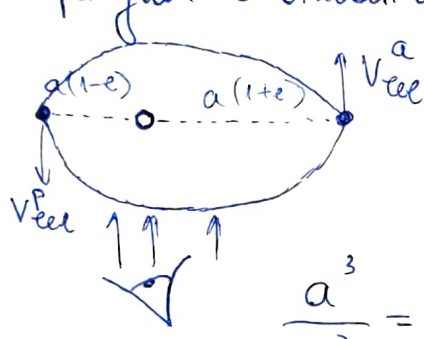


Практический тур:

Легче всего будет найти период системы: Резкие, высокие максимумы происходят во время перигелия, шальные, низкие макс. во время апогелия. Обе угл. скорости равны, когда скорости перпендикулярны к лучу зрения.

Тогда из графика можно найти период и он! $T = \frac{67 \text{ mm}}{112 \text{ mm}} \cdot 5 \text{ days} \approx 72 \text{ h} = 3 \text{ days}$

Переходим в относительную орбиту:



$$V_{rel}^a = \sqrt{\frac{G(M_1+M_2)}{a}} \cdot \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} \quad (1)$$

$$V_{rel}^p = \sqrt{\frac{G(M_1+M_2)}{a}} \cdot \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \quad (2)$$

$$\frac{a^3}{T^2} = \frac{G(M_1+M_2)}{4\pi^2} \quad (3), \text{ где } V_{rel}^a \text{ и } V_{rel}^p \text{ относительные скорости}$$

Звезда в апо- и перигелии, т.е. расст. м/у кривыми в макс.

$$V_{rel}^a = \frac{46 \text{ mm}}{100 \text{ mm}} \cdot 300 \text{ km/s} = 138 \text{ km/s}$$

$$V_{rel}^p = \frac{96 \text{ mm}}{100 \text{ mm}} \cdot 300 \text{ km/s} = 288 \text{ km/s}$$

из (1) и (2): $\frac{V_{rel}^p}{V_{rel}^a} = \frac{1+e}{1-e} = k \Rightarrow 1+e = (1-e)k \Rightarrow e = \frac{k-1}{k+1} \approx 0,35$
 $k \approx 2$

$$\left| \frac{V_{rel}^a}{V_{rel}^p} \cdot \frac{V_{rel}^p}{V_{rel}^a} = \frac{G(M_1+M_2)}{a} \right| \rightarrow \frac{V_{rel}^a V_{rel}^p}{4\pi^2} = \left(\frac{a}{T}\right)^2 \Rightarrow a = \frac{\sqrt{V_{rel}^a V_{rel}^p}}{2\pi} \cdot T$$

$$\Rightarrow a = \frac{200 \text{ km/s} \cdot 72 \text{ h} \approx 12 \text{ h} \cdot 200 \text{ km/s} \approx 8,5 \cdot 10^9 \text{ m}}$$

$$M_1+M_2 = \frac{a V_{rel}^a V_{rel}^p}{G} = \frac{\left(\frac{a}{V_{rel}^a V_{rel}^p}\right)^{3/2} T}{2\pi G} = \frac{(200 \text{ km/s})^3 \cdot 72 \text{ h}}{2\pi \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3/\text{s}^2 \text{ kg}} \approx 5 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$

$$M_1 \cdot V_1 = M_2 \cdot V_2$$

$\frac{M_1}{M_2} = \frac{V_2}{V_1}$, где V_1 и V_2 скорости звезды, с учетом того что у системы есть равновесная скорость $V_{cm} = 20 \text{ km/s}$ (точка пересечения)

$$\frac{V_2^a}{V_1^a} = \frac{18 \text{ mm}}{28 \text{ mm}} \approx 0,64; \quad \frac{V_2^p}{V_1^p} = \frac{58 \text{ mm}}{58 \text{ mm}} \approx 0,655$$

