Задача № 2 [illegible]

ρ - средняя плотность планеты
R - радиус планеты
M - масса планеты
ρ_1 - плотность ядра
V_1 - объем ядра
M_1 - масса ядра
V - объем планеты

ρ_2 - плотность внутреннего слоя
V_2 - объем внутр. слоя
M_2 - масса внутр. слоя
ρ_3 - плотность внешнего слоя
V_3 - объем внешн. слоя
M_3 - масса внешн. слоя

$M = \rho V$

$V = \frac{4}{3}\pi R^3 \quad \rho = 1530\ кг/м^3$

$M = \frac{4}{3}\pi R^3 \cdot 1530$

$M_2 = V_2 \rho_2$

$\rho_2 = 3000\ кг/м^3$

$V_2 = \frac{4}{3}\pi(0{,}7R)^3 - \frac{4}{3}\pi(0{,}3R^{\cancel{3}})^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 0{,}316R^3$

$M_2 = \frac{4}{3}\pi \cdot 0{,}316R^3 \cdot 3000$

$M_3 = V_3 \cdot \rho_3$

$\rho_3 = 600\ кг/м^3$

$V_3 = \frac{4}{3}\pi R^3 - \frac{4}{3}\pi(0{,}7R^{\cancel{3}})^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 0{,}657R^3$

$M_3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 0{,}657R^3 \cdot 600$

$M_1 = M - M_2 - M_3 = \frac{4}{3}\pi R^3(1530 - 0{,}316 \cdot 3000 - 0{,}657 \cdot 600)$

$\rho_1 = \frac{M_1}{V_1}$

$V_1 = \frac{4}{3}\pi(0{,}3R)^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 0{,}027 \cdot R^3$

$$\rho_1 = \frac{\cancel{\frac{4}{3}\pi R^3}(1530 - 0{,}316 \cdot 3000 - 0{,}657 \cdot 600)}{\cancel{\frac{4}{3}\pi R^3} \cdot 0{,}027} = \frac{1530 - 0{,}316 \cdot 3000 - 0{,}657 \cdot 600}{0{,}027} = \frac{187{,}8}{0{,}027} =$$

$= 6955\frac{5}{9}$

Ответ: $6955\frac{5}{9}$

Сила тяжести равна $\frac{GM}{R}$ где G - гравитационная постоянная, M - масса планеты, R - радиус планеты

на Земле $\frac{GM_\oplus}{R_\oplus}$ $M_\oplus$ - масса Земли, $R_\oplus$ - радиус Земли

по условию $\frac{GM}{R} = \frac{GM_\oplus}{R_\oplus}$

$$\Rightarrow M = \frac{M_\oplus \cdot R}{R_\oplus}$$

длина экватора равна $2\pi R = 60000$ км

длина экватора Земли равна $2\pi R_\oplus = 40000$ км

$$\Rightarrow \frac{R}{R_\oplus} = \frac{60000}{40000} = 1{,}5$$

$$\Rightarrow M = 1{,}5 M_\oplus$$

пусть a расстояние от центра основной планеты до малой планеты

пусть T период обращения ~~планеты~~ малой планеты вокруг основной

по условию T равен периоду обращения луны вокруг Земли

по обобщенному закону Кеплера

$$\frac{T^2}{4\pi^2} = \frac{a^3}{GM}$$

пусть a_c расстояние от ~~Земли~~ центра Земли до луны

$$\frac{T^2}{4\pi^2} = \frac{a_c^3}{GM_\oplus}$$ ~~при этом~~

$$\Rightarrow \frac{a^3}{GM} = \frac{a_c^3}{GM_\oplus}$$ т.к. $M = 1{,}5 M_\oplus$ $\Rightarrow \frac{a^3}{1{,}5} = a_c^3$ $\Rightarrow a = a_c\sqrt[3]{1{,}5}$

$a_c = 384400$ км

p'' - угловой размер луны в угловых секундах

$$p'' = \frac{206265 \cdot 2 \cdot R_c}{a_c}$$ R_c - радиус луны

но по условию это является угловым размером малой планеты

$$\Rightarrow p'' = \frac{206265 \cdot R \cdot 2}{a}$$

$$\Rightarrow \frac{206265 \cdot 2 \cdot R}{a} = \frac{206265 \cdot 2 \cdot R_c}{a_c} \Rightarrow \frac{R}{a} = \frac{R_c}{a_c} \quad a = a_c\sqrt[3]{1{,}5}$$

$$\Rightarrow \frac{R}{a_c\sqrt[3]{1{,}5}} = \frac{R_c}{a_c} \Rightarrow R = R_c\sqrt[3]{1{,}5} \quad R_c = 1738 \text{ км}$$

Ответ: радиус малой планеты равен $1738\cdot\sqrt[3]{1{,}5}$ км

расстояние до малой планеты равно $384400\sqrt[3]{1{,}5}$ км

Задача №4 | Код: ПОЛ-023

пусть E_1 - энергия взрыва более мощной звезды
E_2 - энергия взрыва 2-ой звезды

тогда $E_1 = 32 E_2$

пусть R_1 - ~~фронта~~ радиус фронта ударной волны более мощной звезды
R_2 - радиус фронта ударной волны 2-ой звезды

~~$R_1 \sim E_1 t$~~ $R_1(t) \sim E_1^{1/5} t^{2/5}$ ($\sim$ знак пропорциональности)

