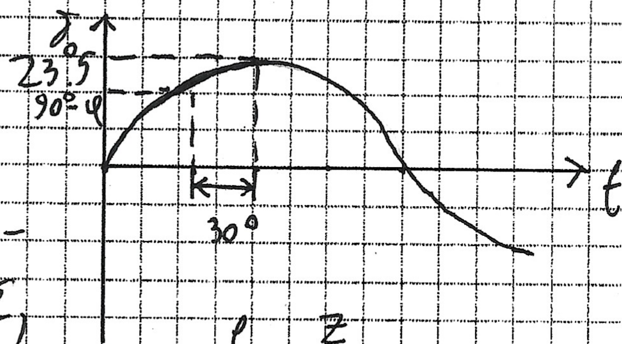
№1 Российская село = события происходят в Сев. полушарии.

Полярная ночь длится 60 д — это значит, что за 60 д склонение Солнца изменяется от φ-90° — крайнего значения, при котором оно еще восходит над горизонтом, до $-\varepsilon$ и обратно.



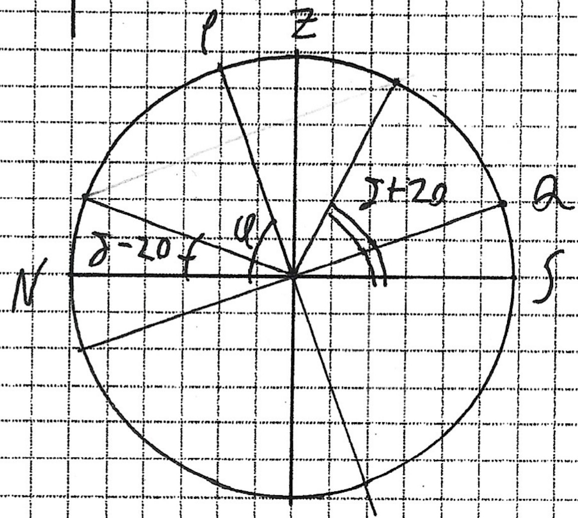
30 д ≈ 30° движения Солнца по эклиптике.

$\sin(90^\circ-30^\circ)$ — на этот коэффициент нужно помножить ε, чтобы получить $90^\circ-\varphi$.

$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0.85$

$23.5 \cdot 0.85 \approx 20$

$90-\varphi = 20 \Rightarrow \boxed{\varphi = 70^\circ}$



Учёт рефракции при нашей точности не понадобится.

Формулировка задачи подразумевает, что звезда является незаходящей (см. рис.):

$\delta+20 = 2(\delta-20)$

$\delta+20 = 2\delta-40$

$\delta = 60$

Ответ: $\boxed{60^\circ}$.

№2

Для начала заметим, что спутник находится на геостационарной орбите, так что связь со станцией не прерывается, а с точки зрения станции спутник всегда расположен в одной и той же точке неба: именно поэтому антенна неподвижна.

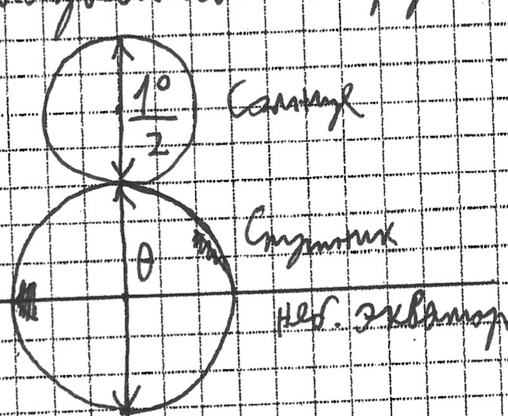
Спутник может быть немного смещён от неб. экватора в зависимости от широты станции, о которой у нас нет данных, но наиболее логично было бы расположить станцию вблизи $\varphi = 0^\circ$, чтобы спутник наблюдался в зените и атмосферные эффекты были минимальны.

