

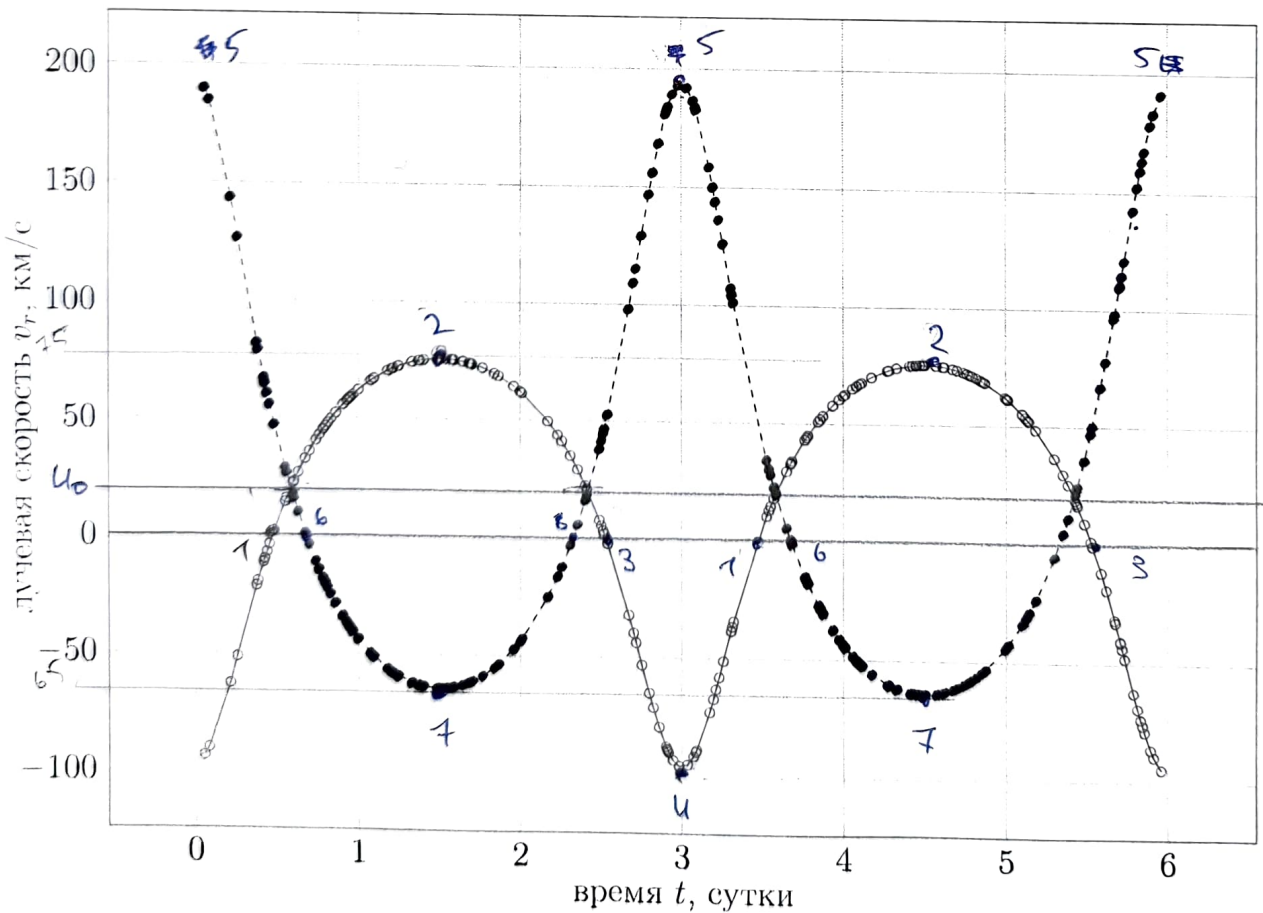


XXIX Санкт-Петербургская
астрономическая олимпиада
практический тур

2022
13
марта

11 класс

Вам дана кривая лучевых скоростей двойной системы, состоящей из двух звезд Главной последовательности. Луч зрения лежит в плоскости орбиты, линия апсид (соединяющая периастры и апоастры орбит) перпендикулярна лучу зрения. Найдите параметры системы: массы звезд, период и большую полуось системы, эксцентриситет орбиты. Определите видимые звездные величины системы в максимуме и минимуме блеска. Годичный параллакс системы равен $\pi = 0''.05$, звезды считайте сферически симметричными, эффектами прогрева и потемнения диска к краю можно пренебречь.



