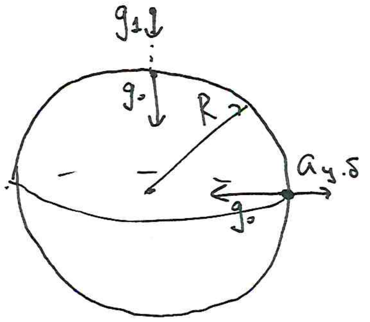
№ 1

ДОЛ-35



$$T_M = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$\frac{T_э}{T_п} = \sqrt{\frac{g_п}{g_э}} = \sqrt{\frac{g_0}{g_0 - a_{у.б.}}} = 1{,}02$$

$$g_0 \approx 1{,}04 g_0 - 1{,}04 a_{у.б.}$$

$$a_{у.б.} = \frac{0{,}04}{1{,}04} g_0 = \frac{g_0}{26}$$ ← на экваторе

$$T_п = 1{,}02^{-1} T_э = 1{,}02^{-1} T_{п1}$$ ← на высоте

$$\frac{T_{п1}}{T_п} = \sqrt{\frac{g_п}{g_{п1}}} = 1{,}02 \Rightarrow \frac{R+130}{R} = 1{,}02 \Rightarrow R = 6500 \text{ км.}$$

$$a_{у.б.} = \frac{4\pi^2 R^2}{T^2 R} = \frac{4\pi^2 R}{T^2} \Rightarrow g_0 = 26 \cdot \frac{4\pi^2 R}{T^2} = \frac{GM}{R^2}$$

Мне нужно найти I космическую скорость:

$V_I^2 = \frac{GM}{R}$. Получаем, что $\frac{GM}{R} = 26 \cdot \frac{4\pi^2 R^2}{T^2}$

$$V_I \approx 5{,}1 \cdot \frac{2\pi R}{T} \approx \frac{32 \cdot 6500}{10 \cdot 3600} = \frac{8 \cdot 65}{90} = \frac{4 \cdot 13}{9} = \frac{52}{9} = 5{,}8 \text{ км/с}$$

Ответ: $V_I \approx 5{,}8$ км/с - к.п скорость. ≈ 6 км/с $\approx V_I$.

№ 2. АОЛ-35

Возраст звёзд в двойной системе должен быть примерно одинаков, там не может быть красного и голубого гигантов, т.к. голубые гиганты долго не живут $< 10^9$ лет, а красные гиганты уже в конце жизни.

$Г_к - Г_с$ ✗ : Г - гигант С - синий
: К - карлик к - красный

Могут существовать такие системы:

$\left[\begin{array}{l} Г_к - Г_с \\ К_к - К_к \end{array}\right]$ ✓ В этом случае 2 система старше, Синие гиганты долго не живут.

Теперь подумаем, что такое голубой карлик. Если это не белый карлик, то:

I) Голубых карликов не бывает, оба Г - синие, К - красные, этот случай мы уже рассмотрели.

II Пусть голубой карлик - БЕЛЫЙ карлик. Но белые карлики не разрешимы в опт. диапазоне. Значит только тот случай.

Ответ: 2 голубых гиганта
2 красных карлика ← эта старше.

Фиолетовое смещение наблюдается в спектре близких к нам галактик, и связано с тем, что из-за грав. взаимодействия с Млечным путём они прибл. к нам быстрее, чем расширяется вселенная.

Скорость удаления по закону Хаббла:

$V_x = H \cdot R$ (относ. M.W.)

Такие есть скорость грав. приближения. Будем считать, что на бескон. галактики не двигались друг относ. друга, а потом условно начали падать друг на друга. В С.О. MW:

$$E_\infty = E_п + E_к = 0$$

$$E(R) = -\frac{GM M_{mw}}{R} + \frac{Mv^2}{2} = E_\infty = 0$$

$$V_G = \sqrt{\frac{2GM_{mw}}{R}}$$ (~ скорость приближения).