$R_2(t) \sim E_2^{1/5} t^{2/5}$

т.к. $E_1 = 32 E_2 \Rightarrow E_1^{1/5} = 2 \cdot E_2^{1/5}$ (т.к. $32^{1/5} = 2$)

$\Rightarrow R_1(t) \sim 2 \cdot E_2^{1/5} \cdot t^{2/5}$

$$\frac{R_1(t)}{R_2(t)} = \frac{E_1^{1/5} t^{2/5}}{E_2^{1/5} t^{2/5}} = \frac{2 \cdot E_2^{1/5} \cdot t^{2/5}}{E_2^{1/5} \cdot t^{2/5}} = 2$$

$\Rightarrow R_1(t) = 2 R_2(t)$ ~~в любой момент времени~~

пусть в момент встречи фронтов радиус фронта более мощной звезды R_3
радиус фронта 2-ой звезды R_4

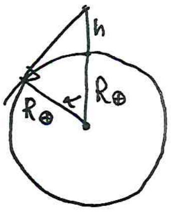
тогда $R_3 = 2 R_4$

при этом $R_3 + R_4 = 300$пк

$\Rightarrow 3 R_4 = 300$пк

$R_4 = 100$пк $\Rightarrow R_3 = 200$пк

Ответ: 200пк



$R_\oplus = 6378$ км
$h = 442$ м

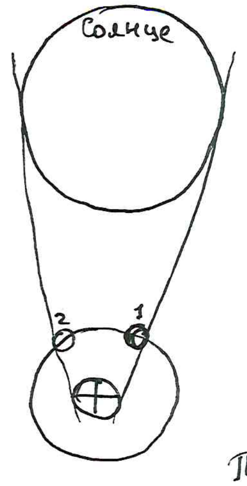
$\cos\alpha \approx \alpha$

$\Rightarrow \alpha = \dfrac{R_\oplus}{R_\oplus + h} \approx 1^\circ$

Нам нужно посчитать за какое максимальное время солнце пройдет угол α ~~это 4~~ и умножить на 2, это и будет разница между продолжительностью постов.

На экваторе 1° равен 4^m.
а на широте 25° 1° равен $4^m \cdot \cos 25$
$\Rightarrow$ Солнце пройдет 1° за $4^m \cdot \cos 25$
$\Rightarrow$ разница между продолжительностью постов будет равна $8^m \cdot \cos 25$

Ответ: $8^m \cdot \cos 25$



$\oplus$ - Земля

т.к. угловой размер Луны и Солнца при наблюдении с Земли примерно равны

Тогда чтобы посчитать длительность полного Солнечного затмения нам нужно посчитать за какое время Луна пройдет от точки 1 до точки 2

(в точке 1 Луна касается первой общей касательной Солнца и Земли

во 2 точке Луна касается второй общей касательной Солнца и Земли

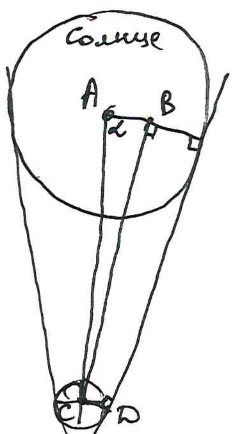
Пусть a расстояние от центра Земли до центра Солнца

$a = 1\text{а.е.} = 1{,}5 \cdot 10^8$ км

$R_\odot$ - радиус Солнца $R_\odot = 697000$ км

$R_\oplus$ - радиус Земли $R_\oplus = 6400$ км

r - расстояние от центра Земли до Луны $r = 384400$ км



Посчитаем чему равен угол α

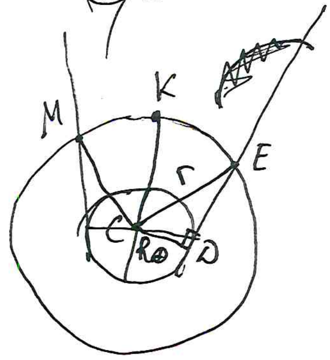
Посмотрим на $\triangle ABC$

$\angle ABC = 90^\circ \quad AC = a \quad AB = R_\odot - R_\oplus$

$$\cos\alpha = \frac{AB}{AC} = \frac{697000 - 6400}{1{,}5 \cdot 10^8} \approx 0{,}0046$$

$\Rightarrow \alpha \approx 89{,}9^\circ$

$\angle ACD = 180 - \alpha = 90{,}1^\circ$



~~∠E:~~

$$\cos\angle ECD = \frac{R_\oplus}{r} = \frac{6400}{384400} = 0{,}016 \qquad \angle ECD \approx 89^\circ$$

$\angle MCK = \angle KCE = \angle KCD - \angle ECD = 90{,}1^\circ - 89^\circ = 1{,}1^\circ$

$\Rightarrow \cup ME = 2{,}2^\circ$

$360^\circ - 2\pi r$

$\Rightarrow 2{,}2 - X$

$\cancel{X = \frac{360^\circ}{2{,}2^\circ \cdot 2\pi r}}$ $\quad X \approx \frac{2\pi r}{180}$

$$v_л = \sqrt{\frac{GM_\oplus}{r}} \approx 1 \text{ км/с}$$

$$\rightarrow t = \frac{X}{v_л} = \frac{2\pi r}{180} \approx 12813 \text{ с}$$

Посчитаем сколько детей рождается за 1 секунду

$$\frac{160\,000\,000}{365 \cdot 86400} \approx 5 \text{ д/с}$$

Ответ: $12813 \cdot 5 = 64065$ детей