$$\Rightarrow \left(\frac{V_2}{V_1}\right) \approx 0,65 = \frac{M_1}{M_2}$$

$$M_1 + M_2 = 5 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$

$$\rightarrow 1,65 \cdot M_2 = 5 \cdot 10^{30} \text{ kg} \Rightarrow M_2 = \frac{5 \cdot 10^{30}}{1,65} \text{ kg} \approx 3 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$

$$M_1 = \frac{0,65}{1,65} \cdot 5 \cdot 10^{30} \text{ kg} \approx 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$$

$$L_1 \approx L_0 \quad (M_1 \approx M_0)$$

$$L_2 = L_0 \left(\frac{M_2}{M_0} \right)^4 = \left(\frac{3}{2} \right)^4 L_0 = \frac{81}{16} L_0 \approx 5 \cdot L_0$$

$\alpha = 4$, где зvezda Γ с массой около Солнца

$$\Rightarrow L_{\text{TOT}}^{\text{max}} = 6 L_0$$

$$m_{\text{max}} - m_{\odot} = 2,5 \lg \left(\frac{E_0}{E_{\text{max}}} \right) = 2,5 \lg \left(\frac{L_0 / 10 \text{ pc}^2}{6 L_0 / \tau^2} \right) = 5 \lg \left(\frac{\tau}{10 \text{ pc}} \right) - 2,5 \lg(6)$$

$$\tau_{\text{pc}} = \frac{1}{\pi \tau^2} = 20 \text{ pc}$$

* $\lg 2 \approx 0,3$ $\lg 5 \approx 0,7$
 $\lg 3 \approx 0,5$

$$m_{\text{min}} = 4,75^m$$

$$\Rightarrow m_{\text{max}} = M_{\odot} + 5 \lg \left(\frac{\tau}{10 \text{ pc}} \right) - 2,5 \lg(6) = 4,75^m + 5 \lg(2) - 2,5 \lg(6) =$$

$$= 4,75^m + 2,5 \lg(2) - 2,5 \lg(3) = 4,75^m + 2,5 \left(\lg \left(\frac{2}{3} \right) \right) = 4,75^m + 2,5 \frac{\log_{2,15} \frac{2}{3}}{\log_{2,15} 10} =$$

$$= 4,75^m + \frac{2,5}{\log_{2,15} 10} = 4,75^m - \frac{2,5}{5,5} \approx 4,3^m$$

$R_2 > R_1$ ($M_2 > M_1$), т.е. зvezda 2 дыет наикоство нахлбать зvezda 1
 $L_{\text{min}}^A = 5 L_0$

$$\Rightarrow m_{\text{min}}^A = M_{\odot} + 5 \lg(2) - 2,5 \lg(5) \approx 4,5^m$$

$$L \sim R^{5,2} \Rightarrow \frac{R_A}{R_2} = \left(\frac{L_1}{L_2} \right)^{1/5,2} = \left(\frac{M_1}{M_2} \right)^{0,75} \approx 0,7$$

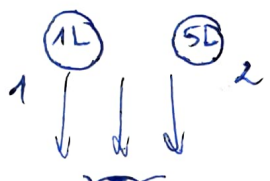
\Rightarrow зvezda 1 дыет нахлбать $x = \left(\frac{R_1}{R_2} \right)^2 = \left(\frac{M_1}{M_2} \right)^{1,5} \approx 0,5$ зvezda 2.

$$\Rightarrow L_{\text{min}}^B = L_0 + \frac{1}{2} \cdot L_0 \cdot 5 = 3,5 L_0$$

$$\Rightarrow m_{\text{min}}^B = M_{\odot} + 5 \lg(2) - 2,5 \lg(3,5) \approx 4,9^m$$

Ситуация макс. и мин.:

MAX



$m_{max} = 4,3^m$

$L_{max} = 6L_0$

MIN A



$m_{min}^A = 4,5^m$

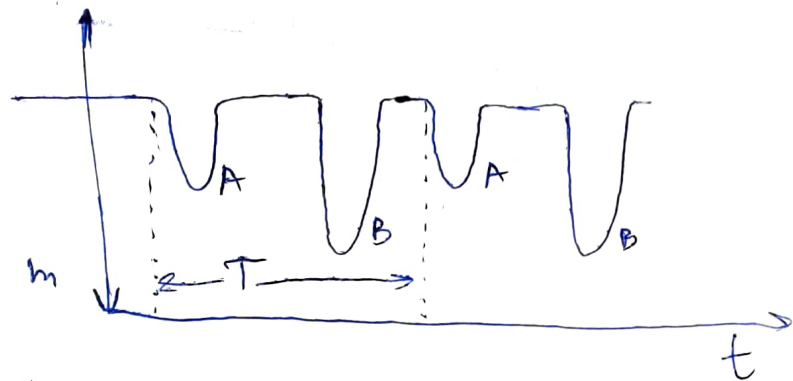
$L_{min}^A = 5L_0$

MIN B



$m_{min}^B = 4,9^m$

$L_{min}^B = 3,5L_0$



Order:

