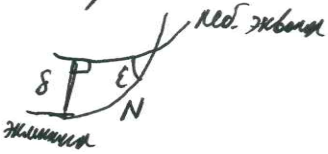
1.1) Мы в некотором российском селе ⇒ мы в С.П.. Значит полярная ночь обязательно будет 21 декабря, тк тогда склонение Солнца минимальное и ⇒ верхняя кульминация также будет минимальной. Полярная ночь длится 60 дней ⇒ с 20 ноября по 21 января (± 30 дней от 21 декабря), ведь полярная ночь это моменты когда в.к. С. ниже всего, т.е. тогда когда миним. δ.

2) Определим склонение Солнца 21 января, в последний день полярной ночи, когда $h_{в.к.} \simeq -51'$, т.е. на границе видимости ($-35'$ – рефракция и $-16'$ – угловой размер Солнца)



По сферической теореме синусов:

$$\frac{\sin 90^\circ}{\sin N} = \frac{\sin \varepsilon}{\sin \delta} \Rightarrow \sin\delta = \sin N \cdot \sin\varepsilon$$

N – кол-во дней до в.р., оно равно 60 дней и примерно 60°, т.к. за 365 дней 360° градусов. $\sin 23{,}5 = 0{,}4$

$$\sin\delta = \sin 60^\circ \cdot \sin 23{,}5 = \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot 0{,}4$$

$$\sin(23{,}5 + \Delta\delta) = \sin 23{,}5 + \cos 23{,}5 \cdot \Delta\delta \quad ; \cos 23{,}5 = \sqrt{1-\sin^2 23{,}5}$$

в радианах

$$\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot 0{,}4 - 0{,}4}{\sqrt{1-0{,}4^2}} = \Delta\delta(рад) = \frac{\sqrt{3}\cdot 0{,}2 - 0{,}4}{\sqrt{1-0{,}16}} \simeq \frac{1{,}73\cdot 0{,}2 - 0{,}4}{\sqrt{0{,}84}} \simeq \frac{0{,}34 - 0{,}4}{0{,}9} \simeq -\frac{0{,}06}{0{,}9} \simeq -\frac{6}{90}$$

$$\begin{array}{r} 57 \\ \times\ 6 \\ \hline 342 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 342 & 90 \\ 270 & 3{,}8 \\ \hline 720 & \\ 720 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\Delta\delta^\circ = -\frac{6}{90}\cdot 57 \simeq -\frac{342}{90} \simeq -3{,}8^\circ$$

Значит $\delta_\odot$ 21 января равно $\sim -20^\circ$

3) $h_{в.к.} = 90 - |\varphi - \delta| = 90 - |\varphi + 20|$

$-51' = 90 - \varphi - 20$, т.к. $\varphi > 0$

$\varphi = 90 - 20 + 51' = 70^\circ 51'$

4) $h_{в.к.} = 2h_{н.к.} \Rightarrow h_{н.к.} > 0 \Rightarrow \delta_\odot > 0$, также $h_{н.к.} \leq 45^\circ \Rightarrow -90 + \varphi + \delta \leq 45^\circ$

(т.к. тогда $2h_{н.к.} = h_{в.к.} > 90^\circ$) $\delta \leq 45 + 90 - 71 \simeq 64$

$90 - |\varphi - \delta| = 2\cdot(-90 + |\varphi + \delta|)$

$270 = |\varphi - \delta| + 2|\varphi + \delta|$

1) $\varphi > \delta$

$270 = \varphi - \delta + 2\varphi + 2\delta$

$\delta = 270 - 3\varphi = 270 - 210^\circ - 153' = 60^\circ - 2^\circ - 33' = 57^\circ 27'$

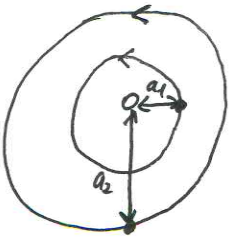
Ответ: $57^\circ 27' \simeq 57{,}5^\circ$

2) $\varphi < \delta$

$270 = \delta - \varphi + 2\varphi + 2\delta$

$\frac{270 - \varphi}{3} = \delta \simeq \frac{270 - 71}{3} \simeq \frac{200}{3} \simeq 66{,}(6)$, что меньше φ ⇒ не подходит

3.



$a_1 = 0{,}5$ а.е; $a_2 = 0{,}8$ а.е.; $M_{зв} = 2M_\odot$

1) По уточненному 3 закону Кеплера

$$\frac{T_i^2(M_{зв}+M_i)}{T_з^2\cdot(M_\odot+M_з)} = \frac{a_i^3}{a_з^3}$$, $a_з = 1$ а.е.; $T_з = 1$ год; $M_з \ll M_\odot$ и $M_i \ll M_{зв}$

$$T_i^2\cdot 2 = a_i^3 \Rightarrow T_i = \sqrt{\frac{a_i^3}{2}}$$

$0{,}63 \cdot 0{,}63 = 0{,}3969$; $0{,}63 \cdot 0{,}8 = 0{,}504$

Тогда: $T_1 = \sqrt{\frac{a_1^3}{2}} = \sqrt{\frac{0{,}5^3}{2}} = \sqrt{0{,}5^4} = 0{,}5^2 = 0{,}25$ лет