Для параболической антенны имеем предел разрешения:

$$\theta = \frac{\lambda}{D} = \frac{c}{\nu D} = \frac{3 \cdot 10^8}{12 \cdot 10^9 \cdot 2} = \frac{1}{80} \text{ рад}$$

$$\frac{1}{80} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} \approx \frac{60}{80} = \frac{3^\circ}{4}$$

Точечный спутник будет "размазываться" в кружок диаметра θ. Мы предположим, что спутник находится на неб. экваторе, поэтому нас интересуют примерно моменты равноденствий: $|\delta_\odot| < \frac{\theta}{2} + \frac{1}{4} = \frac{5^\circ}{8}$

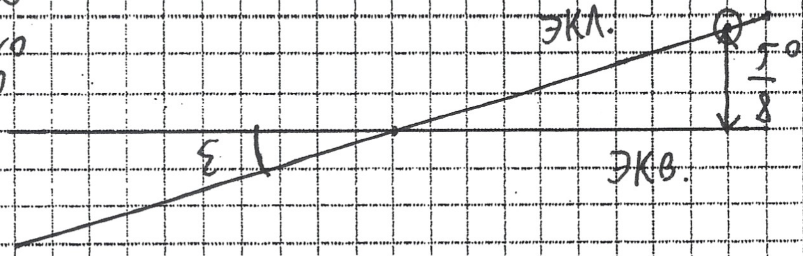


Т.к. угловой диаметр Солнца $\approx 0.5^\circ$.

$$2\cdot\frac{5}{8\sin 23{,}5^\circ}\approx\frac{25}{8}^\circ$$

$$\sin 23{,}5^\circ \approx \sin 30^\circ - \sin 6^\circ$$

$$\sin 6^\circ \approx \frac{6\cdot\pi}{180}\approx\frac{1}{10}$$



$$\sin 23{,}5^\circ \approx \frac{2}{5}$$

То есть, имеем диапазон в $\frac{25}{8}\approx 3$ д вокруг равноденствий. Более точный ответ зависит от времени наступления р/д, но так это

19–22 марта и 21–24 сентября

Если станция расположена несколько севернее экватора, то диапазоны будут смещены ближе к концу сентября и началу марта, но их длина останется так же (3 д). Наоборот со смещением к югу.

При недостатке места для записи попросите дополнительный бланк ответов

№3 $2M_\odot$; $r_1 = 0.5$ ае; $r_2 = 0.8$ ае

$\underbrace{T_1; T_2}_{\text{орб. периоды}}; \underbrace{t; 2t}_{\text{осевые}}$

S – солн. сутки. Положим, что обе планеты вращ. вокруг своей оси в ту же сторону, что и вокруг звезды

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{t} - \frac{1}{T_1} = \frac{1}{2t} - \frac{1}{T_2}$$

$$\frac{1}{2t} = \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}$$

Также возможна ситуация, когда у внеш. планеты обратное вращение:

$$\frac{1}{2t} = \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2}$$

В остальных случаях t получается <0.

$$\frac{2M_\odot}{M_\odot} T_1^2 = r_1^3 \quad \text{(III з-н Кеплера)}$$

$$T_1^2 = \frac{0.125}{2} = 0.0625$$

$$\boxed{T_2 \approx 0.5\,г}$$

$$\boxed{T_1 = 0.25\,г}$$

$$T_2^2 = \frac{r_2^3}{2} = \frac{0.64 \cdot 0.8}{2} \Rightarrow T_2 = \frac{0.8 \cdot 2\sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{10}}$$

I. $\frac{1}{2t} = \frac{1}{0.25} - \frac{1}{0.5} = 4 - 2$

$\frac{1}{t} = 4$

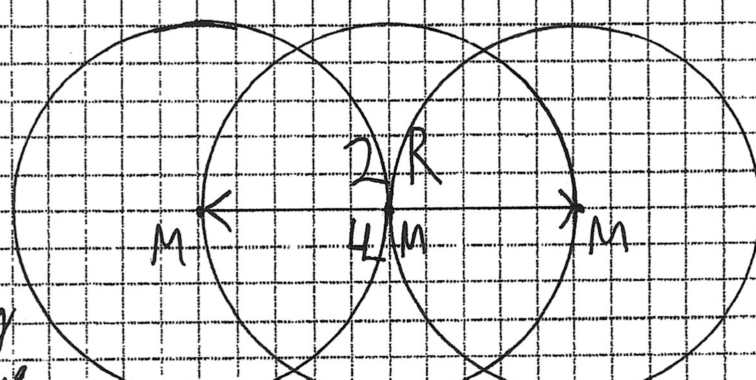
$\boxed{t = \frac{1}{4} г} \Rightarrow \boxed{2t = \frac{1}{2} г}$

II. $\frac{1}{2t} = 4 + 2 \Rightarrow \frac{1}{t} = 12$

$\boxed{t = 1/12\ г} \Rightarrow \boxed{2t = \frac{1}{6} г}$

Ответ: имеем 2 случая: 3 мес у внутр. планеты и 6 мес у внеш.; 1 мес. у внутр планеты и 2 мес. у внеш.