Для гравитационной системы $e_1 = e_2 = e$. Пусть нулевая скорость = u_0 (знак пока не знаем)

КГД-02

$$v_q = \sqrt{\frac{GM}{r} \left(\frac{1+e}{1-e} \right)}; \quad v_Q = \sqrt{\frac{GM}{r} \left(\frac{1-e}{1+e} \right)}$$

$$\frac{v_q}{v_Q} = \frac{1+e}{1-e} - \text{для обоих графиков - const.}$$

Для звезды 1:

$$v_1 = 0$$

$$v_2 = 75 \frac{\text{km}}{\text{c}} = v_{q1} = v_2 - u_0$$

$$v_3 = 0$$

$$v_4 = -100 \frac{\text{km}}{\text{c}} \Rightarrow v_{q1} = |v_4| + u_0$$

- тк нулевая ск-сть в точке $r_1 < 0$

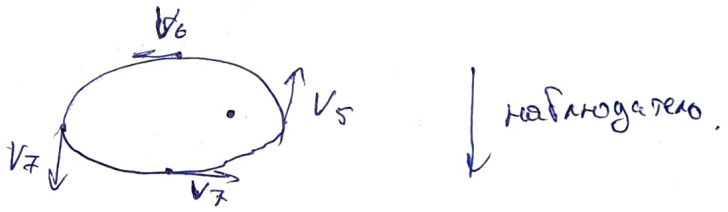


Для звезды 2:

$$v_5 = 200 \frac{\text{km}}{\text{c}} = v_{q2} = v_5 - u_0$$

$$v_6 = 0 = v_8$$

$$v_7 = -65 \frac{\text{km}}{\text{c}} \Rightarrow v_{q2} = |v_7| + u_0$$



$$\frac{v_{q2}}{v_{q1}} = \frac{v_{q1}}{v_{q1}}; \quad \frac{65 + u_0}{200 - u_0} = \frac{75 - u_0}{100 + u_0}$$

$$6500 + 100u_0 + 65u_0 + u_0^2 = 15000 - 200u_0 - 75u_0 + u_0^2$$

$$440 \cdot u_0 = 8500$$

$$u_0 = \frac{850}{44} \approx 19.3 \frac{\text{km}}{\text{c}} \approx 20 \frac{\text{km}}{\text{c}}$$

$$\Rightarrow v_{q1} = 75 - 20 = 55 \frac{\text{km}}{\text{c}}$$

$$v_{q1} = 100 + 20 = 120 \frac{\text{km}}{\text{c}}$$

$$v_{q2} = 200 - 20 = 180 \frac{\text{km}}{\text{c}}$$

$$v_{q2} = 65 + 20 = 85 \frac{\text{km}}{\text{c}}$$

$$\Rightarrow \frac{v_{q1}}{v_{q2}} = \frac{1-e}{1+e} = \frac{55}{120} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 120 + 120e = 55 + 55e$$

$$65 = 175e$$

$$e = \frac{65}{175} = \frac{13}{35} \Rightarrow$$

СТР 1

см СТР 2

$$e = \frac{13}{35}; \quad \begin{array}{r} 130 \ 135 \\ 105 \overline{) 0,37} \\ \underline{250} \\ \underline{-245} \\ 5 \end{array} \Rightarrow \underline{\underline{e \approx 0,37}}$$

Из графика видно, что $T = 3^d$

$$T^2 = \frac{4\pi^2 a^3}{G(M_1 + M_2)}; \quad a - \text{полная ось}$$

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{v_{q2}}{v_{q1}} = \frac{180}{120} = \frac{3}{2} \Rightarrow M_1 = 1,5M_2 \Rightarrow M_1 + M_2 = 2,5M_2$$