$T_2 = \sqrt{\frac{a_2^3}{2}} = \sqrt{\frac{0{,}8^3}{2}} = \sqrt{0{,}8^2}\cdot\sqrt{0{,}4} = 0{,}8\cdot\sqrt{0{,}4} \simeq 0{,}8\cdot 0{,}63 \simeq 0{,}5$ лет

2) Солнечные сутки, период обр. по орбите и осевое вращение связаны следующим соотношением:

$S_i = \frac{T_i\cdot T_{0i}}{|T_i - T_{0i}|}$, где S_i - продолжительность сол. суток
T_i - период обр. по орбите
T_{0i} - период. обр. вокруг своей оси

Из условия $T_{0i} < T_i \Rightarrow S_i = \frac{T_i\cdot T_{0i}}{T_i - T_{0i}}$, а также $S_1 = S_2 \Rightarrow$

$\frac{T_1\cdot T_{01}}{T_1 - T_{01}} = \frac{T_2\cdot T_{02}}{T_2 - T_{02}}$ и сказано, что $2T_{01} = T_{02}$, тогда

$$\frac{T_1\cdot T_{01}}{T_1 - T_{01}} = \frac{T_2\cdot 2T_{01}}{T_2 - 2T_{01}}$$

$$T_1\cdot T_2 - 2T_1\cdot T_{01} = 2T_2T_1 - 2T_2\cdot T_{01}$$

$$T_{01} = \frac{T_2\cdot T_1}{2(T_2 - T_1)} = \frac{0{,}5\cdot 0{,}25}{2\cdot 0{,}25} = 0{,}25 \text{ лет}$$

$$T_{02} = 2T_{01} = 0{,}5 \text{ лет}$$

Тогда $T_{01} \simeq T_1$ и $T_{02} \simeq T_2$, т.е. они все время обращены к звезде 1 стороной

4. По уточненному 3 закону Кеплера:

$$\frac{T_i^2(M_1+M_2)}{T_з^2\cdot(M_\odot+M_з)} = \frac{a^3}{a_з^3}$$, где $T_з = 1$ год, $a_з = 1$ а.е, $M_з \ll M_\odot$; $a = 2R_{зв}$ т.к. соприкасаются $\Rightarrow T_i = \sqrt{\frac{4R_{зв}^3}{M}}$

$730 \cdot 24 = 17520$

$T_i = \sqrt{\frac{a^3}{2M}}$, где M - масса звезд в массах солнца (звезды одинаковые)

1) Если 2 звезды подобны Солнцу $\Rightarrow M = M_\odot$, $R = R_\odot \Rightarrow$

$$T_\odot = \sqrt{4R_\odot^3} = \sqrt{\frac{4\cdot 700000^3}{1{,}5^3\cdot 10^{24}}} = \sqrt{\frac{4\cdot 7^3\cdot 10^{15}}{1{,}5^3\cdot 10^{24}}}\text{ (лет)} \simeq \sqrt{\frac{4\cdot 7^3\cdot 365^2\cdot 24^2}{1{,}5^3\cdot 10^9}}\text{ (ч)} \simeq \sqrt{\frac{4\cdot 343\cdot 365^2\cdot 24^2}{1{,}5^3\cdot 10^9}} =$$

$$= \sqrt{\frac{4\cdot 365^2\cdot 24^2}{10^7}} = \frac{2\cdot 365\cdot 24}{10^3\cdot\sqrt{10}} \simeq \frac{730\cdot 24}{10^3\cdot\sqrt{10}} \simeq \frac{17{,}52}{\sqrt{10}} \simeq \frac{18}{3} \simeq 6 \text{ (ч)}$$

4.

$$\cancel{T_\odot = \frac{1}{10^{27}} \cdot \frac{700000}{1,5} \cdot \sqrt{\frac{2\cdot 1700000}{2\cdot 1,5}} \simeq \frac{7}{1,5}\cdot \frac{1}{10^{22}} \cdot \sqrt{\frac{1,5\cdot 10^6}{2\cdot 1,5}} \simeq \frac{7}{1,5}\cdot\frac{1}{10^{16}}\,(\text{лет}) \simeq}$$

$$\cancel{\simeq \frac{7}{1,5}\cdot\frac{1}{10^{19}}\cdot\frac{2}{\pi}\cdot 10^{7}\,(\text{сек}) \simeq 2\cdot\frac{7}{4}\cdot\frac{1}{10^{12}} \simeq \frac{1}{2\cdot 10^{12}}\,(\text{сек.}) = 0,5\cdot 10^{-12}\,(\text{сек.}) = 5\cdot 10^{-11}\,(\text{сек.})}$$

$$\cancel{14\cdot 10^{-12}\,(\text{сек.})}$$

2) Если звезда спектрального класса F, то $T_2 \simeq 7000K$

$L_2 \simeq 4L_\odot$

$$\frac{L}{L_\odot} = \left(\frac{T}{T_\odot}\right)^4 \cdot \left(\frac{R}{R_\odot}\right)^2$$

$$\frac{R_2}{R_\odot} = \sqrt{\frac{L_2}{L_\odot}}\cdot\left(\frac{T_\odot}{T_2}\right)^2 = 2\cdot\left(\frac{5800}{7000}\right)^2 = 2\cdot\left(\frac{58}{70}\right)^2 \simeq 2\cdot 0,8^2 = 2\cdot 0,64 = 1,28$$