$M_1 = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$

$M_2 = 3 \cdot 10^{30} \text{ kg}$

$T = 3 \text{ days}$

$a = 8,5 \cdot 10^9 \text{ m}$

$e = 0,35$

$m_{max} = 4,3^m$

$m_{min}^A = 4,5^m$

$m_{min}^B = 4,9^m$

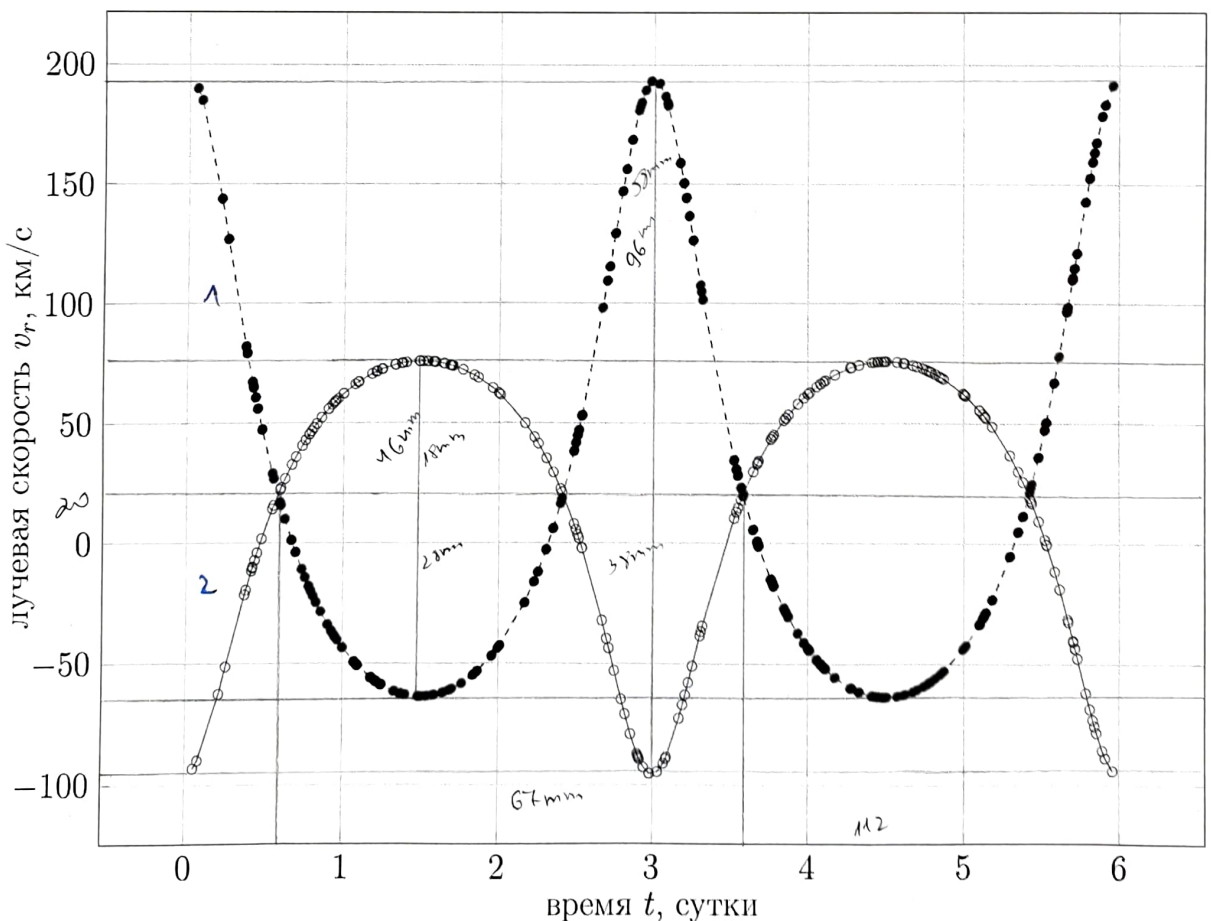


XXIX Санкт-Петербургская
астрономическая олимпиада
практический тур

2022
13
марта

11 класс

Вам дана кривая лучевых скоростей двойной системы, состоящей из двух звезд Главной последовательности. Луч зрения лежит в плоскости орбиты, линия апсид (соединяющая периастры и апоастры орбит) перпендикулярна лучу зрения. Найдите параметры системы: массы звезд, период и большую полуось системы, эксцентриситет орбиты. Определите видимые звездные величины системы в максимуме и минимуме блеска. Годичный параллакс системы равен $\pi = 0''.05$, звезды считайте сферически симметричными, эффектами прогрева и потемнения диска к краю можно пренебречь.

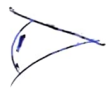
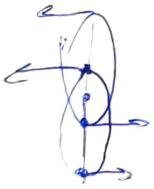


Решения задач и результаты олимпиады будут размещены на сайте

<http://school.astro.spbu.ru>

$M_1, M_2, T, a, e, m_{max}, A_{min}$

Bap-02



$$\frac{G(M_1+M_2)}{4\pi^2} = \frac{a^3}{T^2}$$

$$V_{cel}^a = \sqrt{\frac{G(M_1+M_2)}{a}} \sqrt{\frac{1-e}{1+e}}$$

$$V_{cel}^P = \sqrt{\frac{G(M_1+M_2)}{a}} \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}$$

$$V_{cel}^a V_{cel}^P = \frac{G(M_1+M_2)}{4\pi^2 a}$$



$m_1 v_1 = m_2 v_2$

$$x = \frac{V_{cel}^P}{V_{cel}^a} = \frac{1+e}{1-e}$$

$$(1-e)x = 1+e$$

$$\lg x^2 = \frac{\lg 2}{\lg 10} = \frac{1}{\lg 10} \lg 2$$

$$a^b \cdot a^c = a^{b+c}$$

$$a^b \cdot b^c \quad \lg a^b \cdot \lg b^c = \lg a^c$$

$$\frac{\lg a^b}{\lg a^c} = \lg b^c$$

$$x^b = c$$

$$y^a = c$$

$$z^a = b$$

$$x^z$$

$$\frac{x}{y} =$$

$$\frac{b}{c} = z^a = \left(\frac{x}{y}\right)^a = \frac{b}{c}$$

$$\frac{312}{312} \cdot \frac{312}{312} \dots$$

$$\lg 2 = 0,3 \quad \lg 3 = 0,5$$

$$G = \frac{N}{K^2} \cdot \frac{m^2}{g}$$

$$25 \lg \left(\frac{4}{5} \right)$$

$$\frac{4}{5} = 0,8$$

$$\frac{1}{0,8} = \frac{5}{4} = 1,25$$

$$\frac{25}{55} = \frac{5}{11} = 0,454$$

5000000

$$\frac{24}{36}$$