~~$$v_{q1} = \sqrt{G(M_1 + M_2) \left(\frac{1+e}{1-e} \right)} = \sqrt{G \cdot 2,5M_2 \left(\frac{1+e}{1-e} \right)} = \sqrt{v_{q1}^2}$$~~

$$v_{q1} = \sqrt{\frac{GM_1 + M_2}{a_1} \left(\frac{1+e}{1-e} \right)}; \quad \sqrt{\frac{GM_1 + M_2}{a_1}} = v_{q2} = \frac{2\pi a_2}{T} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow v_{q1} = v_{q2} \sqrt{\frac{1+e}{1-e}} \Rightarrow v_{q2} = v_{q1} \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} = \frac{2\pi a_2}{T} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{v_{q1} \cdot T \sqrt{\frac{1-e}{1+e}}}{2\pi} = \frac{10^3 \cdot 120 \cdot 3 \cdot 24 \cdot 3600 \sqrt{\frac{63}{137}}}{2 \cdot 3,14} \approx \sqrt{\frac{T}{2}} = 0,545 = 0,7$$

$$= 10^3 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 3600 \cdot 0,7 = 42 \cdot 24 \cdot 3600 = 3600000 \cdot 1008 \approx 10^3 = 3,6 \cdot 10^{10} \text{ м}$$

$$a_2 = a_1 \frac{v_{q2}}{v_{q1}} = 3,6 \cdot 10^9 \cdot \frac{180}{120} = 5,4 \cdot 10^9 \text{ м} \Rightarrow$$

$$a = a_1 + a_2 = 9 \cdot 10^9 \text{ м}$$

42
24
168
84
1008

Ито масса:

$$T^2 = \frac{4\pi^2 a^3}{2,5M_2 G} \Rightarrow M_2 = \frac{4\pi^2 a^3}{2,5T^2 G}$$

$$M_2 = \frac{2.5 \cdot 9 \cdot 24^2 \cdot 36^2 \cdot 10^4 \cdot 6.67 \cdot 10^{11}}{4 \cdot 3.14^2 \cdot 9^3 \cdot 10^{27}}$$

$$M_2 = \frac{4 \cdot 3.14^2 \cdot 9^3 \cdot 10^{27}}{2.5 \cdot 9 \cdot 24^2 \cdot 36^2 \cdot 10^4 \cdot 6.67 \cdot 10^{11}} = \frac{4 \cdot 10^{28} \cdot 3^6}{2.5 \cdot 3^2 \cdot 4^2 \cdot 6^2 \cdot 6^2 \cdot 6.67 \cdot 10^7} = \frac{10^{35} \cdot 4}{2.5 \cdot 3^2 \cdot 4^2 \cdot 2^6 \cdot 6.67 \cdot 10^7} = \frac{10^{35} \cdot 4}{3^2 \cdot 2^6 \cdot 6.67 \cdot 10^7}$$

рассмотрим знаменатель.

$$\approx 3 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 6.7 = \underbrace{3 \cdot 30}_{100} \cdot 50 \Rightarrow \frac{10^{34}}{5000} = 2 \cdot 10^{30} \text{ кг} \approx M_0$$

$$M_2 = 2 \cdot 10^{30} \text{ кг} = M_0$$

$$M_1 = 1.5 M_2 = 3 \cdot 10^{30} \text{ кг} = 1.5 M_0$$

из условия:

d - расстояние до системы $d = \frac{1}{\pi''} = \frac{100}{5} = 20 \text{ пк.}$

звезда зависит где L и M, если $M < 2 M_0$

$$\frac{L_1}{L_0} = \left(\frac{M_1}{M_0}\right)^4 \Rightarrow L_1 = L_0 \cdot 1.5^4;$$

$$\frac{L_2}{L_0} = \left(\frac{M_2}{M_0}\right)^4 \Rightarrow L_2 = L_0.$$

Есть 3 варианта "типов" блеска звёзд. ~~возможно~~
 что звезда 2 < звезда 1 по радиусу =>

- 1) Наблюдатель видит 1 и 2 отдельно - максимум блеска
- 2) Наблюдатель видит 1 перед 2 - минимум блеска
- 3) Наблюдатель видит 2 перед 1 - блеск падает, но не максимум (звезда закрывает часть зв. 1, но при этом светит сама). Мне кажется это не правый минимум.