$R_2 \simeq 1,3 R_\odot$

$\frac{L_2}{L_\odot} = \left(\frac{M_2}{M_\odot}\right)^4$, т.к. звезды на гл. последовательности

$$\frac{M_2}{M_\odot} = \sqrt[4]{4} = \sqrt{2} \simeq 1,4 \Rightarrow M_2 \simeq 1,4 M_\odot$$

сравним период с периодом полученном в 1 пункте

$$\frac{T_\odot}{T_F} = \frac{\sqrt{\frac{4R_\odot^3}{M_\odot}}}{\sqrt{\frac{4\cdot 1,3^3 R_\odot^3}{1,4 M_\odot}}} = \sqrt{\frac{4R_\odot^3}{M_\odot}}\cdot\sqrt{\frac{1,4 M_\odot}{4\cdot 1,3^3 R_\odot^3}} = \sqrt{\frac{1,4}{1,3^3}} \simeq \frac{1}{1,3} \Rightarrow T_F \simeq 1,3 T_\odot$$, т.е. он увеличится

3) Если звезда спектрального класса K, то $T_3 \simeq 4500K$.

$L_3 \simeq 0,4 L_\odot$

$$\frac{R_3}{R_\odot} = \sqrt{\frac{L_3}{L_\odot}}\cdot\left(\frac{T_\odot}{T_3}\right)^2 \simeq 0,63\cdot\left(\frac{58}{45}\right)^2 \simeq 0,6\cdot\left(\frac{4}{3}\right)^2 \simeq 0,6\cdot\frac{16}{3\cdot 3} \simeq \frac{0,2\cdot 16}{3} \simeq \frac{3,2}{3} \simeq 1,1$$

$R_3 \simeq 1,1 R_\odot$

~~В формуле T_k должно уменьшится.~~

$$\frac{L_3}{L_\odot} = \left(\frac{M_3}{M_\odot}\right)^4 \Rightarrow \frac{M_3}{M_\odot} \simeq \sqrt[4]{0,4} \simeq \sqrt{0,6} \simeq 0,8 \Rightarrow M_3 \simeq 0,8 M_\odot$$

Сравним с периодом получен в п. 1 $\sqrt{\frac{8}{13,3}} \simeq \sqrt{0,6} \simeq 0,8$

$$\frac{T_6}{T_K} = \sqrt{\frac{0,8}{1,1^3}} \simeq \cancel{\sqrt{0,8\cdot 10^3} \simeq \sqrt{0,8\cdot 10} \simeq 2\sqrt{2}\cdot 10 \simeq 28} \Rightarrow T_6 = 0,8\, T_K$$, т.е. он ~~уменьшится~~ увеличится

2. Антена неподвижна и все время направлена на спутник, значит мы на экваторе и смотрим на геостационарный спутник. Он будет находится в зените ⇒ когда Солнце в зените и около него появляются затмения, значит около 21 марта и 22 сентября

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3\cdot 10^8}{12\cdot 10^9} = \frac{1}{4\cdot 10^1} = 0,025\text{ м.} = 2,5\text{ см}, \quad T = \frac{1}{\nu} = \frac{1}{12}\cdot 10^{-9}\,(\text{сек.})$$

Нужно найти какую область неба охватывает антена, в градусах. и найдем диапазон дат, т.к. будем знать max в.к. Солнца

CTE-07

5. $R_1 = \frac{2GM}{c^2} = \frac{2 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^{30}}{3^2 \cdot 10^{16}} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 6{,}67}{3^2} \cdot 10^3 \, (м) \simeq \frac{2 \cdot 2 \cdot 7}{9} \, (км) \simeq 3 \, км$; $V_1 = \frac{4}{3}\pi R^3 \simeq 4 \cdot 27 \simeq 108 \, км^3$

Это радиус черной дыры массой Солнца

$R_{ч.} = 4{,}5 \cdot 10^6 R_1 = 13{,}5 \cdot 10^6 \, км$

Шаровое скопление – старые звезды. Около центра галактики в балдже, преобладает старое население. Теоретически это возможно, ведь суммарная масса, расстояние не изменились существенно, но это скопление может быть не устойчиво, а также должны бы были происходить столкновения черных дыр, о которых мы бы обязательно знали.

Черные дыры звездной массы доказали бы существование испарения черных дыр, ведь такая звезда не могла получиться в результате звездообразования, а ⇒ она потеряла массу в результате испарения.