \\ + 43200 \\ 21600 \\ \hline 259200 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3600.24 \\ 14400 \\ + 4200 \\ \hline 86400 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 86400.3 \\ 259200 \end{array}$$

~~200~~

$$\frac{26}{3} = 8.67$$

$$\frac{24}{3} = 8$$

$$\frac{2}{3} = 0.67$$

$$\rightarrow \approx 8.6$$

$$\frac{10^2 \cdot 10^5}{10^4} = 10^3$$

$$\begin{array}{r} 917.917 \\ .679 \\ 874 \\ \hline 8445 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 95 \cdot 0,06 \\ \hline 5,70 \end{array}$$

$$5,7 : 2 = 2,85 \approx 2,9$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 2,9 \cdot 0,4 \\ \hline 1,16 \end{array} \approx 1,16 M_{\odot}$$

$$\begin{array}{r} 75 : 3 = 25 \\ \hline 6 \\ 15 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 12 \cdot 1,2 \\ \hline + 24 \\ 12 \\ \hline 1,44 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5 \\ 2,9 \cdot 0,6 \\ \hline 1,74 \\ \hline 1,44 \cdot 1,44 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 817 \cdot 12 \\ \hline 168 \\ + 84 \\ \hline 100,8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 576 \\ + 576 \\ \hline 1,44 \\ \hline 207,36 \end{array}$$

$$17,5 = 85$$

$$\begin{array}{r} 4 \\ 1,7 \cdot 1,7 \\ \hline + 115 \\ 17 \\ \hline 2,85 \approx 2,9 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \\ 8 \\ 2,9 = 2,9 \\ \hline + 261 \\ 58 \\ \hline 8,41 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 2,5 \cdot 0,6 \\ \hline 1,50 \end{array}$$

$$\frac{6}{4} = 1,5$$

$$1,4 \cdot 0,7 = (0,7)^2 \cdot 2 = 0,49 \cdot 2 = 0,98 \approx 1$$

$$5 : 3 \approx 1,67$$

$$0,04 \cdot 0,7 = 0,028$$

$$\frac{2}{9} = \frac{2}{9} \cdot \frac{1}{3} = \frac{0,67}{3} = 0,22$$

$$P_{g5} = P_{g10} = 1 - P_{g2} = 1 - \frac{P_{n2}}{P_{ge}}$$

$$2^3 = 8 \quad 2^4 = 16$$