Будем равнивать зв. величины с

КТАД - 02

~~то~~ ~~с~~ ~~а~~ ~~на~~ ~~м~~ ~~о~~ ~~=~~ ~~4,8~~ ~~м~~ - абс. зв. величина Солнца
 при расстоянии $d_0 = 10 \text{ км}$

$$m_1 - m_0 = -2,5 \lg \left(\frac{E_1}{E_2} \right) = -2,5 \lg \left(\frac{L_1 d_0^2}{L_2 L_0^2} \right) = -2,5 \lg \left(\frac{1,5^4}{4} \right)$$

$$m_1 = 4,8 - 2,5 \lg \left(\frac{5}{4} \right) \quad (1)$$

$$\lg \left(\left(\frac{5}{4} \right)^{2,5} \right) = \lg 1,25^2 \approx \lg(1,3^2) \approx \lg(1,7)$$

$$\sqrt{10} \approx \sqrt{11} \approx 3; \sqrt{3} \approx 1,7 \text{ внос} \Rightarrow \sqrt[4]{10} \approx 1,7$$

$$= 2,5 \lg \left(\frac{5}{4} \right) = \frac{1}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_1 = 4,8 - \frac{1}{4} = 4,55^m$$

Для m_2 :

$$m_2 - m_1 = -2,5 \lg \left(\frac{1}{4} \right) = 2,5 \lg 4 \approx 2,5 \cdot 0,5 = 1,25 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_2 = 4,8 + 1,25 = 6,05^m$$

$u_3 (1) \Rightarrow$

$$m_1 = \lg(10^{4,8}) - \lg(1,7) = \lg \left(\frac{10^{4,8}}{1,7} \right)$$

$u_3 (2) \Rightarrow$

$$m_2 = \lg(10^{4,8} \cdot 4^5) = \lg(32 \cdot 10^{4,8})$$

$$m_{\text{обл}} = -2,5 \lg \left(10^{-0,4 m_1} + 10^{-0,4 m_2} \right) = -2,5 \lg \left(\left(\frac{1,7}{10^{4,8}} \right)^{0,4} + \left(\frac{1}{32 \cdot 10^{4,8}} \right)^{0,4} \right) =$$

$$= -2,5 \lg \left(\frac{1}{100} \left(1,7 + \frac{1}{32} \right)^{0,4} \right) = -2,5 \lg \frac{1}{100} = 2,5 \cdot 2 = 5 = m_{\text{обл}} =$$

= макс. блеск.

~~то~~ ~~с~~ ~~а~~ ~~на~~ ~~м~~ ~~о~~ ~~=~~ ~~4,8~~ ~~м~~ - абс. зв. величина Солнца

Ответ: $T = 3$ суток

$$e = 0,37$$

$$a = 9 \cdot 10^3 \text{ км}$$

$$M_1 = 1,5 M_{\odot}$$

$$M_2 = M_{\odot}$$

$$\left(\begin{aligned} m_1 &= 4,55^m \\ m_2 &\approx 6,05^m \end{aligned} \right)$$

$$m_{\text{обл}} = 5^m - \text{максимум блеска}$$

$$m_{\text{мин}} = 4,55^m - \text{минимум блеска}$$

СР 4

Handwritten calculations on the right side of the page:

$$1,5^4 = 2,25^2 = \frac{225}{100} = \frac{9 \cdot 25}{4 \cdot 25} = \frac{9}{4} = 2,25$$

$$2,25^2 = \frac{225}{100} \cdot \frac{225}{100} = \frac{50625}{10000} = 5,0625$$

$$\frac{1,5^4}{4} = \frac{2,25}{4} = 0,5625$$

$$\lg(0,5625) \approx -0,25$$

$$-2,5 \cdot (-0,25) = 0,625$$

$$4,8 - 0,625 = 4,175$$

$$4,8 + 1,25 = 6,05$$

$$4^{2,5} = 4^2 \cdot \sqrt{4} = 16 \cdot 2 = 32$$

$$32 \cdot 10^{4,8} = 10^{4,8} \cdot 32 = 10^{4,8} \cdot 2^5 = 10^{4,8} \cdot 10^{0,4} = 10^{5,2}$$

$$\lg(10^{5,2}) = 5,2$$