Перестанет спектр смещаться в фиолетовую сторону, когда:

$$V_G \le V_x$$

$$V_G^2 \le V_x^2$$

$$\frac{2GM_{mw}}{R} \le \overset{\text{в норм. разм.}}{H^2} R^2 \Rightarrow \underline{R = \sqrt[3]{\frac{2GM_{mw}}{H^2}}}$$

$M_{mw} \approx 10^{42}$ (кг)

$G \approx 6{,}67 \cdot 10^{-11} \left(\frac{м^3}{кг \cdot с^2}\right)$

$$H \approx \frac{68 \cdot 10^3}{10^{17} \cdot 1{,}5 \cdot 2 \cdot 10^5} \approx 2{,}3 \cdot 10^{-19} \left(\frac{1}{с}\right)$$

Теперь подставим:

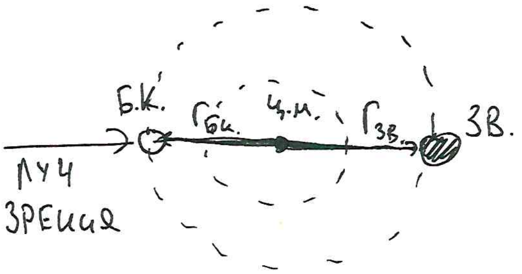
$$R \approx \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{31}}{5{,}3 \cdot 10^{-38}}} \approx \sqrt[3]{2{,}5 \cdot 10^{69}} \approx \sqrt[3]{2{,}5} \cdot 10^{23} \approx 1{,}35 \cdot 10^{23}\ м \approx 4{,}5\ Мпк \approx \underline{5\ Мпк}$$

Ответ: $R_{min} \approx 5$ Мпк

Будем считать, что данные о смещении линии H_α получены из спектра оптической звезды, не Б.К..

В полосе V фиксируются падение блеска раз в 0,5 лет, они связаны с тем, что Б.К. проходит по диску звезды, тогда как она проходит по нему, падения блеска в полосе V не будет.

Получаем, что период 2-ой системы $T = 0,5$ лет.



$$V_{ЗВ} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \cdot c \quad \text{из эфф. Доплера.}$$

$$r_{ЗВ} = T \cdot V_{ЗВ} : 2\pi$$

По III закону Кеплера:

$$\underset{\text{в годах}}{T^2} \cdot \underset{\text{в } M_\odot}{M_\Sigma} = \underset{\text{в а.е.}}{a^3}$$

Пусть $\frac{M_{ЗВ}}{M_{БК}} = \frac{r_{БК}}{r_{ЗВ}} = \alpha$. Найдём α:

$$T^2 \cdot M_{БК}(1+\alpha) = r_{ЗВ}^3 (1+\alpha)^3$$

$$\alpha = \sqrt{\frac{T^2 \cdot M_{БК}}{r_{ЗВ}^3}} - 1; \qquad M_{ЗВ} = \alpha \cdot M_{БК} = \sqrt{\frac{T^2 M_{БК}^3}{r_{ЗВ}^3}} - M_{БК}.$$

Осталось посчитать:

$$r_{ЗВ} = \frac{0,46}{6563} \cdot \frac{300000}{2\pi} \cdot \frac{3,15 \cdot 10^7}{2} \approx \frac{46 \cdot 3 \cdot 10^{10}}{4 \cdot 6563} \approx \frac{46 \cdot 10^8}{88} \approx 0,35 \text{ а.е.}$$

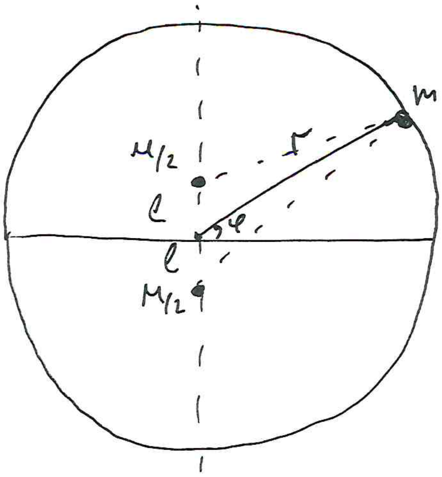
$M_{БК} \leq 1,4 M_\odot$ из предела Чандрасекара (я не уверен что это так имеет)