№4



Звёзды соприкас. поверхностями, но всё ещё притягиваются друг к другу как 2 материальные точки. Также расст. между их центрами = const, т.к. звёзды не могут входить и выходить из-под поверхности компаньона. Значит, „перекидываем" всю массу в одну из звёзд и считаем T на круговой орбите. Мы не учитываем деформацию звёзд, но для оценки характерного периода это и не нужно:

$$\cancel{T = 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{GM}}}$$ ~~(III Кеплер)~~

$$\frac{2M}{M_\odot}T^2 = \left(\frac{2R}{a_\oplus}\right)^3$$ (III Кеплер)

В случае класса G2:

$$2T^2 = \left(\frac{2\cdot 7\cdot 10^8}{1.5\cdot 10^{11}}\right)^3 = \left(\frac{14}{15\cdot 100}\right)^3 \approx \frac{1}{100^3}$$

$$T^2 = \frac{1}{2}\cdot 10^{-6}$$

$$T \approx \frac{2}{3}\cdot 10^{-3} \approx \boxed{7\cdot 10^{-4}\text{ лет}}$$

В принципе, коэф. 7 — это тоже избыточная точность, так что получаем окончательно: $\boxed{\frac{1}{1000}\text{ года}}$.

Рассмотрим случай со звёздами K и F.

$$2T^2 = \frac{M_\odot}{M}\cdot\frac{8R^3}{a_\oplus^3} = \frac{M_\odot}{a_\oplus^3}\cdot\frac{8R^3}{M} \sim \frac{1}{\rho}$$

Квадрат периода обратно пропорционален плотнастин. При этом мы знаем, что звёзды более поздних классов имеют большую плотность, чем более ранних (карлики класса M, находясь в диапазоне звёздных масс, имеют размер около размера Юпитера).

В таком случае, у F-звёзд период будет больше, а у K-звёзд — меньше.

№5

Для начала вспомним, как вообще был сделан вывод, что в центре Млечного пути находится сверхмассивная чёрная дыра. Газ A^* наблюдается как мощный радиоисточник, размер которого можно измерить. По движению Г-звёзд вокруг него можно измерить его массу. При этом оказывается, что масса объекта настолько велика при его размере, что не остаётся никаких вариантов кроме СМЧД. Теперь рассмотрим предположение о шаровом скоплении.

1. Такое скопление вообще бы не регистрировалось как радиоисточник, т.к. СМЧД „светит" своим аккреционным диском, а у отдельных ЧД звёздной массы таких дисков нет.

2. Т.к. сквозь такое скопление могут просматриваться объекты фона, мы бы регистрировали огромное

Кол-во событий микролинзирования в маленькой области с размером, равным искомому размеру скопления. В частности, наблюдались бы линзирования S-звёзд. В реальности ничего подобного нет.

3. Линейный размер скопления не должен превышать размера орбит самых внутренних S-звёзд, иначе их движение было бы нарушено. Периоды S-звёзд — порядка нескольких лет, возьмём 1 г в качестве ниж. предела:

$4.5 \cdot 10^6 \cdot 1 = a^3$ (II Кеплер)

$a = \sqrt[3]{4.5} \cdot 10^2 \approx 1.5 \cdot 10^2$

Учитывая, что орбиты вытянуты, размер скопления точно не может быть больше 100 а.е. ~~При таком размере~~ Концентрация n зависит от числа ЧД. ~~[illegible]~~

Массу ЧД-остатков звёзд возьмём равной $10 M_\odot$:

$$n = \frac{4.5 \cdot 10^5}{\frac{4}{3}\pi \cdot 10^6} \approx \frac{1}{10} \text{ ае}^{-3}$$

То есть одна ЧД звёздной массы приходится на 10 ае^3. А среднее расст. между ними получается $\sqrt[3]{10} \approx 2$ а.е.

В таком случае ЧД тоже будут друг с другом взаимодействовать и сливаться. При варьировании массы одной ЧД и периода „крайней" 5-звезды ситуация не изменится. Даже при T = 10 млн лет получим расст. в ≈ 10 а.е., что так же слишком мало.

У нас нет особых причин оценивать радиус такого скопления как шварцшильдовский радиус СМЧД, но в таком случае, само собой, всё было бы куда более драматично (радиус скопления был бы тоже „звёздным", ~ 10-100 $R_\odot$)

В общем, из приведённых 3 пунктов делаем вывод, что такого быть не может.