Будем считать, что $M_{БК} \geq 1 M_\odot$ (оценка).

$$\begin{cases} M_{ЗВ\,min} = \sqrt{5,8} - 1 \approx 1,4 M_\odot \text{ (при } M_{БК} = 1 M_\odot) \\ M_{ЗВ\,max} = \sqrt{16,24} - 1,4 \approx 2,6 M_\odot \text{ (при } M_{БК} = 1,4 M_\odot) \end{cases}$$

Ответ: $M_{ЗВ} \in (1,4; 2,6)$ $M_\odot$ (примерно).

№5 ДОЛ-35



$$\frac{1}{m}F_\Sigma(r)=\frac{1}{2}GM_\oplus\left(\frac{1}{l^2+r^2+2rl\sin\varphi}+\frac{1}{l^2+r^2-2rl\sin\varphi}\right)$$

$$\frac{1}{m}F_\Sigma(r)=GM_\oplus\cdot\left(\frac{r^2+l^2}{r^4+l^4+2l^2r^2-4r^2l^2\sin^2\varphi}\right)$$

$$\frac{1}{m}F_\Sigma(r)=GM_\oplus\left(\frac{r^2+l^2}{(r^2+l^2)^2-4r^2l^2\sin^2\varphi}\right)$$

$$\frac{1}{m}F_\Sigma(r)=\frac{GM_\oplus}{r^2+l^2}\cdot\left(\frac{1}{1-\frac{4r^2l^2\sin^2\varphi}{(r^2+l^2)^2}}\right)$$

$$\frac{1}{m}F_\Sigma(r)\approx\frac{GM_\oplus}{r^2+l^2}\left(1+\frac{4r^2l^2\sin^2\varphi}{r^4+l^4+2r^2l^2}\right)$$

$$V(r,\varphi)=\int_r^{+\infty}\frac{1}{m}F(r)\,dr$$

$$\frac{1}{m}F_\Sigma(r)\approx\frac{GM_\oplus}{r^2}\cdot\left(1-\frac{l^2}{r^2}\right)\left(1+\frac{4r^2l^2\sin^2\varphi}{r^4+l^4+2r^2l^2}\right)$$

[illegible]

Однако можно попробовать и по-другому.

$$\frac{1}{m}F_\Sigma(r)\approx\frac{GM_\oplus}{r^2}\cdot\left(1-\frac{l^2}{r^2}\right)\left(1+\frac{4l^2\sin^2\varphi}{r^2}\right)=\frac{GM_\oplus}{r^2}\cdot\left(1+\frac{l^2}{r^2}\cdot(4\sin^2\varphi-1)\right)$$

$$V(r,\varphi)=\int_r^{+\infty}\frac{GM_\oplus}{r^2}dr+\int_r^{+\infty}\frac{GM_\oplus}{r^4}\cdot\left(l^2(4\sin^2\varphi-1)\right)dr=\frac{GM_\oplus}{r}\left(1+\frac{l^2}{r^2}\cdot\frac{4\sin^2\varphi-1}{3}\right)$$

$$V(r,\varphi)=\frac{GM_\oplus}{r}\left(1+\frac{8}{9}\frac{l^2}{r^2}\cdot\frac{3\sin^2\varphi-\frac{3}{4}}{2}\right).$$

Ну, почти сошлось! Наверное где-то не так стоило пренебрегать, но ошибка небольшая, только $-\frac{3}{4}$ вместо -1.

Приравняем к совр. модели и получим:

$$-J_2 R_{\oplus}^2 = \frac{8}{9} l^2$$

Вообще непонятно почему. В совр. модели минус, т.к. нагнется на экваторе он должен быть меньше реального.

Ещё и где-то ошибка со знаком, но забьём на неё и получим ответ:

$$l = R_{\oplus} \cdot \frac{3}{2}\sqrt{J_2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 190 \text{км}.$$

Получаем расстояние между ними порядка 400км.

Ответ: $2l = 400$ км.